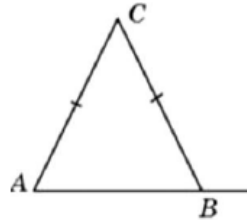
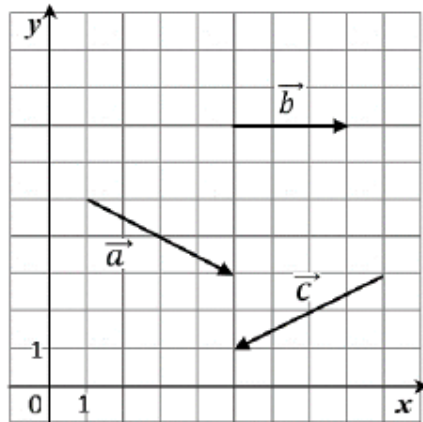


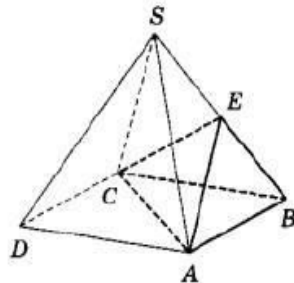
- 1 В треугольнике ABC $AC = BC = 7$, косинус внешнего угла при вершине B равен $-0,4$. Найдите AB .



- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} . Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



- 3 Объём правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 324. Точка E — середина ребра SB . Найдите объём треугольной пирамиды $EABC$.



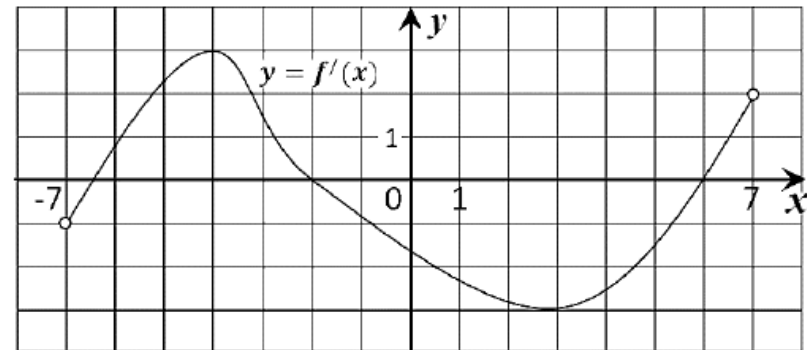
- 4 Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,039. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступило 52 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

- 5 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 30% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 50% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 42% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

- 6 Найдите корень уравнения $\log_7(3 - x) = 2 \log_7 5$

- 7 Найдите значение выражения: $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{48 + 8\sqrt{35}}$

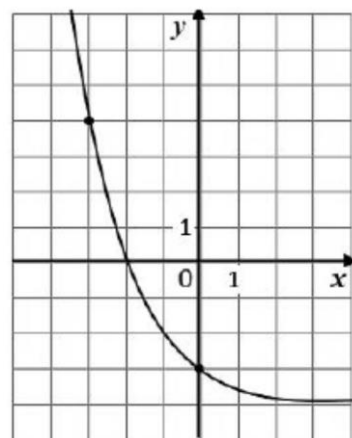
- 8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



- 9 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1.4} = p_2 V_2^{1.4}$, где p_1, p_2 (атм.) — давление в газе, V_1, V_2 — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 176 л, а его давление равно одной атмосфере. Определите, до какого объёма можно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ выразите в литрах.

- 10 Смешав 6-процентный и 33-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 12-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 16-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 6-процентного раствора использовали для получения смеси?

- 11] На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(-6)$.



- 12] Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 8e^x - 2$ на отрезке $[1; 3]$.

2 часть

- 13] а) Решите уравнение $2 \sin x \cdot \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sqrt{3} = \sqrt{3} \sin^2 x$
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

- 14] Дан тетраэдр $ABCD$. На ребре AC выбрана точка K так, что $AK:KC = 3:7$. Также на ребрах AD , BD и BC выбраны точки L , M и N соответственно так, что $KLMN$ — квадрат со стороной 7.
а) Докажите, что ребра AB и CD взаимно перпендикулярны.
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости $KLMN$, если объем тетраэдра $ABCD$ равен 200.

- 15] Решите неравенство $\frac{\log_{0,25}(5-x) - \log_{0,25}(x+3)}{\log_{0,25}^2(x^2) + \log_{0,25}(x^4) + 1} \leq 0$

- 16] 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 90 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения составит 1365 тысяч рублей?

- 17] Окружность проходит через вершины A , B и C ромба и пересекает продолжение стороны AD в точке E , а продолжение стороны CD в точке K .
а) Докажите, что треугольник KBE равносторонний, если $\angle ABC = 120^\circ$.
б) Найдите отношение площади треугольника KBE к площади ромба $ABCD$.

- 18] Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} \cdot \operatorname{tg} x = \sqrt{x^2 - a^2}$$

имеет ровно три различных корня на отрезке $[-\pi; \pi]$.

- 19] На овощебазу завезли капусту. Каждый из кочанов капусты весит 1, 2 или 3 килограмма. Фермер Иван поехал на овощебазу за капустой. Его сосед Фёдор попросил купить для него столько же капусты (по массе). На овощебазе Ивану составили набор кочанов капусты, суммарная масса которых составила N кг. Нужно разделить эти кочаны поровну (по массе) между Иваном и Фёдором так, чтобы не пришлось резать кочаны.
а) Существует ли набор кочанов суммарной массой $N = 20$, который невозможно разделить поровну?
б) Существует ли набор кочанов суммарной массой $N = 24$, который невозможно разделить поровну?
в) Найдите все значения N , для которых любой набор кочанов суммарной массы N можно разделить поровну.