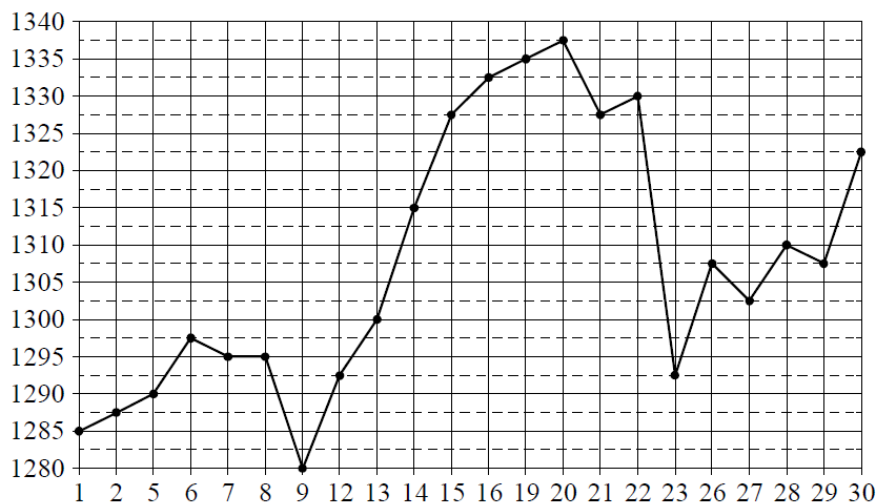


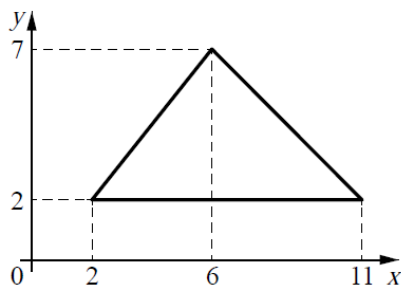
Вариант 8

1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2100 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1600 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1200 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

2 На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена золота была больше 1305 рублей за грамм.



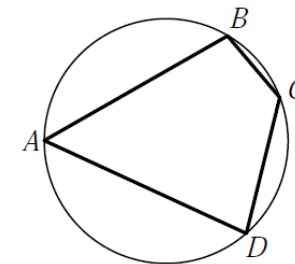
3 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



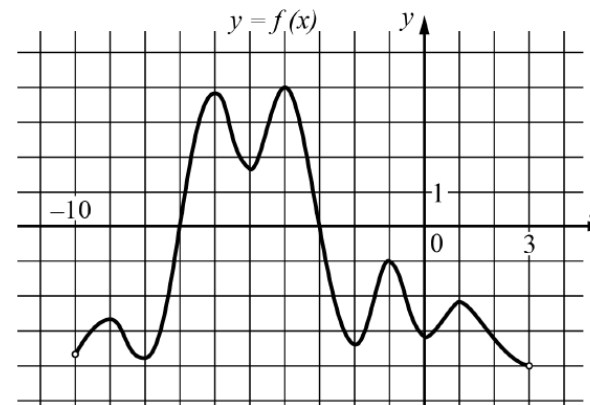
4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше девяти задач, равна 0,78. Вероятность того, что А. верно решит больше восьми задач, равна 0,87. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

5 Найдите корень уравнения $\log_3(x+4) = 3$.

6 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол BAD равен 72° . Найдите угол BCD . Ответ дайте в градусах.



7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -20$.



8 Высота конуса равна 42, а диаметр основания равен 112. Найдите образующую конуса.

9 Найдите значение выражения $\frac{16}{\sin^2 48^\circ + \sin^2 138^\circ}$.

10 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 10\,000$ км/ч². Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 100 км/ч.

11 Грузовик перевозит партию щебня массой 304 тонны, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 4 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за последний день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = e^{2x} - 6e^x - 2$$

на отрезке $[0; 2]$.

13 а) Решите уравнение $3^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, все рёбра которой равны 6. Точка N — середина бокового ребра MA , точка K делит боковое ребро MB в отношении 5:1, считая от вершины M .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки N и K параллельно прямой AD , является равнобедренной трапецией.

б) Найдите площадь этого сечения.

15 Решите неравенство $3^{\lg(x^2-1)} \geq (x+1)^{\lg 3}$.

16 Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 10$.

17 В июле планируется взять кредит на сумму 2 320 500 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ax^2 - 2(a+1)x + a + 5 \leq 0, \\ (a+1)x^2 - 2(a+2)x + a + 2 \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Пусть q — наименьшее общее кратное, а d — наибольший общий делитель натуральных чисел x и y , удовлетворяющих равенству $3x = 8y - 29$.

а) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 170?

б) Может ли $\frac{q}{d}$ быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение $\frac{q}{d}$.