

Законы алгебры логики

законы де Моргана

$$\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

действия с логическими переменными и константами

$$1) \quad A \wedge A = A \quad A \vee A = A$$

$$2) \quad \neg \neg A = A$$

$$3) \quad \neg A \vee A = 1 \quad \neg A \wedge A = 0$$

$$4) \quad A \vee 1 = 1$$

связь между логическими операциями

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$(A \vee B) \Rightarrow C = \neg (A \vee B) \vee C = \neg A \wedge \neg B \vee C$$

€

¬

3

5

4

На числовой прямой даны два отрезка:

$$P = [2, 42] \text{ и } Q = [22, 62].$$

Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \notin Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной х.

Обозначим:

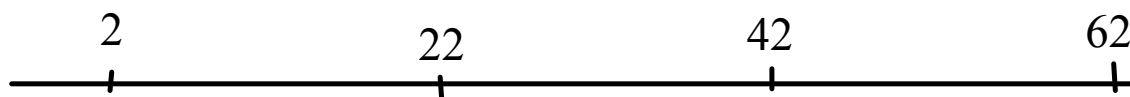
$$A = (X \in A) \quad P = (X \in P) \quad Q = (X \in Q)$$

Преобразуем:

$$\neg A \Rightarrow (P \Rightarrow \neg Q) = \neg A \vee \neg P \vee \neg Q =$$

$$A \vee \neg P \vee \neg Q = 1$$

$$\neg P \vee \neg Q = 0$$



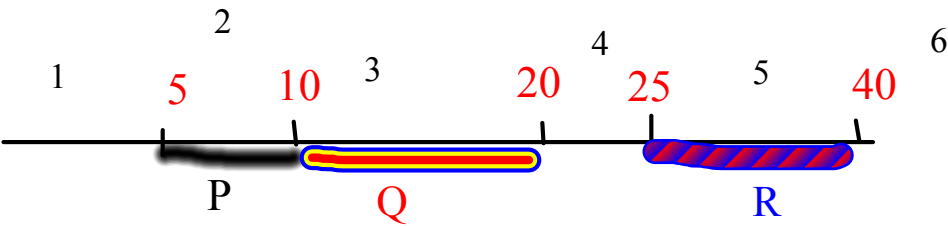
На числовой прямой даны три интервала: $P = (5, 10)$, $Q = [10, 20]$ и $R = [25, 40]$. Выберите такой отрезок A , что выражения

$(x \in A) \rightarrow (x \in P)$ и $(x \in Q) \rightarrow (x \in R)$

тождественно **равны**, то есть принимают одинаковые значения при любом значении переменной x .

- 1) $[7, 20]$ 2) $[2, 12]$ 3) $[10, 25]$ 4) $[20, 30]$

$\neg Q \vee R = \neg A \vee P$



	$\neg Q \vee R$	P	$\neg A$
1	1	0	1
2			
3			
4			
5			
6			

1
1
1
1
1
1
1
1
1
0
0
0
0 или 1
0
0
0

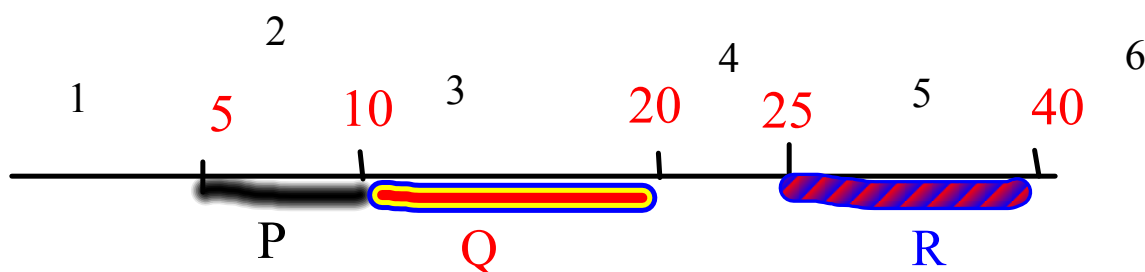
На числовой прямой даны три интервала: $P = (5, 10)$, $Q = [10, 20]$ и $R = [25, 40]$. Выберите такой отрезок A , что выражения

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \quad \text{и} \quad (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно **равны**, то есть принимают одинаковые значения при любом значении переменной x .

1) $[7, 20]$ 2) $[2, 12]$ 3) $[10, 25]$ 4) $[20, 30]$

$$\neg A \vee P = \neg Q \vee R$$



	$\neg Q \vee R$	P	$\neg A$
1	1	0	1
2	1	1	0 или 1
3	0	0	0
4	1	0	1
5	1	0	1
6			

3) Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg(x \in \{2, 4, 8, 12, 16\}) \wedge \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee (x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное количество элементов множества A .

$$Q = x \in \{3, 6, 7, 15\}$$

$$P = x \in \{2, 4, 8, 12, 16\}$$

$$F = x \in \{3, 6, 7, 15\}$$

$$\neg P * \neg Q + \neg F + A = 1$$

$$\neg P * \neg Q$$

$$\neg F$$

2

0

3

4

6

7

8

12

15

16

1

0

0

0

0

1

0

1

1

1

0

0

0

0

0

0

0

1

4

- 88) Элементами множества А являются натуральные числа. Известно, что выражение
 $\neg(x \in \{2, 4, 8, 12, 16\}) \wedge \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee \neg(x \in \{3, 6, 7, 15\}) \vee (x \in A)$
 истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.
 Определите наименьшее возможное количество элементов множества А.

$$Q = x \in \{3, 6, 7, 15\}$$

$$P = x \in \{2, 4, 8, 12, 16\}$$

$$F = x \in \{3, 6, 7, 15\}$$

$$\neg P * \neg Q + \neg F + A$$

	$\neg P * \neg Q$	$\neg F$
2	0	1
3	0	0
4	0	1
6	0	0
7	0	0
8	0	1
12	0	1
15	0	0
16	0	1

4

1

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи).

Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

$$(X \& 29 \neq 0) \rightarrow ((X \& 17 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

$$(X \& 29 = 0) + (X \& 17 \neq 0) + (X \& A \neq 0) = 1$$

$$(X \& 29 = 0) + (X \& 17 \neq 0) = 0$$

$$29 - \textcolor{red}{11101} \quad 17 - \textcolor{red}{10001}$$

$$12 - 01100$$

$$1 - 00001$$

$$2 - 00010$$

$$4 - 00100$$

$$8 - 01000$$

$$16 - 10000$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 0 & & 1 \\ & & & & & & \\ & & & 0 & 0 & & \\ & & 0 & & 0 & & \\ & 0 & & 0 & & 0 & \\ & & 0 & & & & \\ & & & 1 & & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 8 - 01000 \\ 4 - 00100 \end{array}$$

12

Пусть P - множество всех 8-битовых цепочек, начинающихся с 11, Q - множество всех 8-битовых цепочек, оканчивающихся на 0, а A - некоторое множество произвольных 8-битовых цепочек. Сколько элементов содержит минимальное множество A , при котором для любой 8-битовой цепочки x истинно выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \vee (x \in Q))$$

$$A + \text{не } P + Q = 1$$

$$P = 11*****$$

$$Q = *****0$$

$$\text{не } P + Q = 0$$

$$P * \text{не } Q = 1 \text{ при}$$

$$P = 11*****$$

$$Q = *****\text{не}0$$

$$A = 11*****1$$

$$2^5 = 32$$

- 1) Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 6)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

$$\text{ДЕЛ}(x, 6) = D6$$

$$\text{ДЕЛ}(x, A) = A$$

$$\text{ДЕЛ}(x, 3) = D3$$

$$(\neg A * D6) \Rightarrow \neg D3 = \neg(\neg A * D6) + \neg D3 =$$

$$A + \neg D6 + \neg D3 = 1$$

$$\neg D6 + \neg D3 = 0 \quad \text{или} \quad \neg(\neg D6 + \neg D3) = 1$$

$$\neg(\neg D6 + \neg D3) = D6 * D3 = 1$$

$$A = 6$$