

Контрольно-измерительные материалы

Математика (профильный уровень), ЕГЭ

Вариант 6

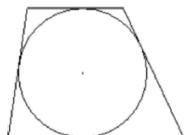
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Найдите корень уравнения $\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}$.

2 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до тысячных.

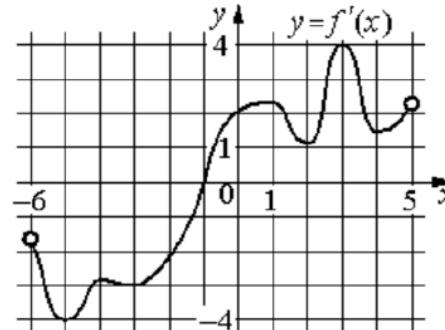
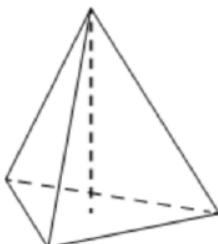
3 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 15 и 22. Найдите среднюю линию трапеции.



4 Найдите значение выражения

$$\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}.$$

5 В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды.

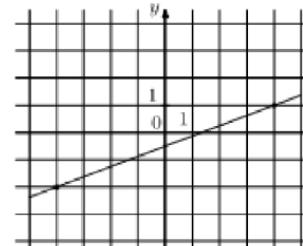


6 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

7 Два тела, массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 8$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса (в кг), v — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 32 Дж. Ответ дайте в градусах.

8 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

9 На рисунке изображен график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(12)$.



10 Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

11 Найдите наибольшее значение функции

$$y = 11 \cdot \ln(x + 4) - 11x - 5 \text{ на отрезке } [-3,5; 0].$$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

13

На рёбрах CD и BB_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причём $DP = 4$, а $B_1Q = 3$. Плоскость APQ пересекает ребро CC_1 в точке M .

- Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .
- Найдите расстояние от точки C до плоскости APQ .

14

Решите неравенство

$$\frac{\log_3(81x)}{\log_3 x - 4} + \frac{\log_3 x - 4}{\log_3(81x)} \geq \frac{24 - \log_3 x^8}{\log_3^2 x - 16}.$$

15

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2466 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

16

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1 , точки K и M – основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1 .

- Докажите, что $MK \parallel AC$.
- Найдите площадь треугольника KBM , если $AC = 10$, $BC = 6$, $AB = 8$.

17

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{a-3,5}(4x^2 + 8) = \log_{a-3,5}(4(a-3)x + 9)$$

имеет ровно два различных корня.

18

Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- Может ли в результате получиться 0?
- Может ли в результате получиться 1?
- Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.