

Методические рекомендации по
решению задачи №30
(механика), включенной в ЕГЭ по
физике в 2022 году

Мальгина Галина
Васильевна,
учитель физики МБОУ СТШ
2022г.

Изменения в КИМ ЕГЭ 2022 года

В части 2 увеличено количество заданий с развёрнутым ответом и исключены расчётные задачи повышенного уровня сложности с кратким ответом. Добавлена одна расчётная задача повышенного уровня сложности с развёрнутым ответом и изменены требования к решению задачи высокого уровня по механике. Теперь дополнительно к решению необходимо представить обоснование использования законов и формул для условия задачи. Данная задача оценивается максимально 4 баллами, при этом выделено два критерия оценивания: для обоснования использования законов и для математического решения задачи.

Задание №30

Решение задач с неявно заданной физической моделью по законам и формулам из одного-двух разделов курса физики с обоснованием модели решения

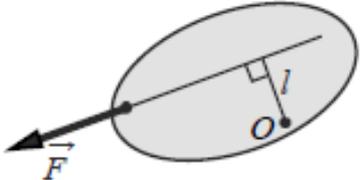
Это новое задание в КИМ-2022.

Ученику нужно решить задачу по механике и объяснить формулы и законы, на которые он опирался при решении.

Максимальный балл за выполненное задание – 4.

Кодификатор ЕГЭ 2022г

Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы

1.3	<i>СТАТИКА</i>
1.3.1	<p>Момент силы относительно оси вращения: $M = Fl$, где l – плечо силы \vec{F} относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно рисунку</p> 
1.3.2	<p>Условия равновесия твёрдого тела в ИСО:</p> $\begin{cases} M_1 + M_2 + \dots = 0 \\ \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0 \end{cases}$

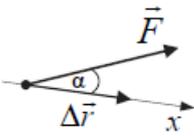
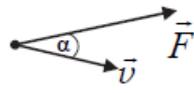
Кодификатор ЕГЭ 2022г

Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы

ДИНАМИКА	
1.2.1	Инерциальные системы отсчёта. Первый закон Ньютона. Принцип относительности Галилея
1.2.2	Масса тела. Плотность вещества: $\rho = \frac{m}{V}$
1.2.3	Сила. Принцип суперпозиции сил: $\vec{F}_{\text{равнодейств}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$
1.2.4	Второй закон Ньютона: для материальной точки в ИСО $\vec{F} = m\vec{a}$; $\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$ при $\vec{F} = \text{const}$
1.2.5	Третий закон Ньютона для материальных точек: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ 

Кодификатор ЕГЭ 2022г

Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы

1.4	ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ	
	1.4.1	Импульс материальной точки: $\vec{p} = m\vec{v}$
	1.4.2	Импульс системы тел: $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots$
	1.4.3	Закон изменения и сохранения импульса: в ИСО $\Delta\vec{p} \equiv \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots) = \vec{F}_{1\text{внешн}} \Delta t + \vec{F}_{2\text{внешн}} \Delta t + \dots$; в ИСО $\Delta\vec{p} \equiv \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots) = 0$, если $\vec{F}_{1\text{внешн}} + \vec{F}_{2\text{внешн}} + \dots = 0$
	1.4.4	Работа силы: на малом перемещении: $A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \cdot \cos \alpha = F_x \cdot \Delta x$ 
	1.4.5	Мощность силы: $P = \frac{\Delta A}{\Delta t} \Big _{\Delta t \rightarrow 0} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$ 
	1.4.6	Кинетическая энергия материальной точки: $E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$. Закон изменения кинетической энергии системы материальных точек: в ИСО $\Delta E_{\text{кин}} = A_1 + A_2 + \dots$
	1.4.7	Потенциальная энергия: для потенциальных сил $A_{12} = E_{1\text{потенц}} - E_{2\text{потенц}} = -\Delta E_{\text{потенц}}$. Потенциальная энергия тела в однородном поле тяжести: $E_{\text{потенц}} = mgh$
	Потенциальная энергия упруго деформированного тела: $E_{\text{потенц}} = \frac{kx^2}{2}$	
1.4.8	Закон изменения и сохранения механической энергии: $E_{\text{мех}} = E_{\text{кин}} + E_{\text{потенц}}$, в ИСО $\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{всех непотенц. сил}}$, в ИСО $\Delta E_{\text{мех}} = 0$, если $A_{\text{всех непотенц. сил}} = 0$	

Примеры обоснования решения задачи:

Если в решении задач применяются законы Ньютона, закон сохранения импульса, условия равновесия поступательного и вращательного движения тела, записываем:

Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать эту систему отсчета инерциальной.

Примеры обоснования решения задачи:

Если тело движется, то записываем:

Тело(пуля, снаряд и т.д) описываем моделью материальной точки. И указываем причину движения.

Например:

-так как размеры тел малы по сравнению с радиусом сферы

Небольшое тело массой $M = 0,99$ кг лежит на вершине гладкой полусферы. В тело попадает пуля массой $m = 0,01$ кг, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 200$ м/с, и застревает в нём. Пренебрегая смещением тела за время удара, определите радиус полусферы, если высота, на которой тело оторвётся от поверхности полусферы, $h = 0,8$ м. Высота отсчитывается от основания полусферы. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

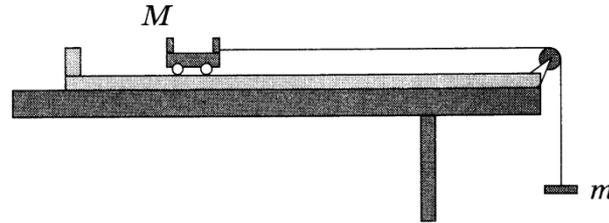
- шарик имеет малые размеры по сравнению с длиной нити, пуля еще меньше

В маленький шар, висящий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая со скоростью $v_0 = 300$ м/с пуля массой $m = 10$ г. Определите максимальную массу шара, при которой он после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости. Соппротивлением воздуха пренебречь. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Примеры обоснования решения задачи:

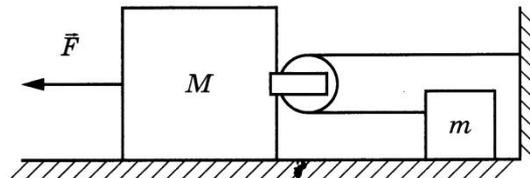
-так как тело движется поступательно (размеры тела не имеют значения)

В установке, изображённой на рисунке, масса грузика m подобрана так, что первоначально покоящаяся тележка после толчка вправо движется равномерно по поверхности трибометра. Во сколько раз масса грузика m меньше массы тележки M , если после толчка влево тележка движется с ускорением 2 м/с^2 ? Блок идеален. Нить невесома и нерастяжима. Силу сопротивления движению тележки считать постоянной и одинаковой в обоих случаях. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



- брусок и тело движутся поступательно

К бруску массой $M = 2 \text{ кг}$ прикреплен лёгкий блок (см. рисунок), через него переброшена лёгкая нерастяжимая нить, один конец которой привязан к стене, а к другому прикреплено тело массой $m = 0,75 \text{ кг}$. На брусок действует сила $F = 10 \text{ Н}$. Определите ускорение тела. Свободные куски нити горизонтальны и лежат в одной вертикальной плоскости, тела движутся вдоль одной прямой. Массой блока и нити, а также трением пренебречь.

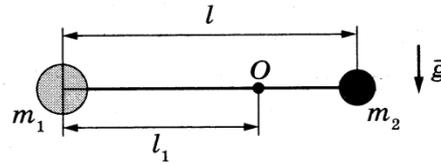


Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Примеры обоснования решения задачи:

-описываем стержень (стержень и грузы m_1 и m_2 ; стержень и шары m_1 и m_2) моделью твердого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остается неизменным)

Два небольших груза массами $m_1 = 2m$ и $m_2 = m = 30$ г закреплены на невесомом жёстком стержне длиной l . Стержень может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O , расположенную между грузами (см. рисунок). Стержень удерживают в горизонтальном положении и отпускают без толчка. Найдите модуль силы \vec{F} , с которой груз m_1 действует на стержень в тот момент, когда он проходит положение равновесия. Расстояние от точки O до груза m_1 равно $l_1 = \frac{2}{3}l$. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Два небольших шара массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,6$ кг закреплены на концах невесомого стержня AB , расположенного горизонтально на опорах C и D (см. рисунок). Длина стержня $L = 1,5$ м, а расстояние AC равно $0,2$ м. Чему равно расстояние между опорами l , если сила давления стержня на опору D в 2 раза больше, чем на опору C ? Сделайте рисунок с указанием внешних сил, действующих на систему тел «стержень и шары». Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Примеры обоснования решения задачи:

-закон сохранения импульса выполняется в ИСО в проекциях на выбранную ось, если сумма проекций внешних сил на эту ось равна нулю. Очень часто внешние силы действующие на тела перпендикулярны направлению движения.

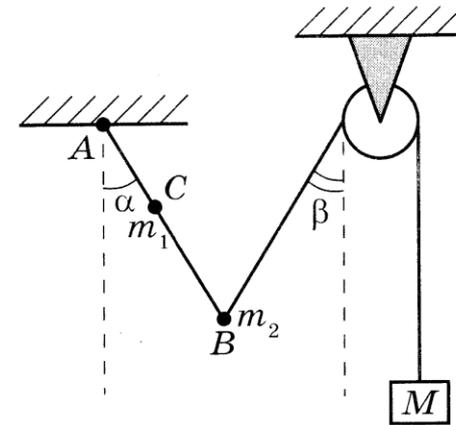
Пример: задачи 4,5.

-изменение механической энергии тела в ИСО равно работе внешних не потенциальных сил. Очень часто на тело действуют внешние потенциальные силы или непотенциальные, но они перпендикулярны направлению движения(работа этих сил равна нулю).

Пример: задачи 2,3,4,5.

Задача № 1

Невесомый стержень AB с двумя малыми грузиками массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 100$ г, расположенными в точках C и B соответственно, шарнирно закреплён в точке A . Груз массой $M = 100$ г подвешен к идеальному блоку за невесомую и нерастяжимую нить, другой конец которой соединён с нижним концом стержня, как показано на рисунке. Вся система находится в равновесии: стержень отклонён от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$, а нить составляет угол с вертикалью, равный $\beta = 30^\circ$. Расстояние $AC = b = 25$ см. Определите длину l стержня AB . Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на груз M и стержень.



Какие законы Вы использовали для описания равновесия системы? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано:

$$m_1 = 200\text{г}$$

$$m_2 = 100\text{г}$$

$$M = 100\text{г}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$AC = b = 25\text{см}$$

Найти:

$$l = AB - ?$$

СИ

$$0,2\text{кг}$$

$$0,1\text{кг}$$

$$0,1\text{кг}$$

$$0,25\text{м}$$

Обоснование:

Систему отсчета, связанную с Землёй, считаем инерциальной.

Решим задачу в этой системе отсчета.

Описываем стержень моделью твердого тела (форма и размеры тела не изменяются; расстояние между любыми двумя точками тела не изменяется).

Твердое тело (стержень остается неподвижным. Выполняются условия равновесия твердого тела в инерционной системе отсчета: условие равновесия поступательного движения и условие равновесия вращательного движения.

Сумма приложенных к твердому телу внешних сил равна нулю.

Сумма моментов этих сил относительно любых двух параллельных осей одна и та же. Пусть ось проходит перпендикулярно плоскости рисунка через точку шарнирного крепления (точку А).

Нить невесома, блок идеальный, значит модуль силы натяжения нити в любой её точке один и тот же

$$|T_1| = |T_2| = |T|$$

Решение:

Силы действующие на тело массой Mg : $M\vec{g}$ - сила тяжести, вниз; \vec{T}_1 - сила натяжения нити, вдоль нити. $|T_1| = |T|$

Согласно условию равновесия поступательного движения для тела массой M в проекции на ось Oy :

$$0 = T_1 - Mg$$

$$T_1 = Mg; T = Mg(1)$$

Силы, действующие на стержень с грузами m_1 и m_2 :

$m_1\vec{g}$ - сила тяжести груза массой m_1 , вниз; $m_2\vec{g}$ - сила тяжести груза массой m_2 , вниз; \vec{T}_2 - сила натяжения нити, вдоль нити. ($|T_2| = |T|$); \vec{F} - сила со стороны шарнира.

Согласно правилу моментов сил, относительно оси вращения, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости рисунка: $M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0$

$M_1 = F \cdot O = 0$ - момент силы F , ее плечо равно O

$M_2 = m_1 g \cdot l_1$ - момент силы $m_1 g$, ее плечо $l_1 = AC \sin \alpha$

Тогда $M_2 = m_1 g AC \sin \alpha$

$M_3 = m_2 g l_2 = m_2 g AB \sin \alpha = m_2 g l \sin \alpha$ - момент силы $m_2 g$, ее плечо $l_2 = AB \sin \alpha$

$M_4 = -T \cdot AB \sin(\alpha + \beta)$ - момент силы T , её плечо $AB \sin(\alpha + \beta) = l \sin(\alpha + \beta)$

$$M_4 = -T l \sin(\alpha + \beta)(2)$$

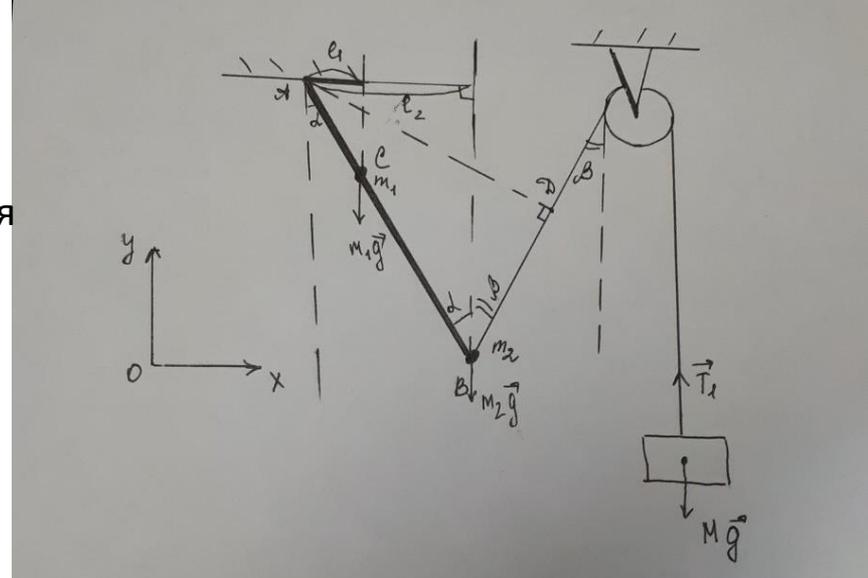
$$(1) \rightarrow (2); M_4 = -M g l \sin(\alpha + \beta)$$

Правило моментов сил имеет вид:

$$m_1 g AC \sin \alpha + m_2 g l \sin \alpha - M g l \sin(\alpha + \beta) = 0 \quad | : g; \quad m_1 AC \sin \alpha + m_2 l \sin \alpha - M l \sin(\alpha + \beta) = 0; \quad m_1 AC \sin \alpha = l(M \sin(\alpha + \beta) - m_2 \sin \alpha)$$

$$l = \frac{m_1 AC \sin \alpha}{M \sin(\alpha + \beta) - m_2 \sin \alpha} = \frac{0,2 \text{ кг} \cdot 0,25 \text{ м} \cdot \frac{1}{2}}{0,1 \text{ кг} \cdot \sin(30^\circ + 30^\circ) - 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{1}{2}} \approx 0,683 \text{ м}$$

Ответ: $\approx 0,68 \text{ м}$



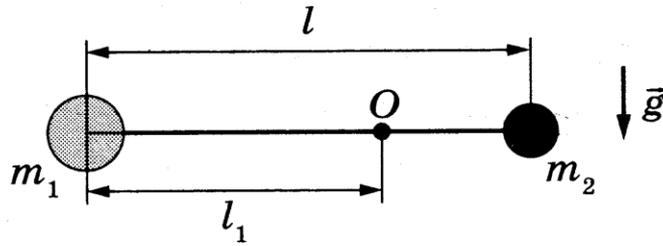
Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Критерий 1	
Верно обоснована возможность использования законов (закономерностей)	1
В обосновании возможности использования законов (закономерностей) допущена ошибка. ИЛИ Обоснование отсутствует	0
Критерий 2	
<p>Приведено полное решение, включающее следующие элементы:</p> <p>I) записаны положения теории и физические законы, закономерности, <u>применение которых необходимо</u> для решения задачи выбранным способом (в данном случае: <i>условия равновесия твёрдого тела в инерциальной системе отсчёта: равенство нулю суммы внешних сил, действующих на тело, и моментов внешних сил относительно выбранной оси вращения</i>);</p> <p>II) сделан правильный рисунок с указанием сил;</p> <p>III) описаны все вновь вводимые в решении буквенные обозначения физических величин (<i>за исключением обозначений констант, указанных в варианте КИМ, обозначений величин, используемых в условии задачи, и стандартных обозначений величин, используемых при написании физических законов</i>);</p> <p>IV) проведены необходимые математические преобразования и расчёты (подстановка числовых данных в конечную формулу), приводящие к правильному числовому ответу (допускается решение «по частям» с промежуточными вычислениями);</p> <p>V) представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины</p>	3
<p>Правильно записаны все необходимые положения теории, физические законы, закономерности, и проведены необходимые преобразования. Но имеются один или несколько из следующих недостатков.</p> <p>Записи, соответствующие пунктам II и III, представлены не в полном объёме или отсутствуют.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>В решении имеются лишние записи, не входящие в решение (возможно, неверные), которые не отделены от решения и не зачёркнуты.</p>	2

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
<p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>В необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях / вычислениях пропущены логически важные шаги.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>Отсутствует пункт V, или в нём допущена ошибка (в том числе в записи единиц измерения величины)</p>	2
<p>Представлены записи, соответствующие <u>одному</u> из следующих случаев. Представлены только положения и формулы, выражающие физические законы, применение которых необходимо для решения данной задачи, без каких-либо преобразований с их использованием, направленных на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В решении отсутствует ОДНА из исходных формул, необходимая для решения данной задачи (или утверждение, лежащее в основе решения), но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В ОДНОЙ из исходных формул, необходимых для решения данной задачи (или в утверждении, лежащем в основе решения), допущена ошибка, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла</p>	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Задача № 2

Два небольших груза массами $m_1 = 2m$ и $m_2 = m = 30$ г закреплены на невесомом жёстком стержне длиной l . Стержень может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O , расположенную между грузами (см. рисунок). Стержень удерживают в горизонтальном положении и отпускают без толчка. Найдите модуль силы \vec{F} , с которой груз m_1 действует на стержень в тот момент, когда он проходит положение равновесия. Расстояние от точки O до груза m_1 равно $l_1 = \frac{2}{3}l$. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



Дано:
 $m_1 = 2m$
 $m_2 = m = 30g$
 $l_1 = \frac{2}{3}l$

Найти:
 $l - ?$

СИ
0,03кг

Обоснование:

Систему отсчета, связанную с Землей, считаем инерциальной. Решим задачу в этой системе отсчета.

Стержень и грузы m_1 и m_2 образуют твердое тело. (формы и размеры неизменны, расстояние между любыми двумя точками тела остается неизменным). На твердое тело «стержень и грузы m_1 и m_2 » действуют внешние силы: \vec{N} - сила реакции со стороны шарнира, относительно которого вращается стержень (непотенциальная сила), $m_1\vec{g}$ и m_2g - силы тяжести грузов массами m_1 и m_2 соответственно (потенциальные силы). Согласно условию трение отсутствует, работа силы \vec{N} равна нулю. Полная механическая энергия твердого тела «стержень и грузы m_1 и m_2 » в ИСО сохраняется, так как равна работе внешних потенциальных сил. Груз массой m_1 считаем материальной точкой (размеры тела малы по сравнению с расстоянием от груза до оси вращения). Находим силу \vec{T} , с которой стержень действует на груз m_1 согласно второму закону Ньютона для m_1 . Сила \vec{F} , с которой груз m_1 действует на стержень связана с силой \vec{T} третьим законом Ньютона

Решение:

После отпущания стержня он придет в движение. Груз m_1 опускается вниз, груз m_2 поднимается вверх. Положение равновесия этой системы грузов при вертикальном расположении грузов. Потенциальная энергия грузов в начальный момент принята равной нулю.

Запишем закон сохранения механической энергии для положения равновесия:

$$O = E_{k_1} + E_{k_2} - E_{n_1} + E_{n_2}$$

Полная механическая энергия в начальный момент равна нулю (тела неподвижны и потенциальная энергия грузов принята за нуль)

$$E_{k_1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} \quad \text{- кинетическая энергия груза массой } m_1 \text{ в момент прохождения им}$$

положения равновесия.

$$E_{k_2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad \text{- кинетическая энергия груза массой } m_2 \text{ в момент прохождения им положения равновесия.}$$

$E_{n_1} = m_1 g l$ - потенциальная энергия груза m_1 в момент прохождения им положения равновесия (отрицательна, так как груз опускается вниз)

$E_{n_2} = m_2 g (l - l_1)$ - потенциальная энергия груза массой m_2 в момент прохождения им положения равновесия.

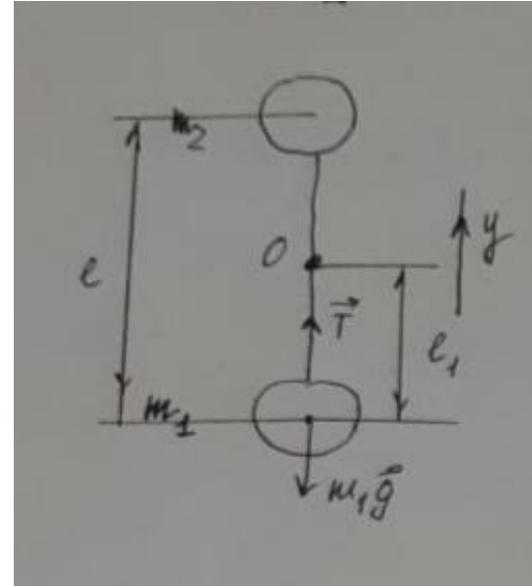
v_1, v_2 - скорости грузов массами m_1 и m_2 соответственно в момент прохождения ими положения равновесия.

$$O = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - m_1 g l + m_2 g (l - l_1), \quad \text{т.к. } m_1 = 2m, m_2 = m, l_1 = \frac{2}{3}l \quad O = \frac{2m v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} - 2mg \frac{2}{3}l + mg(l - \frac{2}{3}l); m$$

$$O = v_1^2 + \frac{v_2^2}{2} - \frac{4}{3}gl + \frac{1}{3}gl \quad O = v_1^2 + \frac{v_2^2}{2} - gl(1)$$

Так как в любой момент времени угловая скорость вращения грузов ω одинакова, то линейную скорость можно записать: $v_1 = \omega l_1$ l_1 - расстояние от груза m_1 до оси вращения

$$v_2 = \omega(l - l_1) \quad (l - l_1) \text{ - расстояние от груза } m_2 \text{ до оси вращения}$$



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{l_1}{l-l_1} = \frac{\frac{2}{3}l}{l-\frac{2}{3}l} = \frac{\frac{2}{3}l}{\frac{1}{3}l} = 2 \quad \frac{v_1}{v_2} = 2 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2} \quad (2)$$

Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось Оу для момента прохождения груза m_1 положения Равновесия

$$O_y: m_1 a_u = T - m_1 g \quad a_u = \frac{v_1^2}{l_1} \text{ - центростремительное ускорение первого груза}$$

T - сила, с которой стержень действует на первый груз.

$$m_1 \frac{v_1^2}{l_1} = T - m_1 g$$

$$\frac{v_1^2}{\frac{2}{3}l} = \frac{T}{m_1} - g; \quad v_1^2 = \frac{2}{3}l \left(\frac{T}{2m} - g \right) \quad (3)$$

(2), (3) \rightarrow (1)

$$O = \frac{9}{8} \cdot \frac{2}{3} l \left(\frac{T}{2m} - g \right) - gl \quad O = \frac{9}{8} v_1^2 - gl \quad (3) \rightarrow (4) \quad O = \frac{9}{8} \cdot \frac{2}{3} l \left(\frac{T}{2m} - g \right) - gl \Big| : l \Rightarrow O = \frac{3}{4} \left(\frac{T}{2m} - g \right) - g$$

$$O = \frac{3T}{8m} - \frac{3g}{4} - g \quad \Rightarrow \quad O = \frac{3T}{8m} - \frac{7}{4}g \quad \Rightarrow \quad \frac{3T}{8m} = \frac{7}{4}g \quad \Rightarrow \quad \frac{3T}{2m} = 7g \quad \Rightarrow \quad T = \frac{14}{3}mg$$

Согласно третьему закону Ньютона $F = T$, где F - сила, с которой груз массой m_1 действует на стержень в тот момент, когда он проходит положение равновесия

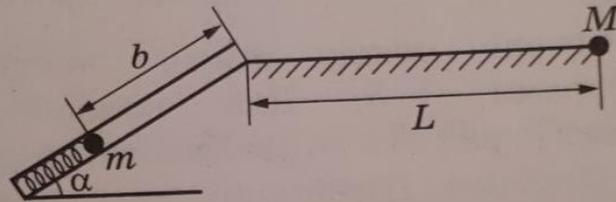
$$F = \frac{14}{3}mg$$

$$F = \frac{14}{3} \cdot 0,03 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 1,4 \text{ Н}$$

Ответ: 1,4 Н

Задача № 3

Пружинное ружьё наклонено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Энергия сжатой пружины равна 0,41 Дж. При выстреле шарик массой $m = 50$ г проходит по стволу ружья расстояние $b = 0,5$ м, вылетает и падает на расстоянии L от дула ружья в точке M , находящейся на одной высоте с дулом (см. рисунок). Найдите расстояние L . Трением в стволе и сопротивлением воздуха пренебречь.



Какие законы Вы использовали для описания движения шарика? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$E_0 = 0,41 \text{ Дж}$$

$$m = 50 \text{ г}$$

$$b = 0,5 \text{ м}$$

Найти:

$$L - ?$$

СИ:

$$0,05 \text{ кг}$$

Обоснование:

Систему отсчета, связанную с Землей считаем инерциальной. Решим задачу в этой системе отсчета.

Шарик считаем моделью материальной точки (размеры шарика малы по сравнению с размерами пружины и дальностью полета). В верхней точке ствола на шарик действует непотенциальная сила – сила реакции опоры \vec{N} и потенциальные силы – сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости $\vec{F}_{\text{уп}}$.

В каждой точке траектории сила реакции опоры \vec{N} перпендикулярна скорости шарика (перемещению шарика по стволу), поэтому работа этой силы равна нулю.

Значит полная механическая энергия шарика при его движении по стволу сохраняется, так как работы всех непотенциальных сил равна нулю.

Решение:

Согласно закону сохранения энергии для шарика $E_0 = E_k + E_n$

E_0 - потенциальная энергия сжатой пружины

$E_k = \frac{mv_0^2}{2}$ - кинетическая энергия шарика в момент вылета из дула ружья

v_0 - скорость шарика в момент вылета из дула ружья

$E_n = mgh = mgbsin \alpha$ - потенциальная энергия шарика в момент вылета из дула ружья

$h = bsin \alpha$ - перемещение шарика по вертикали при движении по стволу ружья

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2} + mgbsin \alpha \Rightarrow E_0 - mgbsin \alpha = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$v_0^2 = \frac{2(E_0 - mgbsin \alpha)}{m} \quad (1)$$

После вылета шарик стал двигаться под углом к горизонту.

Перемещение по оси Oх

$$L = v_{0x}t = v_0t \cos \alpha$$

t - время полета

$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ - проекция начальной скорости шарика на ось Oх при вылете из ружья

Так как шарик вылетает из дула ружья и падает в точке М, находящейся на одной высоте с дулом, то

координата Y по оси Oy равна нулю. $y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, y = 0$

$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ - проекция начальной скорости шарика на ось Oy при вылете из ружья

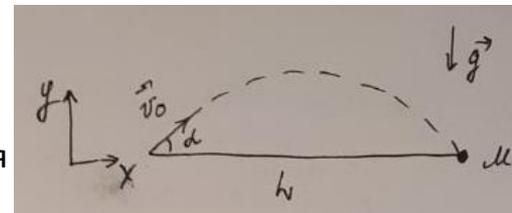
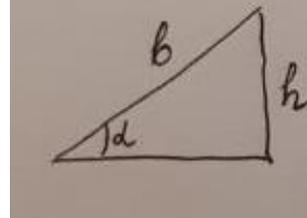
$$0 = v_0t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Расстояние $L = v_0 \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \cos \alpha; \quad 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (2)$$

(1) \rightarrow (2)

$$L = \frac{2(E_0 - mgbsin \alpha) \sin 2\alpha}{mg} \quad L = \frac{2(0,41 \text{ Дж} - 0,5 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,5 \text{ м} \cdot \frac{1}{2}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{0,05 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 0,99 \text{ м}$$



Ответ: $\approx 0,99 \text{ м}$

Задача № 4

Небольшое тело массой $M = 0,99$ кг лежит на вершине гладкой полусферы. В тело попадает пуля массой $m = 0,01$ кг, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 200$ м/с, и застревает в нём. Пренебрегая смещением тела за время удара, определите радиус полусферы, если высота, на которой тело оторвётся от поверхности полусферы, $h = 0,8$ м. Высота отсчитывается от основания полусферы. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.

Дано:

$$M = 0,99 \text{ кг}$$

$$m = 0,01 \text{ кг}$$

$$v_0 = 200 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$h = 0,8 \text{ м}$$

Найти:

R

Обоснование:

1. Рассмотрим задачу в системе отсчёта, связанной с Землёй. Будем считать эту систему отсчёта инерциальной (ИСО).
2. Тело M и пулю описываем моделью материальной точки, так как их размеры малы по сравнению с радиусом сферы.
3. Закон сохранения импульса выполняется в ИСО в проекциях на выбранную ось, если сумма проекций внешних сил на эту ось равна нулю. В данном случае выбранную ось направим горизонтально вправо, параллельно скорости \vec{v}_0 пули. Все внешние силы, действующие на пулю и на тело M , вертикальны (поверхность сферы гладкая, сила сопротивления воздуха, действующая на пулю, не играет роли, так как скорость пули по условию рассматривается НЕПОСРЕДСТВЕННО перед ударом). Следовательно, в ИСО импульс системы «пуля m + тело M », первоначально горизонтальный, сохраняется при их столкновении.
4. При движении тела M с застрявшей в нём пулей по поверхности сферы на тело M действуют потенциальная сила тяжести $(M+m)\vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{N} со стороны сферы, перпендикулярная поверхности сферы (трения нет, так как поверхность гладкая). Поэтому работа силы \vec{N} при движении тела M по поверхности сферы равна нулю. Следовательно, механическая энергия тела M при его движении по поверхности сферы сохраняется.
5. Поскольку тело M с застрявшей в нём пулей описывается моделью материальной точки, условие отрыва этого тела от поверхности сферы формулируется на основе второго закона Ньютона.

Решение:

Закон сохранения импульса связывает скорость пули перед ударом со скоростью составного тела массой $(m+M)$ сразу после удара в проекции на горизонтальную ось O_y

$$p_{Oy} = P_y$$

$p_{Oy} = m v_0$ - проекция импульса пули на горизонтальную ось O_y

$p_y = (m+M)v_1$ - проекция импульса составного тела $(m+M)$ сразу после удара на ось O_y

v_1 - проекция скорости составного тела сразу после удара на ось O_y

$$m v_0 = (m+M)v_1$$

Запишем закон сохранения механической энергии для составного тела сразу после удара и в момент отрыва от полусферы. За нулевой уровень потенциальной энергии принимаем горизонтальную поверхность, проходящую через центр полусферы.

$$E_{k_1} + E_{n_1} = E_{k_2} + E_{n_2}$$

$E_{k_1} = \frac{(m+M)v_1^2}{2}$ - кинетическая энергия составного тела сразу после удара.

$E_{n_1} = (m+M)gR$ - потенциальная энергия тела сразу после удара; R - радиус полусферы

$E_{k_2} = \frac{(m+M)v_2^2}{2}$ - кинетическая энергия составного тела в момент отрыва; v_2 - скорость составного тела в

момент отрыва

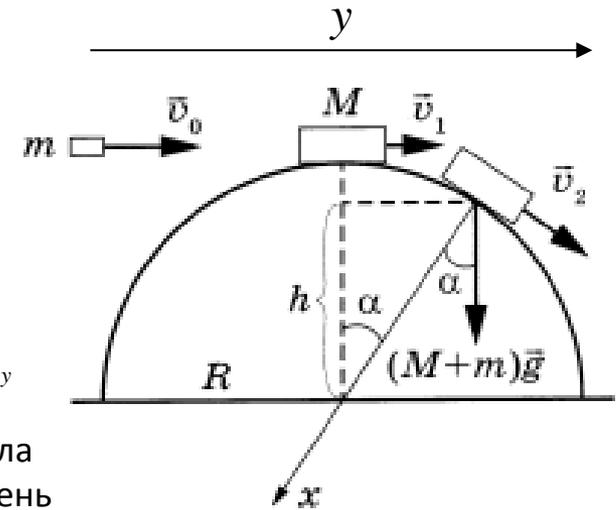
$E_{n_2} = (m+M)gh$ - потенциальная энергия составного тела в момент отрыва

$h = R \cos \alpha$ - высота точки отрыва

$E_{n_2} = (m+M)gR \cos \alpha$ угол α - между осью O_x и силой тяжести $(M+m)\vec{g}$

$$\frac{(m+M)v_1^2}{2} + (m+M)gR = \frac{(m+M)v_2^2}{2} + (m+M)gR \cos \alpha \quad | : (m+M)$$

$$\frac{v_1^2}{2} + gR = \frac{v_2^2}{2} + gR \cos \alpha$$



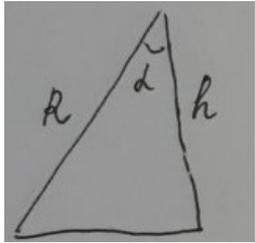
В момент отрыва сила реакции опоры обращается в нуль. Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось O_x

для составного тела в момент отрыва: $(M + m)a_y = (m + M)g \cos \alpha \quad | : (m + M)$

$$a_y = g \cos \alpha$$

$$a_y = \frac{v_2^2}{R} \quad \text{-центробежное ускорение составного тела}$$

$$\frac{v_2^2}{R} = g \cos \alpha$$



$$\cos \alpha = \frac{h}{R}$$

$$\frac{v_2^2}{R} = g \frac{h}{R}$$

$$v_2^2 = gh(2)$$

(2) \rightarrow (1)

$$\frac{v_1^2}{2} + gR = \frac{gh}{2} + gR \frac{h}{R}$$

$$\frac{v_1^2}{2} + gR = \frac{3}{2}gh(3)$$

Из закона сохранения импульса

$$v_1 = \frac{mv_0}{m+M} (4)$$

(4) \rightarrow (3)

$$\frac{m^2 v_0^2}{(m+M)^2} + gR = \frac{3}{2}gh$$

$$R = \frac{\frac{3}{2}gh - \frac{m^2 v_0^2}{(m+M)^2}}{g} \Rightarrow R = \frac{3}{2}h - \frac{m^2 v_0^2}{2g(m+M)^2}$$

$$R = \frac{3}{2} \cdot 0,8m - \frac{(0,01\text{кг})^2 \cdot (200 \frac{M}{c})^2}{2 \cdot 10 \frac{M}{c^2} (0,01\text{кг} + 0,99\text{кг})^2} = 1m$$

Ответ: 1м

Задача № 5

Снаряд массой 4 кг, летящий со скоростью 400 м/с, разрывается на две равные части, одна из которых летит в направлении движения снаряда, а другая – в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличивается на 0,5 МДж. Найдите скорость осколка, летящего по направлению движения снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Какие законы Вы использовали для описания разрыва снаряда? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Дано:

$$2m = 4 \text{ кг}$$

$$v_0 = 400 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\Delta E = 0,5 \text{ МДж}$$

Найти:

$$v_1$$

СИ:

$$0,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Обоснование

Введем инерциальную систему отсчёта, связанную с Землёй, и направим ось Ox системы координат в направлении начальной скорости движения снаряда. При описании движения снаряда и осколков используем модель материальной точки.

Для описания разрыва снаряда использован закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. В данном случае из-за отсутствия сопротивления воздуха внешней силой является только сила тяжести $m\vec{g}$, которая не равна нулю. Но этим можно пренебречь, считая время разрыва снаряда малым. За малое время разрыва импульс каждого из осколков меняется на конечную величину за счёт больших внутренних сил, разрывающих снаряд при взрыве. По сравнению с этими большими силами конечная сила тяжести пренебрежимо мала.

Так как время разрыва снаряда считаем малым, то можно пренебречь и изменением потенциальной энергии снаряда и его осколков в поле тяжести в процессе разрыва.

Решение:

Запишем закон сохранения импульса для системы «снаряд плюс осколки»

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$p_x = 2mv_0 \quad - \text{проекция импульса снаряда на ось } O_x$$

$$p_{1x} = mv_1 \quad - \text{проекция импульса осколка, движущегося вдоль оси } O_x$$

$$p_{2x} = -mv_2 \quad - \text{проекция импульса осколка, движущегося в противоположную сторону оси } O_x$$

$$2mv_0 = mv_1 - mv_2$$

$$v_1 \quad - \text{модуль скорости осколка, движущегося вдоль оси } O_x$$

$$v_2 \quad - \text{модуль скорости осколка, движущегося против оси } O_x$$

$$v_0 \quad - \text{модуль скорости снаряда до взрыва}$$

$2m$ - масса снаряда до взрыва

$$2v_0 = v_1 - v_2 \Rightarrow v_2 = v_1 - 2v_0 \quad (1)$$

Запишем закон сохранения энергии для системы «снаряд + осколки»:

$$E_k + \Delta E = E_{k_1} + E_{k_2}$$

$$E_k = \frac{2mv_0^2}{2} \quad - \text{кинетическая энергия снаряда до взрыва}$$

$$E_{k_1} = \frac{2mv_1^2}{2} \quad - \text{кинетическая энергия осколка, движущегося вперед}$$

$$E_{k_2} = \frac{2mv_2^2}{2} \quad - \text{кинетическая энергия осколка, движущегося назад}$$

$$\frac{2mv_0^2}{2} + \Delta E = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2mv_0^2 + 2\Delta E = mv_1^2 + mv_2^2 \quad \Rightarrow \quad 2mv_0^2 + 2\Delta E = mv_1^2 + m(v_1 - 2v_0)^2$$

$$2mv_0^2 + 2\Delta E = mv_1^2 + mv_1^2 - 4mv_1v_0 + 4v_0^2 \quad \Rightarrow \quad 0 = 2mv_1^2 - 4mv_1v_0 - 2\Delta E + 2mv_0^2 \quad | : 2m$$

$$0 = v_1^2 - 2v_1v_0 - \frac{\Delta E}{m} + v_0^2$$

$$D = 4v_0^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(v_0^2 - \frac{\Delta E}{m}\right) = 4v_0^2 - 4v_0^2 + \frac{4\Delta E}{m} = \frac{4\Delta E}{m} \quad v_1 = \frac{2v_0 \pm \sqrt{\frac{4\Delta E}{m}}}{2} = \frac{2v_0 \pm 2\sqrt{\frac{\Delta E}{m}}}{2}; v_1 = v_0 \pm \sqrt{\frac{\Delta E}{m}}$$

$$v_1 = 400 \frac{m}{c} + \sqrt{\frac{0,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{2k\epsilon}} = 900 \frac{m}{c}$$

$v_1 < 0$ - не имеет смысла, так как согласно условию осколок движется вперед

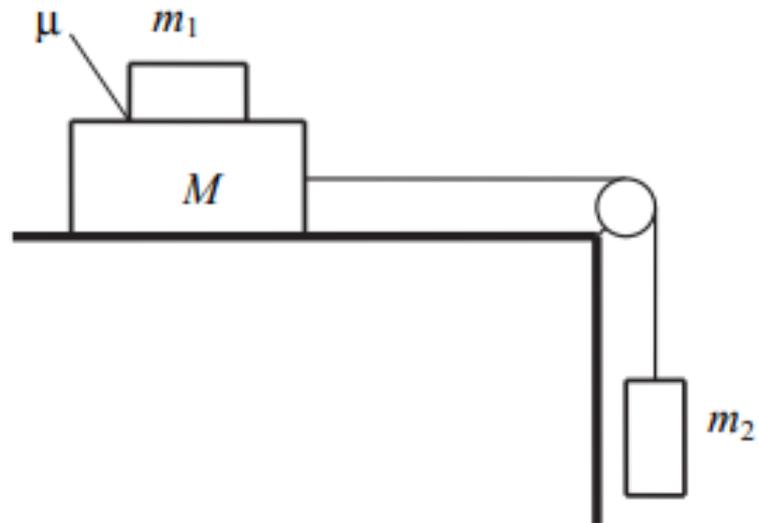
Ответ: $900 \frac{m}{c}$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Критерий 1	
Верно обоснована возможность использования законов (закономерностей). В данном случае: <i>выбор ИСО, материальная точка, условия применения закона сохранения импульса и закона сохранения энергии.</i>	1
В обосновании возможности использования законов (закономерностей) допущена ошибка. ИЛИ Обоснование отсутствует	0
Критерий 2	
<p>Приведено полное решение, включающее следующие элементы:</p> <p>I) записаны положения теории и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом (в данном случае: <i>закон сохранения импульса, закон сохранения энергии</i>);</p> <p>II) описаны все вновь вводимые в решении буквенные обозначения физических величин (<i>за исключением обозначений констант, указанных в варианте КИМ, обозначений величин, используемых в условии задачи, и стандартных обозначений величин, используемых при написании физических законов</i>);</p> <p>III) представлены необходимые математические преобразования и расчёты (подстановка числовых данных в конечную формулу), приводящие к правильному числовому ответу (допускается решение «по частям» с промежуточными вычислениями);</p> <p>IV) представлен правильный ответ с указанием единиц измерения физической величины</p>	3

<p>Правильно записаны все необходимые положения теории, физические законы, закономерности, и проведены необходимые преобразования, но имеется один или несколько из следующих недостатков.</p> <p>Записи, соответствующие пункту II, представлены не в полном объёме или отсутствуют.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>В решении имеются лишние записи, не входящие в решение (возможно, неверные), которые не отделены от решения и не зачёркнуты.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>В необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/ вычислениях пропущены логически важные шаги.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>Отсутствует пункт IV, или в нём допущена ошибка (в том числе в записи единиц измерения величины)</p>	2
<p>Представлены записи, соответствующие <u>одному</u> из следующих случаев.</p> <p>Представлены только положения и формулы, выражающие физические законы, применение которых необходимо для решения данной задачи, без каких-либо преобразований с их использованием, направленных на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В решении отсутствует ОДНА из исходных формул, необходимая для решения данной задачи (или утверждение, лежащее в основе решения), но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В ОДНОЙ из исходных формул, необходимых для решения данной задачи (или в утверждении, лежащем в основе решения), допущена ошибка, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла</p>	0
<p><i>Максимальный балл</i></p>	4

Задача № 6

Система грузов M , m_1 и m_2 , показанная на рисунке, движется из состояния покоя. Поверхность стола горизонтальная гладкая. Коэффициент трения между грузами M и m_1 $\mu = 0,2$. Грузы M и m_2 связаны лёгкой нерастяжимой нитью, которая скользит по блоку без трения. Пусть $M = 1,2$ кг, $m_1 = m_2 = m$. При каких значениях m грузы M и m_1 движутся как одно целое?



Какие законы Вы использовали для описания движения системы грузов? Обоснуйте их применимость к данному случаю. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела.

Дано:

$$M = 1,2 \text{ кг}$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\mu = 0,2$$

Найти:

m

Обоснование:

Считаем систему отсчета, связанную с Землей инерциальной. Решим задачу в этой системе отсчета.

Пока грузы массой M и m_1 движутся как одно целое, их можно считать одним твердым телом массой $(M + m)$ сложной формы.

Это тело и груз массой m_2 движутся поступательно, поэтому их движение описываем моделью материальной точки независимо от их размеров.

Движение грузов массой $(M + m)$ и m_2 в ИСО описывается вторым законом Ньютона.

Так как нить легкая и скользит по блоку без трения, то модуль силы натяжения в любой ее точке один и тот же $T_1 = T_2 = T$.

Так как нить нерастяжима, то модули ускорения тел при их прямолинейном поступательном движении одинаковы.

Груз массой m_1 покоится относительно груза массой M .

На груз m_1 действует сила трения покоя F_{mp} , удовлетворяющая условию $F_{mp} \leq \mu N_1$

Решение:

Запишем второй закон Ньютона для каждого из тел в проекциях на ось

O_x и O_y :

$$O_x: (M + m)a_1 = T_1$$

$$O_y: ma_2 = mg - T_2$$

a_1, a_2 - ускорения составного тела и груза массой m_2 соответственно

$a_1 = a_2 = a$ $T_1 = T_2 = T$ - силы натяжения нитей, действующих на грузы $(M + m)$

и m_2 соответственно

$m_2 \vec{g} = m \vec{g}$ - сила тяжести груза массой m_2

$$T_2 = mg - ma$$

$$(M + m)a = mg - ma$$

$$a(M + m + m) = mg$$

$$a = \frac{mg}{M + 2m}$$

Запишем второй закон Ньютона для груза массой m_1 в проекциях на оси O_x и O_y :

$$O_x: ma = F_{mp}$$

$$O_y: mg - N_1 = 0$$

$$mg = N_1$$

N_1 - сила реакции опоры

F_{mp} - сила трения покоя

Так как тело m_1 остается в покое, то $F_{mp} \leq \mu N_1$

$$ma \leq \mu mg \quad | : m$$

$$a \leq \mu g$$

$$\frac{mg}{M + 2m} \leq \mu g$$

$$\frac{m}{M + 2m} \leq \mu$$

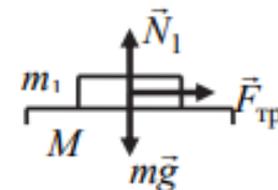
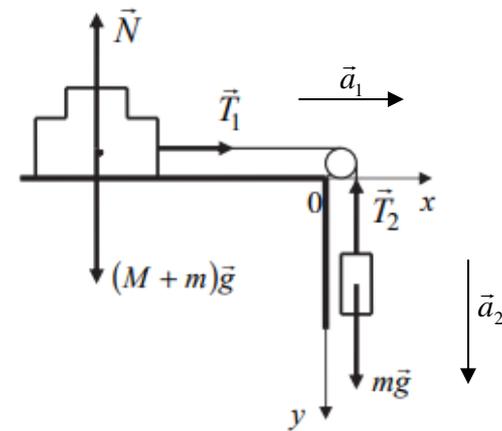
$$m \leq \mu M + 2\mu m$$

$$m - 2\mu m \leq \mu M$$

$$m(1 - 2\mu) \leq \mu M$$

$$m \leq \frac{\mu M}{1 - 2\mu}$$

$$m \leq \frac{0,2 \cdot 1,2 \text{ кг}}{1 - 2 \cdot 0,2} = 0,4 \text{ кг}$$



Ответ: $0,4 \text{ кг}$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Критерий 1	
Верно обоснована возможность использования законов (закономерностей). В данном случае: <i>выбор ИСО, материальные точки, условия равенства сил натяжения нити, действующих на тела, и равенства ускорений тел.</i>	1
В обосновании возможности использования законов (закономерностей) допущена ошибка. ИЛИ Обоснование отсутствует	0
Критерий 2	
<p>Приведено полное решение, включающее следующие элементы:</p> <p>I) записаны положения теории и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом (в данном случае: <i>второй закон Ньютона, формула для силы трения покоя</i>);</p> <p>II) описаны все вновь вводимые в решении буквенные обозначения физических величин (<i>за исключением обозначений констант, указанных в варианте КИМ, обозначений величин, используемых в условии задачи, и стандартных обозначений величин, используемых при написании физических законов</i>);</p> <p>III) представлены необходимые математические преобразования и расчёты (подстановка числовых данных в конечную формулу), приводящие к правильному числовому ответу (допускается решение «по частям» с промежуточными вычислениями);</p> <p>IV) представлен правильный ответ с указанием единиц измерения физической величины</p>	3

<p>Правильно записаны все необходимые положения теории, физические законы, закономерности, и проведены необходимые преобразования, но имеется один или несколько из следующих недостатков.</p> <p>Записи, соответствующие пункту II, представлены не в полном объёме или отсутствуют.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>В решении имеются лишние записи, не входящие в решение (возможно, неверные), которые не отделены от решения и не зачёркнуты.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>В необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>Отсутствует пункт IV, или в нём допущена ошибка (в том числе в записи единиц измерения величины)</p>	2
<p>Представлены записи, соответствующие одному из следующих случаев.</p> <p>Представлены только положения и формулы, выражающие физические законы, применение которых необходимо для решения данной задачи, без каких-либо преобразований с их использованием, направленных на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В решении отсутствует ОДНА из исходных формул, необходимая для решения данной задачи (или утверждение, лежащее в основе решения), но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В ОДНОЙ из исходных формул, необходимых для решения данной задачи (или в утверждении, лежащем в основе решения), допущена ошибка, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла</p>	0
<p><i>Максимальный балл</i></p>	4