



# **Задание 17**

## **(профильный уровень математики)**

**Шелудько И.А., учитель математики  
МБОУ СОШ № 1**

- **Задание 17**, в основном, в 2017 году представляло задачу на кредиты. Процент решаемости оказался в пределах статистики для решения подобных заданий (1 балл получило 5,35% от общего числа участников экзамена, 2 балла – 5,35%, 3 балла – 17,16%).
- Процент решаемости в 2018 году составил 2,2%

- **Основные ошибки, допущенные участниками экзамена:**
  - неверное составление модели;
  - вычислительные (арифметические);
  - прекращение решения на промежуточном шаге, то есть без доведения ответа до числового значения;
  - решение методом перебора без обоснования единственности;
  - решение без вывода формул (решение имеет вид «формула – ответ»), что можно трактовать как неумение строить математическую модель.

# Типы задач с экономическим содержанием

Направление	Особенность	Пример
Кредиты	Погашение кредита равными долями	31 декабря 2017 года Сергей взял в банке 2648000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплат кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк $x$ рублей. Какой должна быть сумма $x$ , чтобы Сергей <b>выплатил долг тремя равными платежами</b> (то есть за три года)?

Кредиты	Равномерное уменьшение долга по сравнению с предыдущим периодом	<p>В январе планируется взять кредит на 5 месяцев. Условия по договору следующие:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего месяца;</li><li>- со 2–го по 14-е число нужно выплатить часть долга;</li><li><b>- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.</b> Сколько процентов от суммы кредита составит общая сумма выплат за весь срок?</li></ul>
---------	---	--

Кредиты	Остаток долга по заданной таблице	<p>16 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн. руб. По условиям договора:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1-го числа месяца долг увеличивается на <math>r\%</math> по сравнению с концом предыдущего месяца, где <math>r</math> - целое число.</li> <li>- Со 2-го по 15-е число необходимо выплатить часть долга.</li> <li>- 16-го числа каждого месяца долг должен составлять сумму в соответствии с таблицей:</li> </ul> <table border="1" data-bbox="768 835 1776 1116"> <thead> <tr> <th>Месяц</th><th>Февраль</th><th>Март</th><th>Апрель</th><th>Май</th><th>Июнь</th><th>Июль</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Долг</td><td>0,6</td><td>0,4</td><td>0,3</td><td>0,2</td><td>0,1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <p>Найдите наибольшее <math>r</math>, при котором сумма выплат будет меньше 1,25 млн. руб.</p>	Месяц	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Долг	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0
Месяц	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль										
Долг	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0										

Вклады	Сравнение выгоды	<p>В начале 2018 года Юрий приобрел ценную бумагу стоимостью 25000 рублей. В конце каждого года цена бумаги увеличивается на 3000 рублей. В начале любого года Юрий может продать бумагу и сразу положить вырученные деньги на банковский счет. В этом случае каждый год сумма на счете будет расти на 10 %. Через сколько лет Юрий должен продать ценную бумагу, чтобы через 5 лет после ее покупки сумма на его банковском счете была наибольшей?</p>
Вклады	Изменяющиеся проценты	<p>В январе 2016 года предприниматель положил в банк некоторую сумму под <math>x\%</math> годовых. Через год, в январе 2017 года, он снял <math>1/5</math> положенных денег, а оставшиеся деньги оставил в банке под <math>y\%</math>. Известно, что <math>(x+y)=30\%</math>. Каков должен быть <math>x</math>, чтобы в январе 2018 года сумма на счету предпринимателя была максимальной?</p>

Оптимальный выбор	Производительность	<p>У фермера есть два одинаковых поля по 10 га каждое. На каждом можно выращивать картофель и кукурузу, причем какую площадь занять под каждую культуру, фермер решает сам. Урожайность картофеля на 1 поле составляет 400 ц/га, а на 2 поле – 300 ц./га. Урожайность кукурузы на 1 поле составляет 300 ц/га, а на 2 поле – 400 ц/га. Картофель фермер продает по 5000 руб./ц, а кукурузу – по 6000 руб./ц. Какой максимальный доход может получить фермер?</p>
Оптимальный выбор	Окупаемость	<p>Строительство нового завода стоит 115 млн рублей. <b>Затраты на производство x тыс. единиц продукции на таком заводе равны <math>(0,5x^2+x+9)</math> млн рублей в год.</b> Если продукцию завода продать по цене <math>p</math> тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит <math>px - 0,5(x^2+x+9)</math>. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком <b>наименьшем значении <math>p</math></b> строительство завода окупится не более чем за 5 лет?</p>



# Критерии оценивания задания 17

Критерии оценивания выполнения  
задания

Баллы

**Обоснованно получен правильный  
ответ.**

3

**Получено верное выражение для  
суммы платежа, но допущена вычис-  
лительная ошибка, приведшая к не-  
верному ответу.**

2

**Получено выражение для ежегодной  
выплаты, но уравнение не составлено  
ИЛИ верный ответ найден подбором.**

1

**Решение не соответствует ни одному  
из критериев, перечисленных выше.**

0

**Максимальный балл**

3

- Несколько подробнее, 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условия выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.
- Здесь предполагается завершенное, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования. Например, при отыскании экстремума решение ограничивается верным нахождением лишь критической точки, без надлежащей её проверки на экстремальность. Кратко, « $2 = 3$ ».
- Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям (см. ниже задачу 2) и доведён до верного решения. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (алгебраической, геометрической, функциональной, ...) модели.
- Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

(19), Вариант 3

Ответ Квартал расплатиться за член  
тища

N1       $900\ 000 - 300\ 000 = 600\ 000$   
1% от 600 000 = 6 000  
Всего 606 000

N2       $606\ 000 - 300\ 000 = 306\ 000$   
1% от 306 000 = 3 060  
Всего 309 060

N3       $30\ 90\ 60 - 300\ 000 = 9060$   
1% от 9060 = 90 руб 60 коп  
Всего 9150 руб 60 коп

N4      Все"!!!

#### Пример 1.

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

**Ответ: 4.**

#### Комментарий.

Ответ верен. Более того «...построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели...», см. критерии; в данном случае – арифметическая, числовая модель. Однако, эта модель построена **неверно**, т.е. она не соответствует условию. По решению видно, что сначала идет платёж долга, потом – начисление процента, а в условии – наоборот.

**Оценка эксперта: 0 баллов.**

Вар 3

19 жагаға

Рассмотрим случай четырех месяцев

	БАНК	ВЕ	ДОЛГ
1	+ 9 000 = 909 000	- 300 тыс = 609 тыс	<del>- 609 000</del>
2	+ 6090 = 615 090	- 300 000	315 090
3	+ 31509 = 396599	- 300 000	46 599
4	+ 46 599 50 000	< 300 000	0

Ответ: 4

### Пример 2.

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

Ответ: 4.

### Комментарий.

Здесь и ответ верен, и движение денег в целом описано верно. К сожалению, в вычислениях есть просчет в первой клетке третьей строки. Добавлен не 1%, а 10%. Эта ошибка «играет» в пользу писавшего, но вычислительная ошибка имеется.

Работает критерий на 2 балла, если в «недостаточно обосновано» включить и случай обоснования с вычислительной ошибкой.

Оценка эксперта: 2 балла.

### **Пример 3.**

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в пр оцентах от кре дита)	100%	90%	80%	70%	60%	50%	0%

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5%, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат при таких условиях больше суммы самого кредита?

**Ответ:** 22,5.

### **Коментарий**

Почти правильное решение. Есть один обидный (по невнимательности?) прокол: перед выплатой в июле оставшаяся половина долга также увеличивается на 5%

**Оценка эксперта: 2 балла.**

(19) К- кредит

Как погашаются выплаты?



$$\text{выплата} = \frac{n}{10} K + 0,05 \frac{n}{10} K - \frac{n-1}{10} K = \cancel{\frac{n}{10} K} (0,05n+1)$$

Общая выплата  $n=10, 9, 8, 7, 6$

$$\frac{K}{10} \left( 5 + 0,05 \underbrace{(10+9+8+7+6)}_{40} \right) = 0,7K$$

$$\text{В итоге } 0,7K + 0,5K = 1,2K$$

Ответ на 20% больше

- **Пример 4.** См. задача 3. Кредит = 28 млн рублей. Рост на 25%. Выплаты равномерные, наибольший платеж 9 млн. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?
- **Ответ:** 80,5 млн рублей.

### **Комментарий.**

На беглый взгляд – просто вычислительная ошибка, т.е. 2 балла. Смотрим внимательнее. Первые 4 строки заполнены с пониманием дела, разве что нет обоснования того, что именно первая выплата – наибольшая. В целом, верно описана процедура движения финансов: уменьшение долга, уменьшение размеров выплат. Но, судя по первому столбцу, строчек должно быть 14 (кредит взяли на 14 лет), а у автора, судя по последнему столбцу, их 18. К тому же, есть ошибка в подсчете:  $9,5 \times 9$  явно больше 75,5.

**Оценка эксперта: 1 балл.**

$$19. 1,25 \cdot 28 \cdot 10^6 - 9 \cdot 10^6 = 10^6(35 - 9) = \cancel{2} 26 \cdot 10^6$$

После первого вычитания получается  $26 \cdot 10^6$  рублей  
затем каждый раз уменьшается на  $2 \cdot 10^6$  рублей.

	Сумма	1 %	послед. остаток	Сумма вычета
1.	$28 \cdot 10^6$	$35 \cdot 10^6$	$26 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^6$
2	$\cancel{2} 6 \cdot 10^6$	$32,5 \cdot 10^6$	$24 \cdot 10^6$	$8,5 \cdot 10^6$
3	$24 \cdot 10^6$	$30 \cdot 10^6$	$22 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$
4	$22 \cdot 10^6$	$27,5 \cdot 10^6$	$20 \cdot 10^6$	$7,5 \cdot 10^6$

Последний из первых 4-х вычитаний можно сделать более, чем каждый раз уменьшаться на  $5 \cdot 10^5$  рублей, зная при этом, что каждое вычитание делает систему равной:

$$10^6(9 + 8,5 + 8 + 7,5 + 7 + 6,5 + 6 + 5,5 + 5 + 4,5 + 4 + 3,5 + 3 + 2,5 + 2 + 1,5 + 1 + 0,5) = 25,5 \cdot 10^6 \text{ рублей}$$

Ответ: 25 500 000 рублей

- **Пример 5.** См. задача 3. Кредит =9 млн . Рост на 10%. Выплаты равномерные, наибольший платеж 1,5 млн. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?
- **Ответ:** 16,2 млн рублей.

**Комментарий.** Полная и верная бухгалтерская выписка. Можно попробовать «придраться»: а почему именно первая выплата – наибольшая. Но вряд ли возможно снять 1 балл только за это: ведь реализуемость всех условий представлена.

**Оценка эксперта: 3 балла.**

N19. 0) 9.000.000

$$1) 9.000.000 + 900.000 = 9.900.000 - 1.500.000 = 8.400.000$$

$$2) 8.400.000 + 840.000 = 9.240.000 - 1.440.000 = 7.800.000$$

$$3) 7.800.000 + 780.000 = 8.580.000 - 1.380.000 = 7.200.000$$

$$4) 7.200.000 + 720.000 = 7.920.000 - 1.320.000 = 6.600.000$$

$$5) 6.600.000 + 660.000 = 7.260.000 - 1.260.000 = 6.000.000$$

$$6) 6.000.000 + 600.000 = 6.600.000 - 1.200.000 = 5.400.000$$

$$7) 5.400.000 + 540.000 = 5.940.000 - 1.140.000 = 4.800.000$$

$$8) 4.800.000 + 480.000 = 5.280.000 - 1.080.000 = 4.200.000$$

$$9) 4.200.000 + 420.000 = 4.620.000 - 1.020.000 = 3.600.000$$

$$10) 3.600.000 + 360.000 = 3.960.000 - 960.000 = 3.000.000$$

$$11) 3.000.000 + 300.000 = 3.300.000 - 900.000 = 2.400.000$$

$$12) 2.400.000 + 240.000 = 2.640.000 - 840.000 = 1.800.000$$

$$13) 1.800.000 + 180.000 = 1.980.000 - 480.000 = 1.200.000$$

$$14) 1.200.000 + 120.000 = 1.320.000 - 420.000 = 600.000$$

$$15) 600.000 + 60.000 = 660.000 - 660.000 = 0$$

↓

Что мы вычитали:

$$\begin{aligned} & 1.500.000 + 1.440.000 + 1.380.000 + 1.320.000 + 1.260.000 + \\ & + 1.200.000 + 1.140.000 + 1.080.000 + 1.020.000 + 960.000 + 900.000 + \\ & + 840.000 + 780.000 + 720.000 + 660.000 = \end{aligned}$$

сумма общей

$$\begin{aligned} & + 1500000 \\ & + 1440000 \\ & + 1380000 \\ & + 1320000 \\ & + 1260000 \\ & + 1200000 \\ & + 1140000 \\ & + 1080000 \\ & + 1070000 \\ & + 960000 \\ & + 900000 \\ & + 840000 \\ & + 780000 \\ & + 720000 \\ & + 660000 \\ & \underline{+ 16200000} \end{aligned}$$

Ответ: 16.200.000.

- **Пример 6.** См. задача 3. Кредит = 17 млн . Рост на 10%. Долг уменьшался равномерно на одну и ту же величину, наибольший платеж 3,4 млн. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?
- **Ответ:** 26,35 млн рублей.

**Комментарий.** По внешнему виду – почти то же, что и в Примере 5. Но тут принципиальное непонимание условия: всё время вычитается по 3,4 млн., а в конце – получившийся остаток, меньший 3,4 млн. Скорее всего, автор «переготовился» к ЕГЭ по другой модели «экономической» задачи, с так называемыми «каннуитентными» выплатами.

**Оценка эксперта: 0 баллов.**

~ 19

$$1\bar{G} 2.: \quad 17\ 000\ 000 \cdot 1,1 - 3400\ 000 = \\ = 15\ 300\ 000$$

$$2\bar{G} 2.: \quad 15\ 300\ 000 \cdot 1,1 - 3400\ 000 = \\ = 13\ 430\ 000$$

$$3\bar{G} 2.: \quad 13\ 430\ 000 \cdot 1,1 - 34\ 000\ 000 = \\ = 11\ 373\ 000$$

$$4\bar{G} 2.: \quad 11\ 373\ 000 \cdot 1,1 - 34\ 000\ 000 = \\ = 9\ 110\ 300 \\ \text{см. на обороте}$$

$$5\bar{G} 2.: \quad 9\ 110\ 300 \cdot 1,1 - 3400\ 000 = \\ = 6\ 621\ 330$$

$$6\bar{G} 2.: \quad 6\ 621\ 330 \cdot 1,1 - 3400\ 000 = \\ = 3\ 883\ 463$$

$$7\bar{G} 2.: \quad 3\ 883\ 463 \cdot 1,1 - 3400\ 000 = \\ = 871\ 809,3$$

$$8\bar{G} 2.: \quad 871\ 809,3 \cdot 1,1 = 95\ 899\ 0,23$$

$$\begin{array}{r} \times 34\ 000\ 000 \\ \hline + 23800000,00 \\ \hline 24758990,23 \end{array}$$

Обор: 24 758 990,23 рубль.