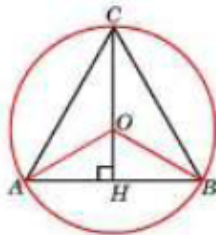
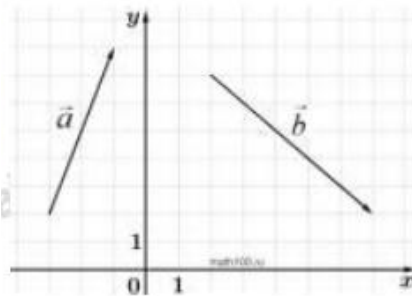


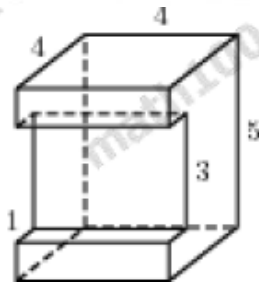
1. Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



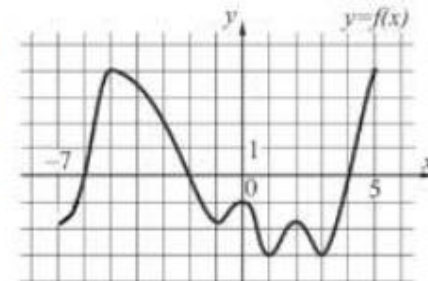
4. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

5. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

6. Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+2)}{3} = -\sqrt{3}$ . В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

7. Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{8}}^2 8$

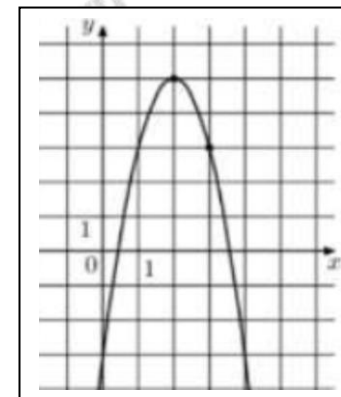
8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 5)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



9. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 150^\circ / \text{с}$ , фаза  $\varphi = -60^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

10. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

11. На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx - 3$ . Найдите  $f(8)$ .



12. Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x+5)^5 - 5x$

## 2 часть

13. а) Решите уравнение  $4^{\log_2(-\cos x)} + 2^{-1,5} \cdot 3^{\log_9(2\sin^2 x)} = 1$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

14. На рёбрах  $AB$  и  $BC$  треугольной пирамиды  $ABCD$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $AM : BM = CN : NB = 1 : 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины сторон  $DA$  и  $DC$  соответственно.

а) Докажите, что  $P$ ,  $Q$ ,  $M$  и  $N$  лежат в плоскости.

б) Найти отношение объёмов многогранников, на которые плоскость  $PQM$  разбивает пирамиду.

15. Решите неравенство:

$$\log_6(64^x + 36^x - 65 \cdot 8^x + 64) \geq 2x$$

16. Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернет банку в течение первого года кредитования?

17. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = AC = 10$ ,  $BC = 12$ . На стороне  $AB$  отметили точки  $M_1$  и  $M_2$  так, что  $AM_1 < AM_2$ . Через точки  $M_1$  и  $M_2$  провели прямые, перпендикулярные стороне  $AB$  и отсекающие от треугольника  $ABC$  пятиугольник, в который можно вписать окружность.

а) Докажите, что  $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$ .

б) Найдите площадь данного пятиугольника.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + x + |x^2 - x - 2| = y^2 + y + |y^2 - y - 2| \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет более 2 решений.

19. Есть контейнеры массой 7 тонн и 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.

а) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 24 контейнера массой 2 тонны на 15 кораблях?

б) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 18 контейнеров массой 2 тонны на 13 кораблях?

в) На каком наименьшем количестве кораблей можно увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 47 контейнеров по 2 тонны?