

# Контрольно измерительные материалы по математике (профиль)

Вариант \_\_\_\_\_

1 часть

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

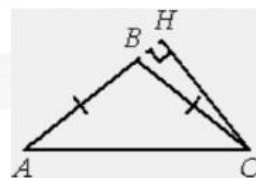
1 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{3x - 1} = 5$ .

2 В классе 26 семиклассников, среди них два близнеца – Иван и Игорь. Класс случайным образом делят на две группы, по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Иван и Игорь окажутся в разных группах.

3 В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ ,  $AC = 14$ , высота  $CH$  равна 7. Найдите синус угла  $ACB$ .

4 Найдите значение выражения

$$0,75^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 12^{\frac{7}{8}}$$



5 В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $A_1 D$  и  $B_1 D_1$ . Ответ дайте в градусах.

6 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечены шесть точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ . Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции  $f(x)$ ?

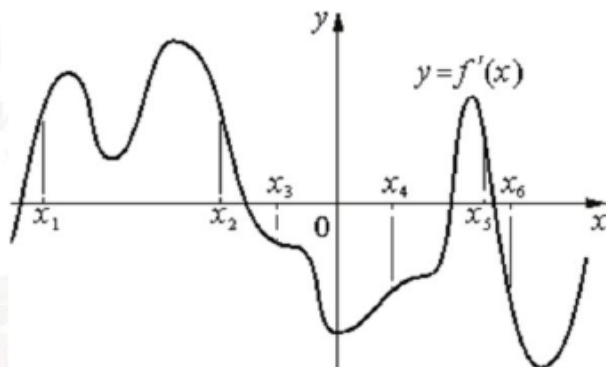


Рисунок к заданию 6

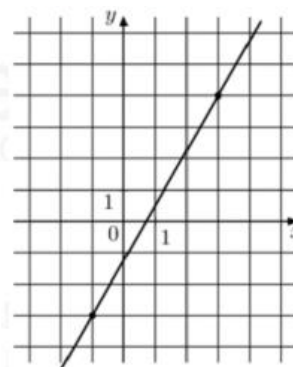


Рисунок к заданию 9

7 Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  – время в минутах,  $T_0 = 1300$  К,  $a = -\frac{14}{3}$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 98$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

8 Расстояние между городами А и В равно 630 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(-5)$ .

10 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

11 Найдите наибольшее значение функции  $y = 33x - 30 \sin x + 29$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12 а) Решите уравнение  $\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

13 На рёбрах  $DD_1$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 10$ , а  $B_1 Q = 4$ . Плоскость  $A_1 P Q$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .

б) Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $A_1 P Q$ .

14 Решите неравенство  $\frac{2^x}{2^x - 3} + \frac{2^x + 1}{2^x - 2} + \frac{5}{4^x - 5 \cdot 2^x + 6} \leq 0$ .

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	0,7 $S$	0,4 $S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

16 В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $BH$ . Из точки  $H$  на стороны  $AB$  и  $BC$  опустили перпендикуляры  $NK$  и  $NM$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $MVK$  подобен треугольнику  $ABC$ .

б) Найдите отношение площади треугольника  $MVK$  к площади четырёхугольника  $AKMC$ , если  $BH = 3$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 4.

17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a + 1)x + a}$  имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .



18

В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?
  - б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?
  - в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?
- 

18

В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?
  - б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?
  - в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?
- 

18

В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?
- б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?
- в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?