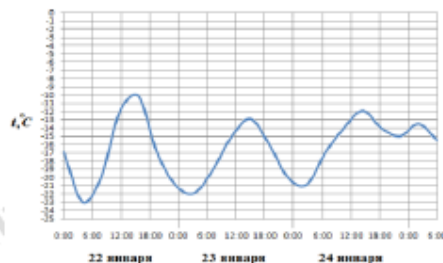


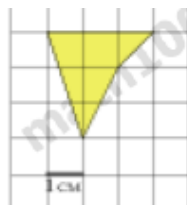
## Вариант 125 Книга 8

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 800 рублей. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 300 рублей при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 24 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

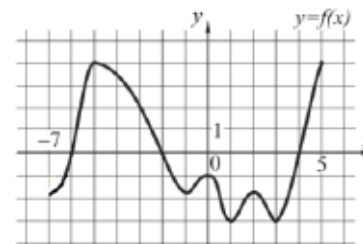


4. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,06 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

5. Решите уравнение  $\sqrt{\log_2 x + 2} = \log_2 x$ . Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их произведение.

6. Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 189. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $AECB$ .

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 5)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



8. От треугольной призмы, объем которой равен 15, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.

9. Найдите значение выражения

$$\frac{6\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) - 2\sin(5\pi - 2\alpha)}{\sin(2\alpha - \pi) - 5\cos\left(2\alpha - \frac{7\pi}{2}\right)}$$

10. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы}$$

(в  $\text{с}^{-1}$ ),  $A_0$  — постоянный параметр,  $\omega_p = 360\text{ с}^{-1}$  — резонансная частота. Найдите максимальную частоту  $\omega$ , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину  $A_0$  не более чем на 12,5%. Ответ выразите в  $\text{с}^{-1}$ .

11. Иван и Алексей договорились встретиться в N-ске. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 275 км от N-ска и едет с постоянной скоростью 75 км/ч. Иван в момент разговора находится в 255 км от N-ска и ещё должен по дороге сделать 50-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в N-ск одновременно с Алексеем?

12. Найдите точку минимума функции  $y = 2 \cos x + \sin x - x \cos x$  принадлежащую промежутку  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

13. а) Решите уравнение

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x + \cos 6x = 2$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{7}; \frac{13\pi}{3}\right]$ .

14. Два конуса имеют общее основание, причем один из них находится внутри другого. Образующие этих конусов составляют с плоскостью основания углы  $60^\circ$  и  $30^\circ$ .

а) Докажите, что вершина меньшего конуса делит высоту большего конуса в отношении  $2:1$ , считая от вершины большего конуса.

б) Найдите объем тела, заключенного между боковыми поверхностями этих конусов, если известно, что сумма высот обоих конусов равна 4.

15. Решите неравенство:

$$\log_7^2(49 - x^2) - 3 \log_7(49 - x^2) + 2 \geq 0.$$

16. Длины сторон  $AB$ ,  $AD$ ,  $BC$  и  $CD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию.

а) Докажите, что в этот четырёхугольник можно вписать окружность.

б) Найдите радиус этой окружности, если  $AB = 6$ ,  $AD = 8$ ,  $BC = 10$ ,  $CD = 12$  и  $BD = BC$ .

17. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн руб., где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	$0,1S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система 
$$\begin{cases} (x-1)(x+2) \leq 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x-y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

19. В школах №1 и №2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере два учащихся, а суммарно тест писал 51 учащийся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешел из школы №1 в школу №2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе №1 вырасти в два раза?

б) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Мог ли первоначальный балл в школе №2 равняться 1?

в) Средний балл в школе №1 вырос на 10%, средний балл в школе №2 также вырос на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе №2.