



Задание 17

(профильный уровень математики)

Шелудько И.А., учитель математики
МБОУ СОШ № 1

- **Задание 17**, в основном, в 2017 году представляло задачу на кредиты. Процент решаемости оказался в пределах статистики для решения подобных заданий (1 балл получило 5,35% от общего числа участников экзамена, 2 балла – 5,35%, 3 балла – 17,16%).
- Процент решаемости в 2018 году составил 2,2%

- **Основные ошибки, допущенные участниками экзамена:**
 - неверное составление модели;
 - вычислительные (арифметические);
 - прекращение решения на промежуточном шаге, то есть без доведения ответа до числового значения;
 - решение методом перебора без обоснования единственности;
 - решение без вывода формул (решение имеет вид «формула – ответ»), что можно трактовать как неумение строить математическую модель.

Типы задач с экономическим содержанием

Направление	Особенность	Пример
Кредиты	Погашение кредита равными долями	31 декабря 2017 года Сергей взял в банке 2648000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплат кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Кредиты	Равномерное уменьшение долга по сравнению с предыдущим периодом	<p>В январе планируется взять кредит на 5 месяцев. Условия по договору следующие:</p> <ul style="list-style-type: none">- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего месяца;- со 2-го по 14-е число нужно выплатить часть долга;- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Сколько процентов от суммы кредита составит общая сумма выплат за весь срок?
---------	---	--

Кредиты

Остаток
долга по
заданной
таблице

16 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн. руб. По условиям договора:

– 1-го числа месяца долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца, где r - целое число.

– Со 2-го по 15-е число необходимо выплатить часть долга.

– 16-го числа каждого месяца долг должен составлять сумму в соответствии с таблицей:

Месяц	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Долг	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее r , при котором сумма выплат будет меньше 1,25 млн. руб.

Вклады	Сравнение выгоды	В начале 2018 года Юрий приобрел ценную бумагу стоимостью 25000 рублей. В конце каждого года цена бумаги увеличивается на 3000 рублей. В начале любого года Юрий может продать бумагу и сразу положить вырученные деньги на банковский счет. В этом случае каждый год сумма на счете будет расти на 10 %. Через сколько лет Юрий должен продать ценную бумагу, чтобы через 5 лет после ее покупки сумма на его банковском счете была наибольшей?
Вклады	Изменяющиеся проценты	В январе 2016 года предприниматель положил в банк некоторую сумму под $x\%$ годовых. Через год, в январе 2017 года, он снял $\frac{1}{5}$ положенных денег, а оставшиеся деньги оставил в банке под $y\%$. Известно, что $(x+y)=30\%$. Каков должен быть x , чтобы в январе 2018 года сумма на счету предпринимателя была максимальной?

<p>Оптимальный выбор</p>	<p>Производительность</p>	<p>У фермера есть два одинаковых поля по 10 га каждое. На каждом можно выращивать картофель и кукурузу, причем какую площадь занять под каждую культуру, фермер решает сам. Урожайность картофеля на 1 поле составляет 400 ц/га, а на 2 поле – 300 ц./га. Урожайность кукурузы на 1 поле составляет 300 ц/га, а на 2 поле – 400 ц/га. Картофель фермер продает по 5000 руб./ц, а кукурузу – по 6000 руб./ц. Какой максимальный доход может получить фермер?</p>
<p>Оптимальный выбор</p>	<p>Окупаемость</p>	<p>Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. Затраты на производство x тыс. единиц продукции на таком заводе равны $(0,5x^2+x+9)$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - 0,5(x^2+x+9)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 5 лет?</p>

Критерии оценивания задания 17

Критерии оценивания выполнения задания

Баллы

Обоснованно получен правильный ответ.

3

Получено верное выражение для суммы платежа, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу.

2

Получено выражение для ежегодной выплаты, но уравнение не составлено ИЛИ верный ответ найден подбором.

1

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

0

Максимальный балл

3

- Несколько подробнее, 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условия выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.
- Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования. Например, при отыскании экстремума решение ограничивается верным нахождением лишь критической точки, без надлежащей её проверки на экстремальность. Кратко, « 2 = 3- ».
- Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепотребим и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям (см. ниже задачу 2) и доведён до верного решения. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (алгебраической, геометрической, функциональной, ...) модели.
- Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

19) , Вариант 3

Ответ Квартитт расплатиттват за четтти
мессича

$$\begin{aligned} N1 & 900\,000 - 300\,000 = 600\,000 \\ & 1\% \text{ от } 600\,000 = 6\,000 \\ & \text{Итто } 606\,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N2 & 606\,000 - 300\,000 = 306\,000 \\ & 1\% \text{ от } 306\,000 = 3\,060 \\ & \text{Итто } 309\,060 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N3 & 309\,060 - 300\,000 = 9\,060 \\ & 1\% \text{ от } 9\,060 = 90 \text{ руб } 60 \text{ коп} \\ & \text{Итто } 9\,150 \text{ руб } 60 \text{ коп} \end{aligned}$$

N4 Все !!!

Пример 1.

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

Ответ: 4.

Комментарий.

Ответ верен. Более того «...построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели...», см. критерии; в данном случае – арифметическая, числовая модель. Однако, эта модель построена **неверно**, т.е. она не соответствует условию. По решению видно, что сначала идет платёж долга, потом – начисление процента, а в условии – наоборот.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Вар 3 19 задания

Рассмотрим случай четырех месяцев

	Банк	Вс	Долг
1	+ 9 000 = 909 000	- 300 тыс = 609 тыс	→ 609 000
2	+ 6090 = 615090	- 300 000	315 090
3	+ 31509 = 346599	- 300 000	46599
4	+ 46*599 50 000	< 300 000	0

Ответ: 4

Пример 2.

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

Ответ: 4.

Комментарий.

Здесь и ответ верен, и движение денег в целом описано верно. К сожалению, в вычислениях есть просчет в первой клетке третьей строки. Добавлен не 1%, а 10%. Эта ошибка «играет» в пользу писавшего, но вычислительная ошибка имеется.

Работает критерий на 2 балла, если в «недостаточно обосновано» включить и случай обоснования с вычислительной ошибкой.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 3.

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в процентах от кредита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

Ответ: 22,5.

Коментарий

Почти правильное решение. Есть один обидный (по невнимательности?) прокол: перед выплатой в июле оставшаяся половина долга также увеличивается на 5%

Оценка эксперта: 2 балла.

19) К-кредит

Как меняются выплаты?



$$\text{Выплата} = \frac{n}{10}K + 0,05 \frac{n}{10}K - \frac{n-1}{10}K = \frac{K}{10}(0,05n+1)$$

Общая выплата $n=10, 9, 8, 7, 6$

$$\frac{K}{10} \left(5 + 0,05 \frac{(10+9+8+7+6)}{2} \right) = 0,7K$$

$$\text{В итоге } 0,7K + 0,5K = 1,2K$$

Ответ на 20% больше

- **Пример 4.** См. задача 3. Кредит = 28 млн рублей. Рост на 25%. Выплаты равномерные, наибольший платеж 9 млн. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?
- **Ответ:** 80,5 млн рублей.

Комментарий.

На беглый взгляд – просто вычислительная ошибка, т.е. 2 балла. Смотрим внимательнее. Первые 4 строки заполнены с пониманием дела, разве что нет обоснования того, что именно первая выплата – наибольшая. В целом, верно описана процедура движения финансов: уменьшение долга, уменьшение размеров выплат. Но, судя по первому столбцу, строчек должно быть 14 (кредит взяли на 14 лет), а у автора, судя по последнему столбцу, их 18. К тому же, есть ошибка в подсчете: $9,5 \times 9$ явно больше 75,5.

Оценка эксперта: 1 балл.

$$19. 1,25 \cdot 28 \cdot 10^6 - 9 \cdot 10^6 = 10^6(35 - 9) = \del{26} 26 \cdot 10^6$$

После первой выплаты долг равен $26 \cdot 10^6$ рублей
значит каждый год сумма уменьшается
на $2 \cdot 10^6$ рублей.

	сумма	1%о	после оплаты	сумма <small>уменьше</small> б.ч.нос
1.	28 $28 \cdot 10^6$	$35 \cdot 10^6$	$26 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^6$
2	26 $26 \cdot 10^6$	$32,5 \cdot 10^6$	$24 \cdot 10^6$	$8,5 \cdot 10^6$
3	$24 \cdot 10^6$	$30 \cdot 10^6$	$22 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$
4	$22 \cdot 10^6$	$27,5 \cdot 10^6$	$20 \cdot 10^6$	$7,5 \cdot 10^6$

Исходя из первых 4-х платежей можно
сделать вывод, что каждый год сумма
уменьшается на $5 \cdot 10^5$ рублей, значит общая
сумма выплат будет равна:

$$10^6(9 + 8,5 + 8 + 7,5 + 7 + 6,5 + 6 + 5,5 + 5 + 4,5 + 4 + 3,5 + 3 + 2,5 + 2 + 1,5 + 1 + 0,5) = 75,5 \cdot 10^6 \text{ рублей}$$

Ответ: 75 500 000 рублей

- **Пример 5.** См. задача 3. Кредит = 9 млн . Рост на 10%. Выплаты равномерные, наибольший платеж 1,5 млн. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?
- **Ответ:** 16,2 млн рублей.

Комментарий. Полная и верная бухгалтерская выписка. Можно попробовать «придраться»: а почему именно первая выплата – наибольшая. Но вряд ли возможно снять 1 балл только за это: ведь реализуемость всех условий представлена.

Оценка эксперта: 3 балла.

N19. 0) 9.000.000

- 1) $9.000.000 + 900.000 = 9.900.000 - 1.500.000 = 8.400.000$
- 2) $8.400.000 + 840.000 = 9.240.000 - 1.440.000 = 7.800.000$
- 3) $7.800.000 + 780.000 = 8.580.000 - 1.380.000 = 7.200.000$
- 4) $7.200.000 + 720.000 = 7.920.000 - 1.320.000 = 6.600.000$
- 5) $6.600.000 + 660.000 = 7.260.000 - 1.260.000 = 6.000.000$
- 6) $6.000.000 + 600.000 = 6.600.000 - 1.200.000 = 5.400.000$
- 7) $5.400.000 + 540.000 = 5.940.000 - 1.140.000 = 4.800.000$
- 8) $4.800.000 + 480.000 = 5.280.000 - 1.080.000 = 4.200.000$
- 9) $4.200.000 + 420.000 = 4.620.000 - 1.020.000 = 3.600.000$
- 10) $3.600.000 + 360.000 = 3.960.000 - 960.000 = 3.000.000$
- 11) $3.000.000 + 300.000 = 3.300.000 - 900.000 = 2.400.000$
- 12) $2.400.000 + 240.000 = 2.640.000 - 840.000 = 1.800.000$
- 13) $1.800.000 + 180.000 = 1.980.000 - 780.000 = 1.200.000$
- 14) $1.200.000 + 120.000 = 1.320.000 - 720.000 = 600.000$
- 15) $600.000 + 60.000 = 660.000 - 660.000 = 0$

↓

что мы вычитаем:

$$1.500.000 + 1.440.000 + 1.380.000 + 1.320.000 + 1.260.000 + \\ + 1.200.000 + 1.140.000 + 1.080.000 + 1.020.000 + 960.000 + 900.000 + \\ + 840.000 + 780.000 + 720.000 + 660.000 =$$

сумма на обороте

$$\begin{array}{r} 1500000 \\ + 1440000 \\ + 1380000 \\ + 1320000 \\ + 1260000 \\ + 1200000 \\ + 1140000 \\ + 1080000 \\ + 1020000 \\ + 960000 \\ + 900000 \\ + 840000 \\ + 780000 \\ + 720000 \\ + 660000 \\ \hline 16200000 \end{array}$$

Итого: 16.200.000.

- **Пример 6.** См. задача 3. Кредит = 17 млн . Рост на 10%. Долг уменьшался равномерно на одну и ту же величину, наибольший платеж 3,4 млн. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?
- **Ответ:** 26,35 млн рублей.

Комментарий. По внешнему виду – почти то же, что и в Примере 5. Но тут принципиальное непонимание условия: всё время вычитается по 3,4 млн., а в конце – получившийся остаток, меньший 3,4 млн. Скорее всего, автор «переготовился» к ЕГЭ по другой модели «экономической» задачи, с так называемыми «аннуитентными» выплатами.

Оценка эксперта: 0 баллов.

$$1\text{й з.} : 17\,000\,000 \cdot 1,1 - 3\,400\,000 = 15\,300\,000$$

$$2\text{й з.} : 15\,300\,000 \cdot 1,1 - 3\,400\,000 = 13\,430\,000$$

$$3\text{й з.} : 13\,430\,000 \cdot 1,1 - 3\,400\,000 = 11\,373\,000$$

$$4\text{й з.} : 11\,373\,000 \cdot 1,1 - 3\,400\,000 = 9\,110\,300$$

см. на обороте

$$5\text{й з.} : 9\,110\,300 \cdot 1,1 - 3\,400\,000 = 6\,621\,330$$

$$6\text{й з.} : 6\,621\,330 \cdot 1,1 - 3\,400\,000 = 3\,883\,463$$

$$7\text{й з.} : 3\,883\,463 \cdot 1,1 - 3\,400\,000 = 871\,809,3$$

$$8\text{й з.} : 871\,809,3 \cdot 1,1 = 958\,990,23$$

$$\begin{array}{r} 34\,000\,000 \\ \times 7 \\ \hline + 238\,000\,000,00 \\ 958\,990,23 \\ \hline 247\,589\,90,23 \end{array}$$

Ответ: 24 758 990,23 рубля.