

Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 24

Часть 1

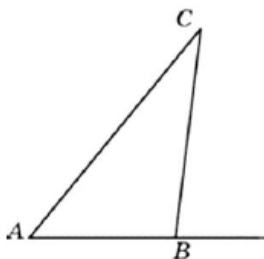
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите корень уравнения $\frac{1}{13}x^2 = 1\frac{3}{13}$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

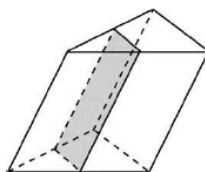
2 В группе туристов 15 человек. С помощью жребия они выбирают шестерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

3 Один из внешних углов треугольника равен 84° . Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 3:4. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.

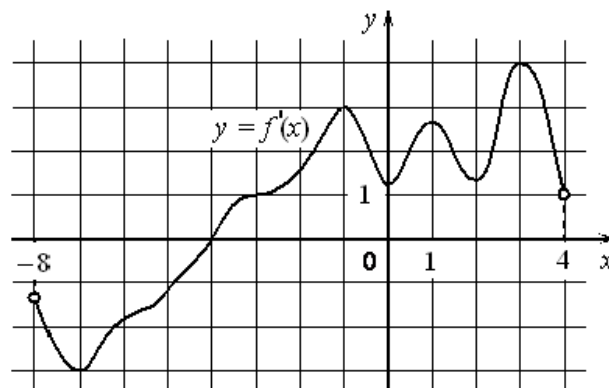


4 Найдите $\log_a(a^2b^3)$, если $\log_a b = -2$

5 Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 82, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.



6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-1; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



7 В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$ мг изотопа Z , период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

8 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 500 метров. Через 24 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 700 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

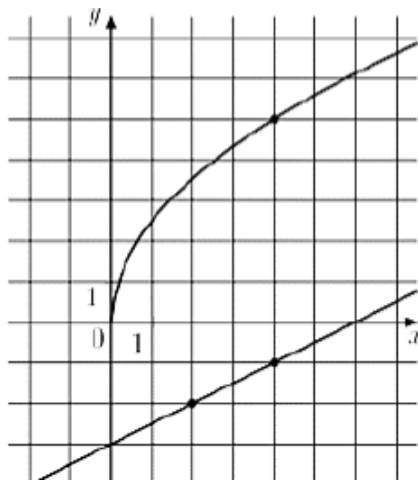
10 Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 2. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

11 Найдите наибольшее значение функции

$y = 8 \sin x - \frac{36}{\pi}x - 15$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$

9

На рисунке изображен график функции $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение: $(3 \operatorname{ctg}^2 x - 1)\sqrt{-5 \sin x} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$

13

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 4$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 3 : 1$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

14

Решите неравенство $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} < 162$

15

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t=1; 2; \dots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 25%.

В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

16

В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.

а) Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 и H — лежат на одной окружности.

б) Найдите $A_1 H$, если $BC = 2\sqrt{3}$.

17

Найдите все значения a , при которых уравнение

$$2(x^2 + ax) + \frac{1}{x^2 + ax} - 3 = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 1]$.

18

Тройку различных натуральных чисел назовём удачной, если любое число в ней хотя бы на 5 больше, чем треть суммы двух других чисел. Например, 40, 45, 50 — удачная тройка.

а) Сколько существует удачных троек, содержащих числа 50, 60 и ещё одно число, большее 60?

б) Найдётся ли удачная тройка, одно из чисел которой равно 15?

в) Какое наибольшее количество чисел от 1 до 100 включительно можно расставить по кругу так, чтобы каждое число встречалось не более одного раза и любые три подряд идущих числа образовывали удачную тройку?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.