

## Ключевые проблемы преподавания геометрии в массовой школе и подготовки к итоговой аттестации

**С 1 СЕНТЯБРЯ 2022 ГОДА!**

[ФГОС, разработанные Минпросвещения России, прошли официальную регистрацию](#)



[Официальный интернет-портал правовой информации](#)



**С 1 СЕНТЯБРЯ 2022 ГОДА!**

[ФГОС, разработанные Минпросвещения России, прошли официальную регистрацию](#)



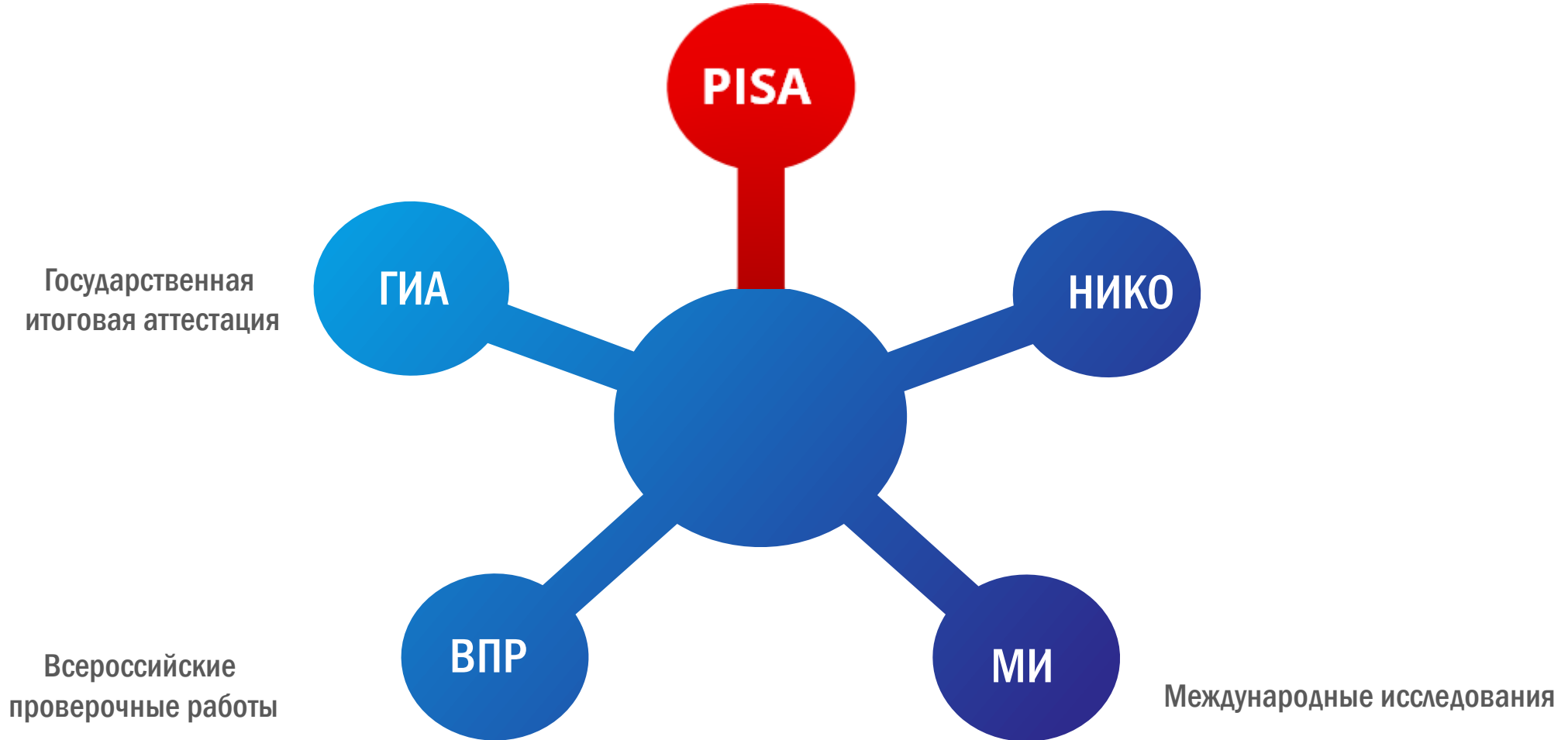
[Официальный интернет-портал правовой информации](#)



#### I. Общие положения

24. Соответствие деятельности Организации требованиям ФГОС в части содержания образования определяется результатами государственной итоговой аттестации.

Общероссийская оценка по модели PISA\*





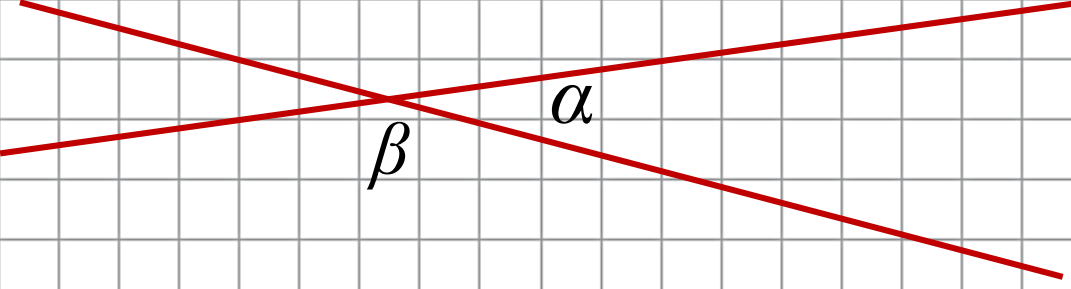


**14**

Разность двух углов, получившихся при пересечении двух прямых, равна  $20^\circ$ . Найдите больший из этих углов. Ответ дайте в градусах.

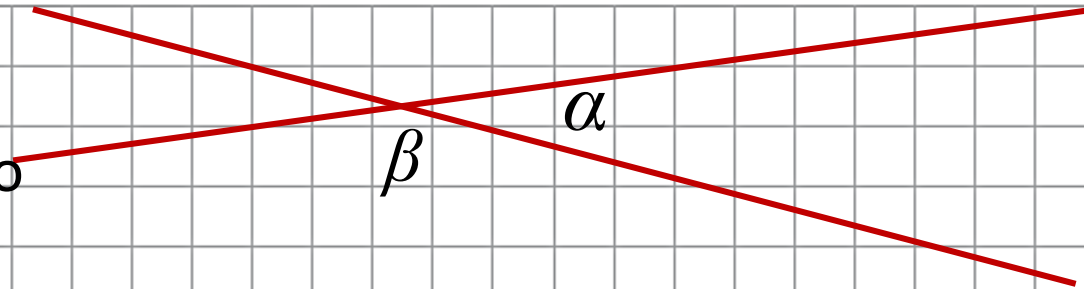
|                 |  |
|-----------------|--|
| <b>Решение:</b> |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
|                 |  |
| <b>Ответ:</b>   |  |

**14** Разность двух углов, получившихся при пересечении двух прямых, равна  $20^\circ$ . Найдите больший из этих углов. Ответ дайте в градусах.

|                 |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <b>Решение:</b> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                 |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <b>Ответ:</b>   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                 |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



- 14** Разность двух углов, получившихся при пересечении двух прямых, равна  $20^\circ$ . Найдите больший из этих углов. Ответ дайте в градусах.

|  |   |
|--|---|
| <b>Решение:</b>  |  |
| $\beta - \alpha = 20^\circ$ , следовательно<br>$\alpha = \beta - 20^\circ$ . |   |
| <b>Ответ:</b>  |   |

14

Разность двух углов, получившихся при пересечении двух прямых, равна  $20^\circ$ . Найдите больший из этих углов. Ответ дайте в градусах.

**Решение:**

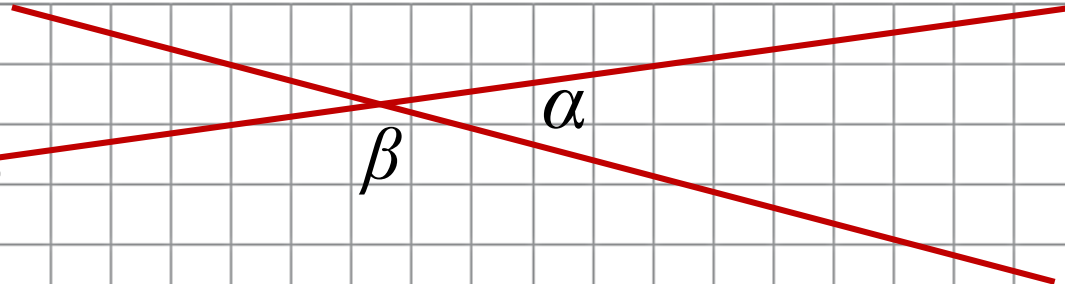
$\beta - \alpha = 20^\circ$ , следовательно

$$\alpha = \beta - 20^\circ.$$

$\beta + \alpha = 180^\circ$  (сумма смежных углов)

$2\beta - 20^\circ = 180^\circ$ , следовательно  $\beta = 100^\circ$ .

**Ответ:**  $100^\circ$



- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

## Похожая задача

**Задача 2.** Биссектриса тупого угла параллелограмма делит его сторону в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины острого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен  $60$  см.

Решение. Пусть биссектриса тупого угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  (рис. 24) пересекает сторону  $AD$  в точке  $M$ . По условию  $AM : MD = 2 : 1$ .

Углы  $ABM$  и  $CBM$  равны по условию.

Углы  $CBM$  и  $AMB$  равны как накрест лежащие при параллельных прямых  $BC$  и  $AD$  и секущей  $BM$ .

Тогда  $\angle ABM = \angle AMB$ . Следовательно, треугольник  $BAM$  – равнобедренный, откуда  $AB = AM$ .

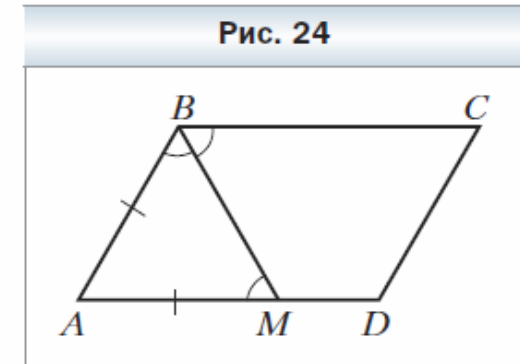
Пусть  $MD = x$  см, тогда  $AB = AM = 2x$  см,  $AD = 3x$  см. Так как противоположные стороны параллелограмма равны, то его периметр равен  $2(AB + AD)$ . Учитывая, что периметр параллелограмма равен  $60$  см, получаем:

$$2(2x + 3x) = 60;$$

$$x = 6.$$

Следовательно,  $AB = 12$  см,  $AD = 18$  см.

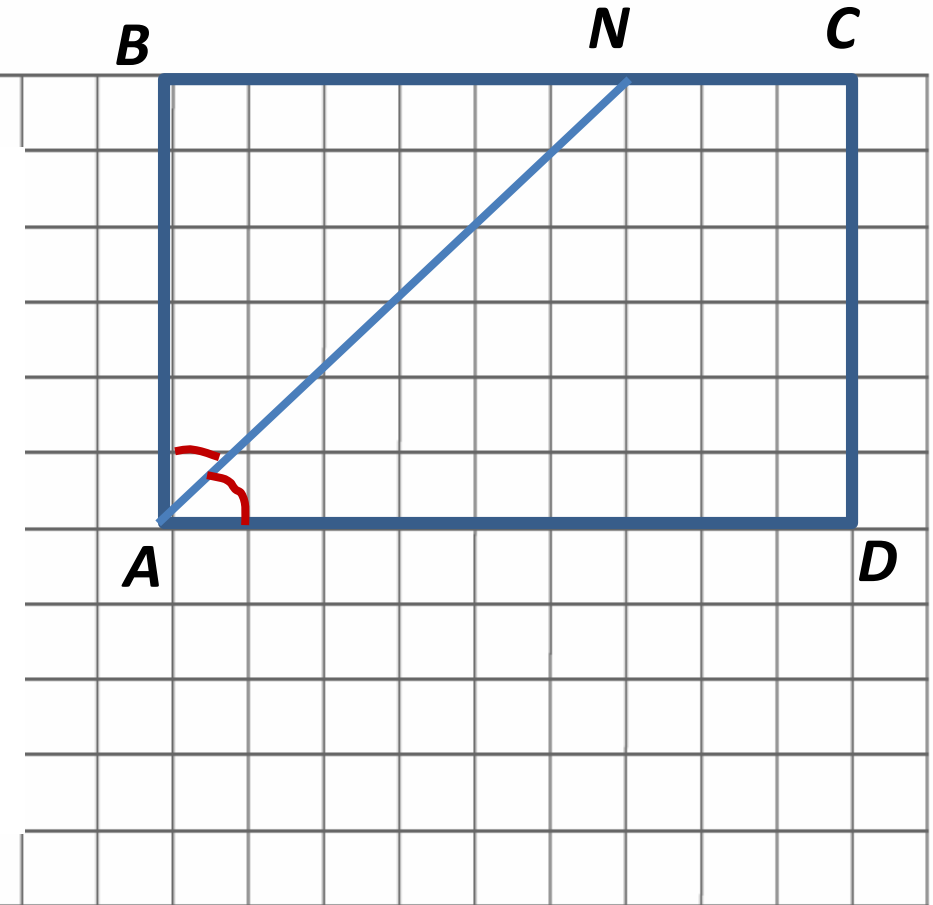
Ответ:  $12$  см,  $18$  см. ◀



- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

*Решение.*

$$BN:NC = 2:1; \angle BAN = \angle NAD; P_{ABCD} = 40 \text{ см}$$



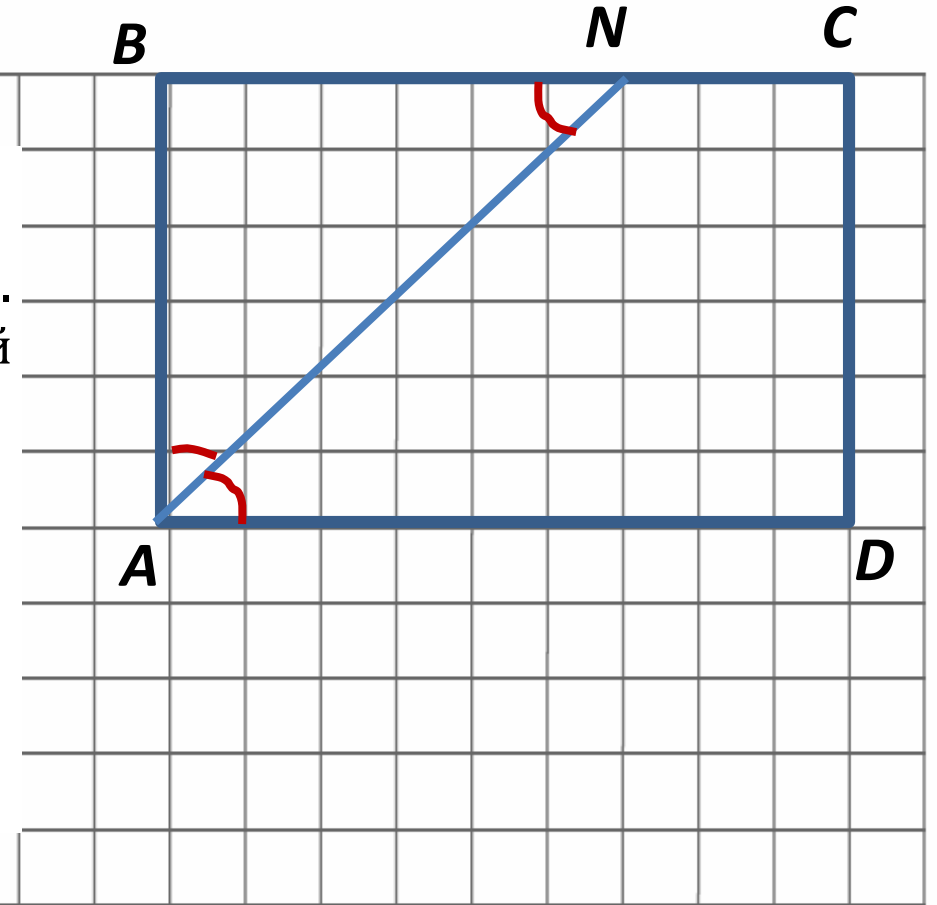
*Ответ:*

- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

*Решение.*

$$BN:NC = 2:1; \angle BAN = \angle NAD; P_{ABCD} = 40 \text{ см}$$

$\angle BNA = \angle NAD$  (накрест лежащие при  $BC \parallel AD$ , секущей  $AN$ ).  
 $\angle BAN = \angle NAD$  по условию. Значит  $\triangle ABN$  – равнобедренный  
 $AB = BN$ .



*Ответ:*

- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

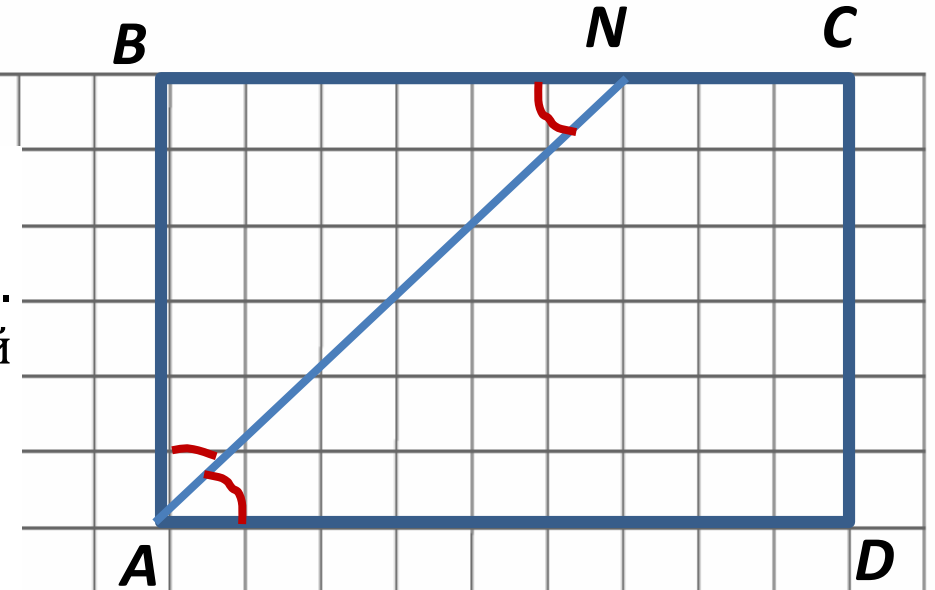
*Решение.*

$$BN:NC = 2:1; \angle BAN = \angle NAD; P_{ABCD} = 40 \text{ см}$$

$\angle BNA = \angle NAD$  (накрест лежащие при  $BC \parallel AD$ , секущей  $AN$ ).

$\angle BAN = \angle NAD$  по условию. Значит  $\triangle ABN$  – равнобедренный  
 $AB = BN$ .

Пусть  $NC = x$ , тогда  $AB = BN = 2x$ .  $BC = BN + NC = 3x$ .



*Ответ:*

- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

*Решение.*

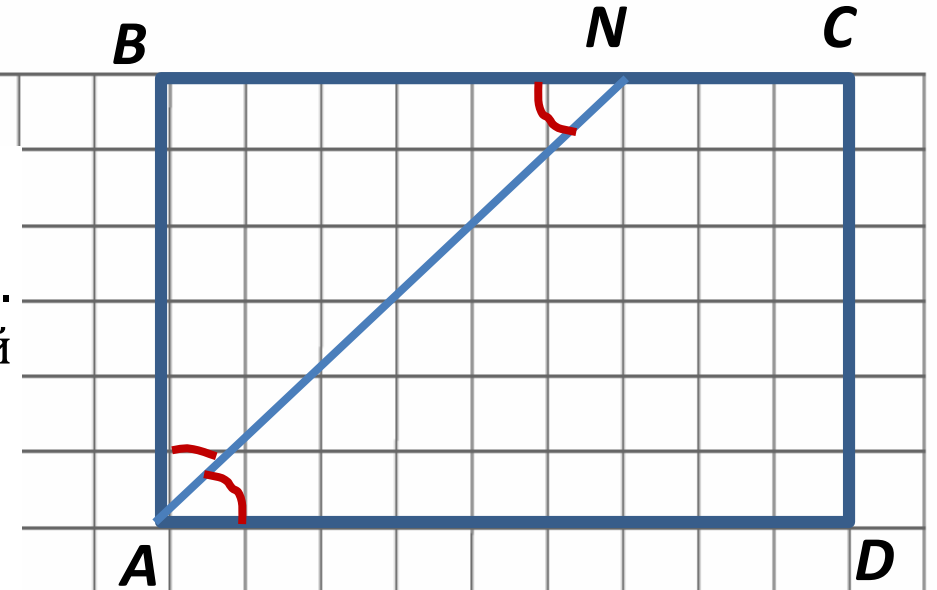
$$BN:NC = 2:1; \angle BAN = \angle NAD; P_{ABCD} = 40 \text{ см}$$

$\angle BNA = \angle NAD$  (накрест лежащие при  $BC \parallel AD$ , секущей  $AN$ ).

$\angle BAN = \angle NAD$  по условию. Значит  $\triangle ABN$  – равнобедренный  
 $AB = BN$ .

Пусть  $NC = x$ , тогда  $AB = BN = 2x$ .  $BC = BN + NC = 3x$ .

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 40 \text{ см}$$



*Ответ:*



- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

*Решение.*

$$BN:NC = 2:1; \angle BAN = \angle NAD; P_{ABCD} = 40 \text{ см}$$

$\angle BNA = \angle NAD$  (накрест лежащие при  $BC \parallel AD$ , секущей  $AN$ ).

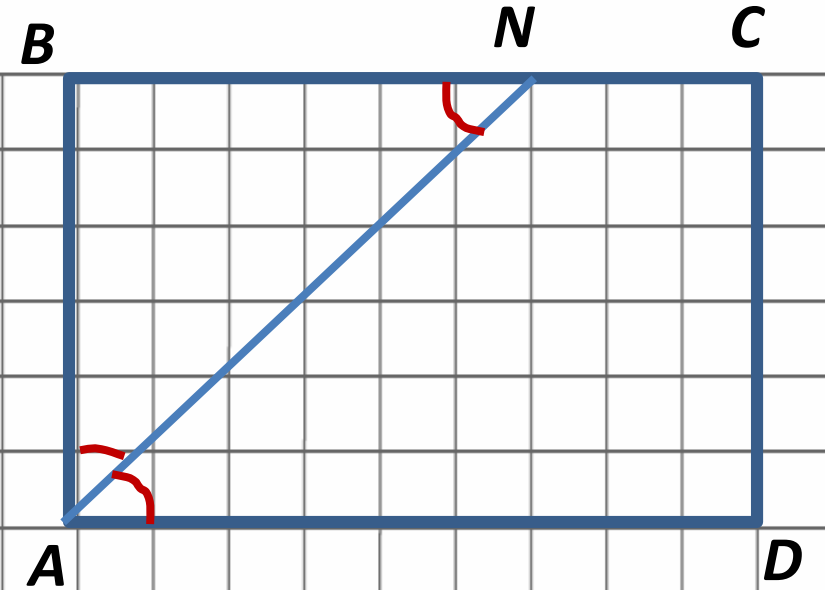
$\angle BAN = \angle NAD$  по условию. Значит  $\triangle ABN$  – равнобедренный  
 $AB = BN$ .

Пусть  $NC = x$ , тогда  $AB = BN = 2x$ .  $BC = BN + NC = 3x$ .

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 40 \text{ см}$$

$$2(2x + 3x) = 40;$$

*Ответ:*



- 14.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $N$  и делит её в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины  $B$ . Найдите сторону  $AD$ , если периметр прямоугольника равен  $40$  см.

*Решение.*

$$BN:NC = 2:1; \angle BAN = \angle NAD; P_{ABCD} = 40 \text{ см}$$

$\angle BNA = \angle NAD$  (накрест лежащие при  $BC \parallel AD$ , секущей  $AN$ ).

$\angle BAN = \angle NAD$  по условию. Значит  $\triangle ABN$  – равнобедренный  
 $AB = BN$ .

Пусть  $NC = x$ , тогда  $AB = BN = 2x$ .  $BC = BN + NC = 3x$ .

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 40 \text{ см}$$

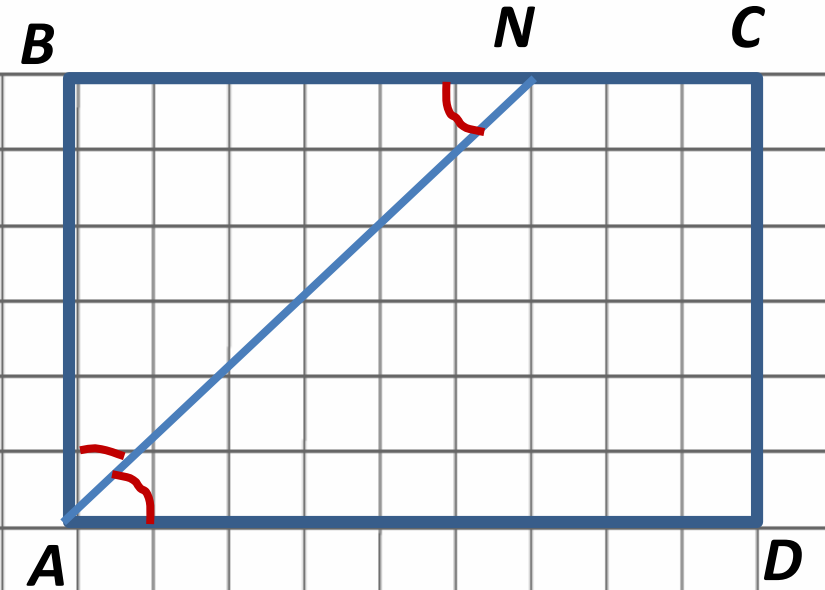
$$2(2x + 3x) = 40;$$

$$5x = 20;$$

$$x = 4.$$

$$AD = BC = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (см)}$$

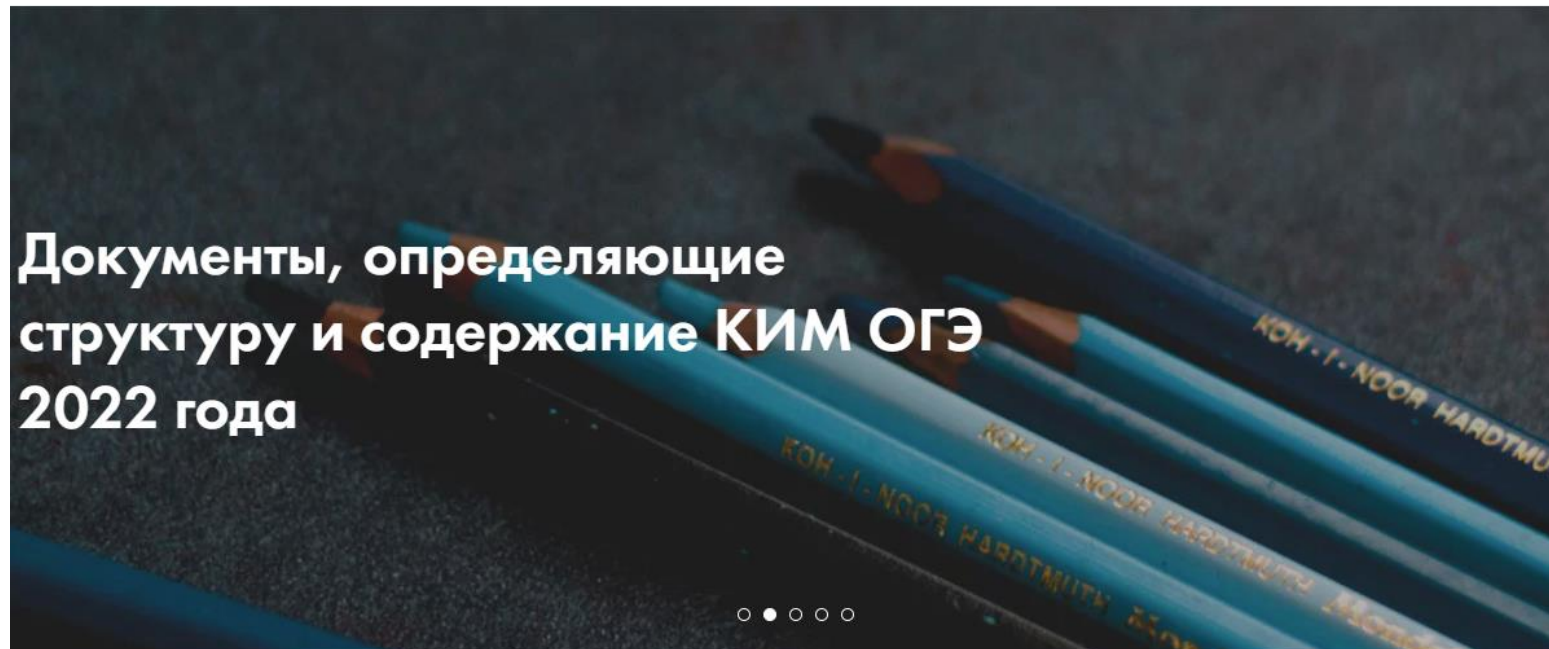
*Ответ:* 12 (см)



[Методические рекомендации обучающимся по организации индивидуальной подготовки к ОГЭ](#)



[Методические рекомендации для выпускников по самостоятельной подготовке к ЕГЭ](#)



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки  
ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

ФИПИ

О нас ▾ ЕГЭ ▾ ОГЭ ▾ ГВЭ ▾ Навигатор подготовки ▾ Методическая копилка ▾ Журнал ФИПИ Услуги ▾

Изменения в КИМ **ОГЭ 2022** года относительно КИМ ОГЭ 2021 года отсутствуют.

## Демоверсии, спецификации, кодификаторы

В данном разделе представлены проекты документов, определяющих структуру и содержание контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2022 года:

- кодификаторы проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания для проведения единого государственного экзамена;
- спецификации контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена;
- демонстрационные варианты контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена.

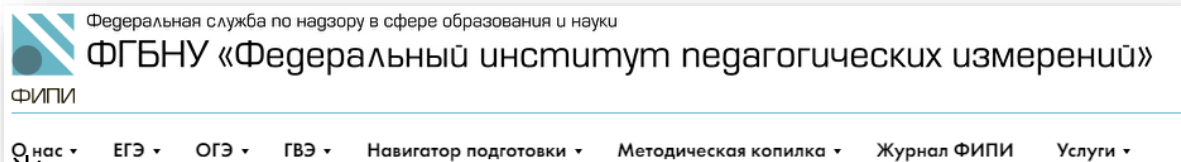
Приглашаем к общественно-профессиональному обсуждению данных материалов. Вопросы и предложения можно направлять на адрес [fiipi@fiipi.ru](mailto:fiipi@fiipi.ru) до 30 сентября 2021 г.

## Единый государственный экзамен по математике

- Демонстрационный вариант для базового уровня
- Спецификация для базового уровня
- Кодификатор требований
- Кодификатор элементов
- Демонстрационный вариант для профильного уровня
- Спецификация для профильного уровня

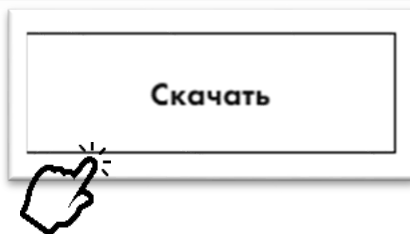
Скачать





## Единый государственный экзамен по математике

- Демонстрационный вариант для базового уровня
- Спецификация для базового уровня
- Кодификатор требований
- Кодификатор элементов
- Демонстрационный вариант для профильного уровня
- Спецификация для профильного уровня



### 10. Изменения в КИМ ЕГЭ 2022 года в сравнении с КИМ 2021 года

1. Удалено задание 2, проверяющее умение выполнять вычисления и преобразования (данное требование внесено в позицию задачи 7 в новой нумерации).
2. Добавлены задание 5, проверяющее умение выполнять действия с геометрическими фигурами, и задание 20, проверяющее умение строить и исследовать простейшие математические модели.
3. Количество заданий увеличилось с 20 до 21, максимальный балл за выполнение всей работы стал равным 21.

### ПРОФИЛЬ

### 10. Изменения в КИМ ЕГЭ 2022 года в сравнении с КИМ 2021 года

1. Удалены задания 1 и 2, проверяющие умение использовать приобретённые знания и умения в практической и повседневной жизни, задание 3, проверяющее умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.
2. Добавлены задание 9, проверяющее умение выполнять действия с функциями, и задание 10, проверяющее умение моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.
3. Внесено изменение в систему оценивания: максимальный балл за выполнение задания повышенного уровня 13, проверяющего умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, стал равен 3; максимальный балл за выполнение задания повышенного уровня 15, проверяющего умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, стал равен 2.
4. Количество заданий уменьшилось с 19 до 18, максимальный балл за выполнение всей работы стал равным 31.

## 25 заданий

|                |  |                                     |
|----------------|--|-------------------------------------|
| <b>Часть 1</b> | <b>19 заданий</b><br><i>с кратким ответом</i>    | <b>Базовый уровень</b>              |
| <b>Часть 2</b> | <b>6 заданий</b><br><i>с развернутым ответом</i> | <b>Повышенный и высокий уровень</b> |

**3 часа 55 минут (235 минут)**

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать  
не менее **8 баллов**,  
из которых **не менее 2 баллов** должны быть получены  
за решение заданий **по геометрии (задания 15–19, 23–25)**.

## Подготовка к ОГЭ по математике

*Таблица 2. Распределение заданий части 1 по разделам содержания курса математики*

| Код по КЭС | Название раздела                 | Количество заданий |
|------------|----------------------------------|--------------------|
| 1          | Числа и вычисления               | 7                  |
| 2          | Алгебраические выражения         | 1                  |
| 3          | Уравнения и неравенства          | 2                  |
| 4          | Числовые последовательности      | 1                  |
| 5          | Функции и графики                | 1                  |
| 6          | Координаты на прямой и плоскости | 1                  |
| 7          | Геометрия                        | 5                  |
| 8          | Статистика и теория вероятностей | 1                  |

*Таблица 4. Распределение заданий части 2 по разделам содержания курса математики*

| Код по КЭС | Название раздела        | Количество заданий |
|------------|-------------------------|--------------------|
| 3          | Уравнения и неравенства | 2                  |
| 5          | Функции и графики       | 1                  |
| 7          | Геометрия               | 3                  |



*Таблица 6. Распределение заданий экзаменационной работы по уровням сложности*

| Уровень сложности заданий | Количество заданий | Максимальный первичный балл |
|---------------------------|--------------------|-----------------------------|
| Базовый                   | 19                 | 19                          |
| Повышенный                | 4                  | 8                           |
| Высокий                   | 2                  | 4                           |
| Итого                     | 25                 | 31                          |

*Таблица 7. Планируемые проценты выполнения заданий части 2*

| Номер задания                 | 20    | 21    | 22   | 23    | 24    | 25   |
|-------------------------------|-------|-------|------|-------|-------|------|
| Уровень сложности             | П     | П     | П    | П     | В     | В    |
| Ожидаемые проценты выполнения | 30–50 | 15–30 | 3–15 | 30–50 | 15–30 | 3–15 |

Таблица 3

**Шкала перевода суммарного первичного балла за выполнение экзаменационной работы в отметку по пятибалльной системе оценивания**

| Отметка по пятибалльной системе оценивания | «2»   | «3»  | «4»   | «5»   |
|--|-------|--|---|---|
| Суммарный первичный балл за работу в целом | 0 – 7 | 8 – 14, не менее 2 баллов<br>получено за выполнение заданий по геометрии | 15 – 21, не менее 2 баллов<br>получено за выполнение заданий по геометрии | 22 – 31, не менее 2 баллов<br>получено за выполнение заданий по геометрии |

Рекомендуемый минимальный первичный балл для отбора обучающихся в профильные классы для обучения по образовательным программам среднего общего образования:

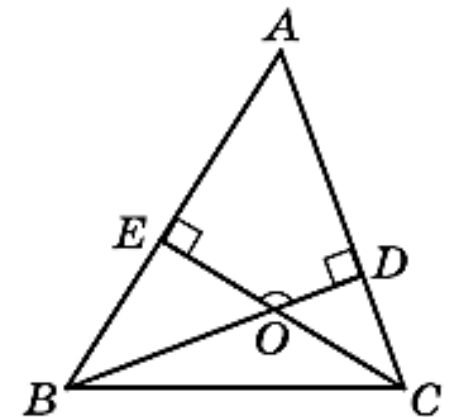
- для естественнонаучного профиля: 18 баллов, из них не менее 6 по геометрии;
- для экономического профиля: 18 баллов, из них не менее 5 по геометрии;
- для физико-математического профиля: 19 баллов, из них не менее 7 по геометрии.

## Геометрия (задания 15 – 18)

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $56^\circ$ , углы  $B$  и  $C$  — острые, высоты  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.

Решение. Поскольку в четырёхугольнике  $ADOE$  два угла прямые, сумма двух других углов равна  $180^\circ$ . Поэтому  $\angle DOE = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$ .

Ответ: 124.

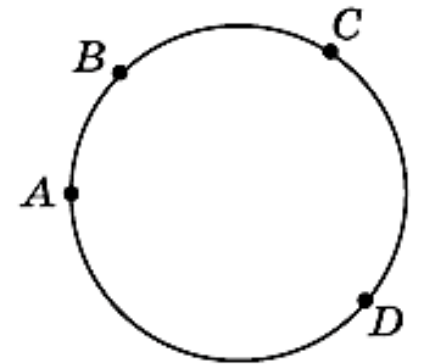


## Геометрия (задания 15 – 18)

Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , последовательно расположенные на окружности в указанном порядке, делят её на четыре дуги, градусные меры которых относятся как  $1 : 3 : 4 : 10$  (дуга  $AB$  — наименьшая). Найдите градусную меру дуги  $BD$ , содержащей точку  $C$ .

**Решение.** Обозначим градусную меру дуги  $AB$  через  $x$ . Тогда градусные меры дуг  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  равны соответственно  $3x$ ,  $4x$  и  $10x$ . В сумме эти четыре дуги составляют окружность. Поэтому  $x + 3x + 4x + 10x = 18x = 360$ , откуда  $x = 20$ . Тогда дуга  $BD = 3x + 4x = 7x = 140$ .

**Ответ:** 140.

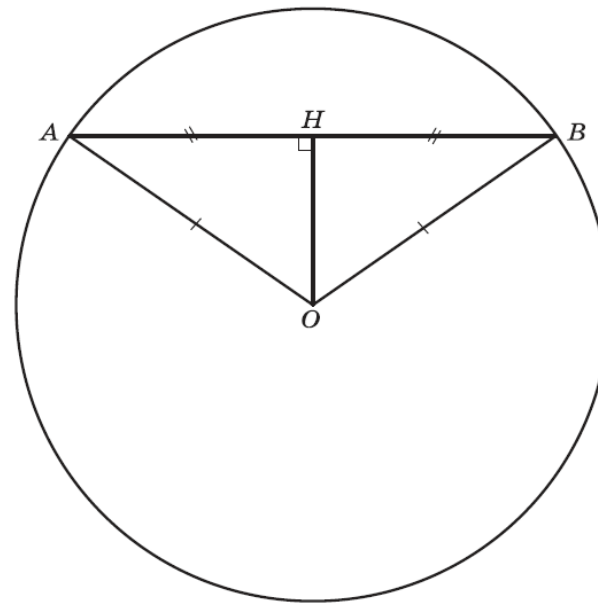


## Геометрия (задания 15 – 18)

Расстояние от центра окружности до хорды длины 24 равно 5. Найдите радиус окружности.

**Решение.** Пусть  $AB$  — данная хорда окружности с центром  $O$ . Тогда  $OA = OB = R$ . Поскольку треугольник  $OAB$  — равнобедренный, его высота  $OH$  (которая является также медианой и биссектрисой) и будет расстоянием от центра окружности до хорды. Значит,  $OH = 5$ ,  $AH = 12$ , а искомый радиус  $OA$  находится по теореме Пифагора для треугольника  $OHA$  и будет равен  $\sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{25 + 144} = 13$ .

**Ответ:** 13.

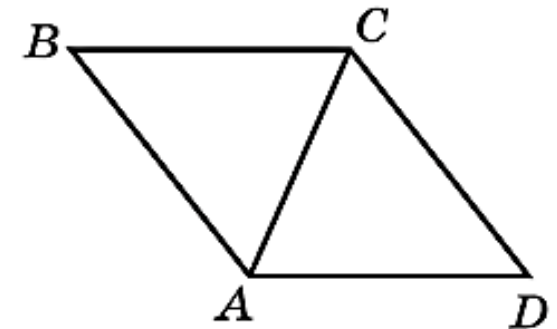


Геометрия (задания 15 – 18)

Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы  $111^\circ$  и  $11^\circ$ . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Решение.** Рассмотрим параллелограмм  $ABCD$ , в котором  $\angle BAC = 111^\circ$ ,  $\angle CAD = 11^\circ$ . Тогда  $\angle BAD = \angle BAC + \angle DAC = 111^\circ + 11^\circ = 122^\circ$ . Следовательно,  $\angle ABC = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$ . Значит, меньший угол параллелограмма равен  $58^\circ$ .

**Ответ:** 58.

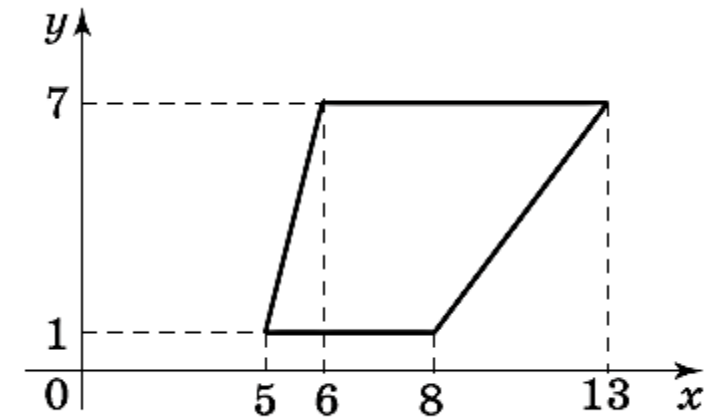


## Геометрия (задания 15 – 18)

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

**Решение.** Основания трапеции равны 3 и 7, высота равна 6. Поэтому искомая площадь равна  $\frac{1}{2}(3 + 7) \cdot 6 = 30$ .

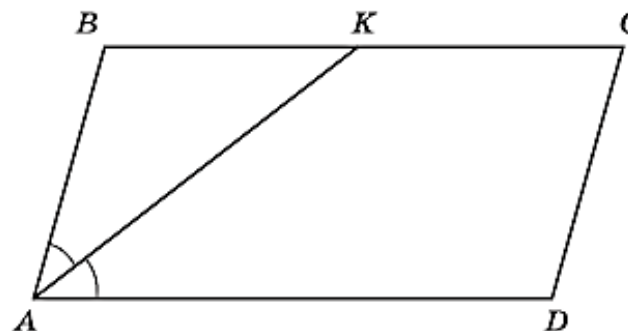
**Ответ:** 30.



## Часть 2

Геометрические задания нередко вызывают затруднения экзаменуемых. Здесь требуется аккуратный чертёж, обоснование полученного факта, вычисления. Задания части 2 относятся к заданиям повышенного и высокого уровня сложности, поэтому ожидать на этом месте задачу, в которой используется только один геометрический факт, не стоит. Это задания, при выполнении которых нужно будет решить несколько геометрических задач.

Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 6$ ,  $CK = 11$ .



Решение. Углы  $BKA$  и  $KAD$  равны как накрест лежащие при параллельных прямых  $BC$  и  $AD$  и секущей  $AK$ ,  $AK$  — биссектриса угла  $BAD$ , следовательно,  $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$ . Значит, треугольник  $ABK$  равнобедренный и  $AB = BK = 6$ . Периметр параллелограмма со сторонами 6 и 17 равен 46.

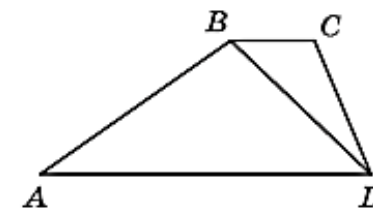
Ответ: 46.

Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 6 и 24,  $BD = 12$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.

Доказательство. В треугольниках  $ADB$  и  $DBC$  углы  $ADB$  и  $DBC$  равны как накрест лежащие при параллельных прямых  $AD$  и  $BC$  и секущей  $BD$ , кроме того,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 2.$$

Поэтому указанные треугольники подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.





В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$  ,  $BC = 8$  . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

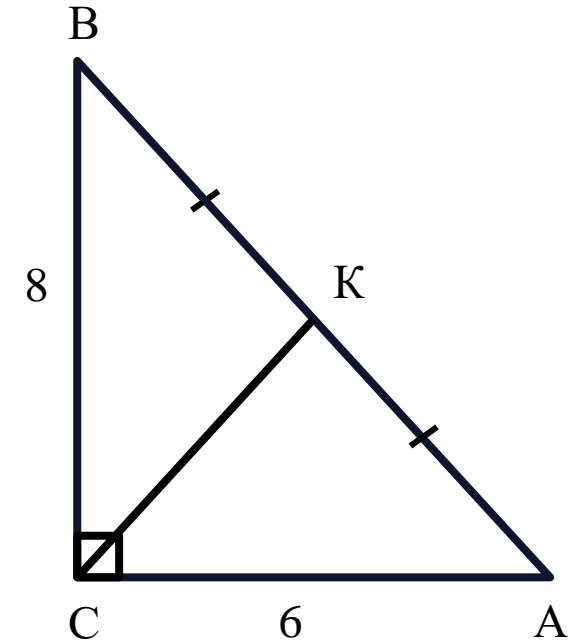
**Дано:**

$\triangle ABC$  – прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ ,

$AC = 6$ ,  $BC = 8$ ,

$CK$  – медиана  $\triangle ABC$ .

**Найти:**  $CK$



В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

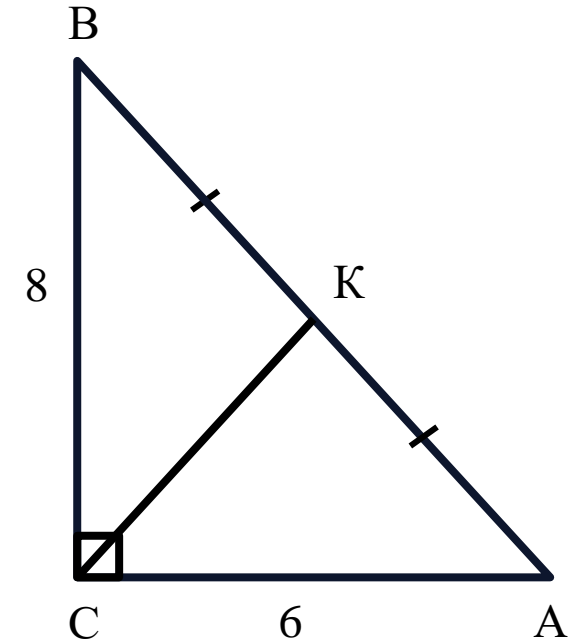
**Дано:**

$\triangle ABC$  – прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ ,

$AC = 6$ ,  $BC = 8$ ,

$CK$  – медиана  $\triangle ABC$ .

**Найти:**  $CK$



**§7. Пункт 19.** Медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы. (Геометрия 7. В. Ф. Бутузov)

**§11. Пункт 107. Задача 53.** Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, разбивает его на два равнобедренных треугольника. (Геометрия 7 – 9. А.В. Погорелов)

**Глава V. §3. Задача 404.** Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы. (Геометрия 7 – 9. Л.С. Атанасян)

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

**Дано:**

$\triangle ABC$  – прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ ,

$AC = 6$ ,  $BC = 8$ ,

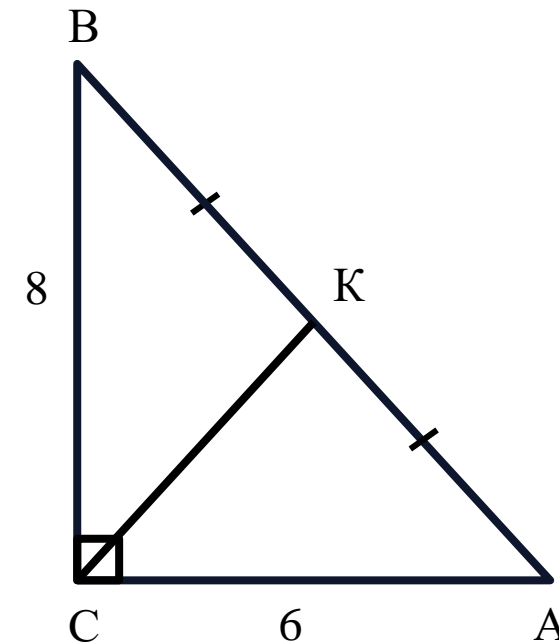
$CK$  – медиана  $\triangle ABC$ .

**Найти:**  $CK$

**Решение.**

Найдем гипотенузу  $AB$  по теореме Пифагора:

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = 10.$$



В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны катеты:  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите медиану  $CK$  этого треугольника.

**Дано:**

$\triangle ABC$  – прямоугольный,  $\angle C = 90^\circ$ ,

$AC = 6$ ,  $BC = 8$ ,

$CK$  – медиана  $\triangle ABC$ .

**Найти:**  $CK$

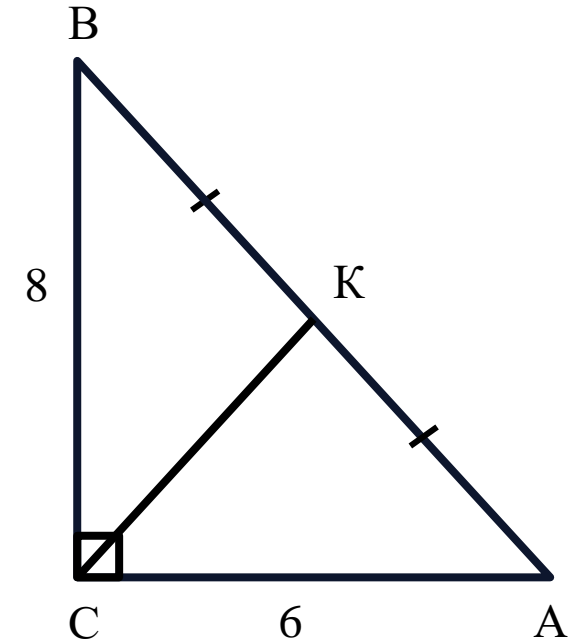
**Решение.**

Найдем гипотенузу  $AB$  по теореме Пифагора:

$$AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = 10.$$

$$CK = \frac{1}{2}AB = 5.$$

Ответ. 5



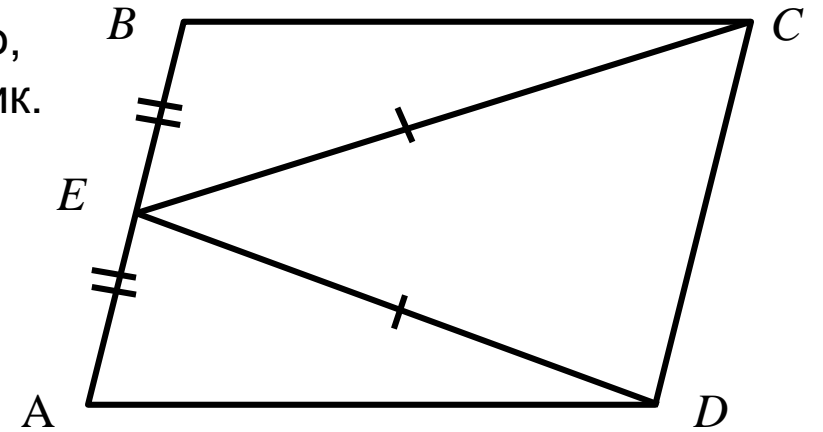
В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

**Дано:**

$ABCD$  — параллелограмм,  $AE = BE$ ,  $EC = ED$ ,

**Доказать:**  $ABCD$  — прямоугольник.



В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

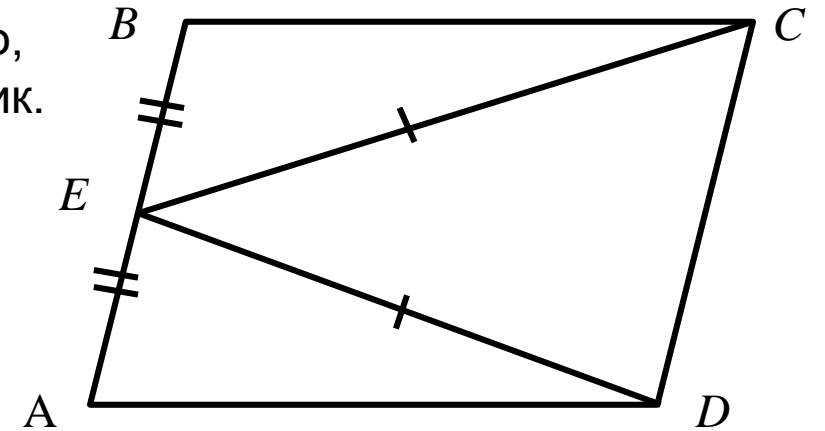
**Дано:**

$ABCD$  — параллелограмм,  $AE = BE$ ,  $EC = ED$ .

**Доказать:**  $ABCD$  — прямоугольник.

**Доказательство:**

$\triangle BEC = \triangle AED$  по трем сторонам ( $AE = BE$ ,  $EC = ED$  по условию,  $BC = AD$  по свойству параллелограмма).





В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

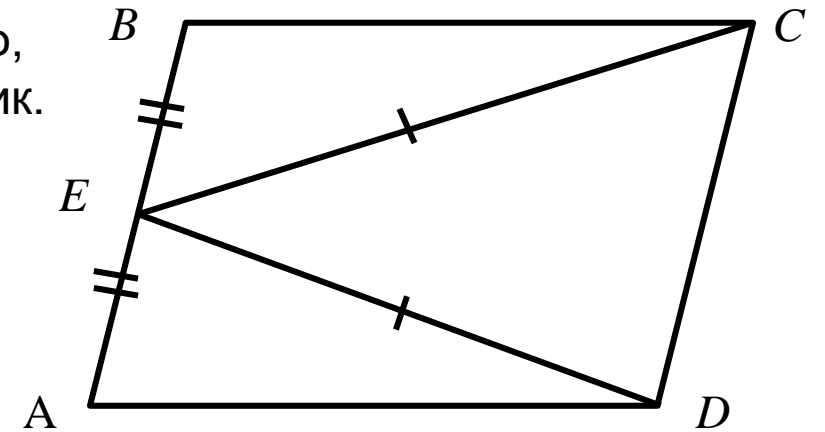
**Дано:**

$ABCD$  — параллелограмм,  $AE = BE$ ,  $EC = ED$ .

**Доказать:**  $ABCD$  — прямоугольник.

**Доказательство:**

$\triangle BEC = \triangle AED$  по трем сторонам ( $AE = BE$ ,  $EC = ED$  по условию,  $BC = AD$  по свойству параллелограмма). Следовательно  $\angle CBE = \angle DAE$ . Так как  $\angle CBE + \angle DAE = 180^\circ$ , то  $\angle CBE = \angle DAE = 90^\circ$ . Значит  $ABCD$  — прямоугольник.

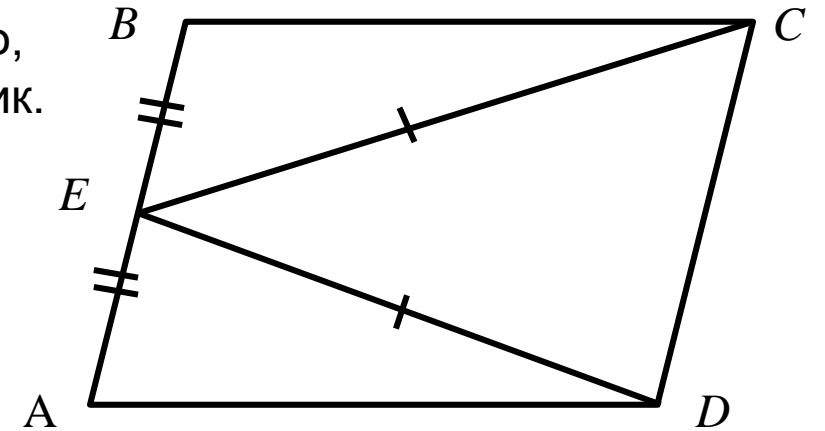


В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $EC = ED$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

**Дано:**

$ABCD$  — параллелограмм,  $AE = BE$ ,  $EC = ED$ .

**Доказать:**  $ABCD$  — прямоугольник.



**Доказательство:**

$\triangle BEC = \triangle AED$  по трем сторонам ( $AE = BE$ ,  $EC = ED$  по условию,  $BC = AD$  по свойству параллелограмма). Следовательно  $\angle CBE = \angle DAE$ . Так как  $\angle CBE + \angle DAE = 180^\circ$ , то  $\angle CBE = \angle DAE = 90^\circ$ . Значит  $ABCD$  — прямоугольник.

■ **Пункт 54** (Геометрия 7 – 9. А.В. Погорелов)

24. Докажите, что если у параллелограмма все углы равны, то он является прямоугольником.
25. Докажите, что если в параллелограмме хотя бы один угол прямой, то он является прямоугольником.
26. Докажите, что если у параллелограмма диагонали равны, то он является прямоугольником.

*Четырёхугольники*

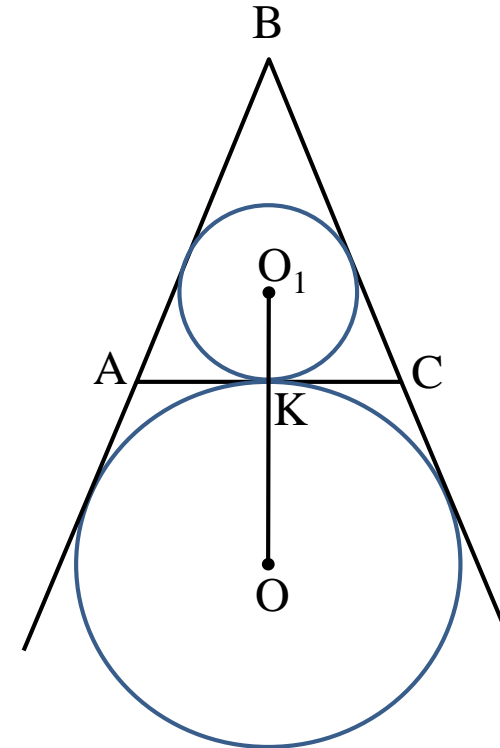
Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно  $12$ . Окружность радиусом  $8$  с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Дано:**

$\triangle ABC$  – равнобедренный, основание  $AC = 12$ ,  $OK = 8$ .

**Найти:**  $O_1K$ .

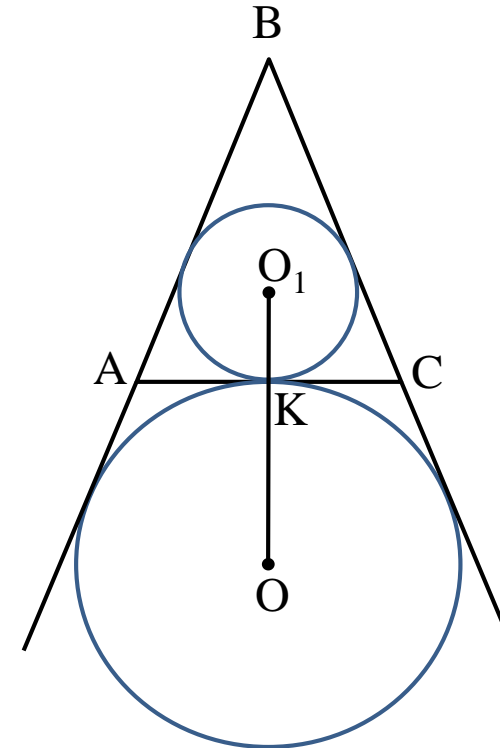


Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Дано:**

$\triangle ABC$  – равнобедренный, основание  $AC = 12$ ,  $OK = 8$ .

**Найти:**  $O_1K$ .



### Теорема

5.2

Центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.

(Геометрия 7 – 9. А.В. Погорелов)

Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

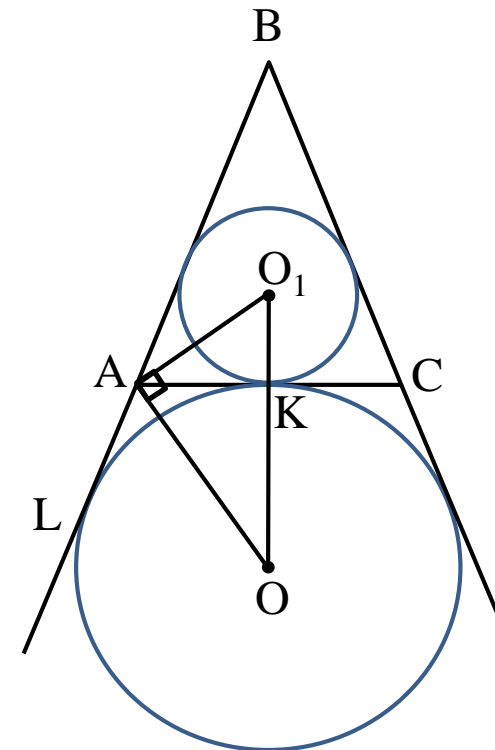
**Дано:**

$\triangle ABC$  – равнобедренный, основание  $AC = 12$ ,  $OK = 8$ .

**Найти:**  $O_1K$ .

**Решение:**

$AO_1$  – биссектриса  $\angle BAC$ ,  $AO$  – биссектриса  $\angle LAC$ .  $\angle BAC$  и  $\angle LAC$  – смежные, значит  $\angle OAO_1 = 90^\circ$ .



### Теорема

5.2

Центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.

(Геометрия 7 – 9. А.В. Погорелов)

Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Дано:**

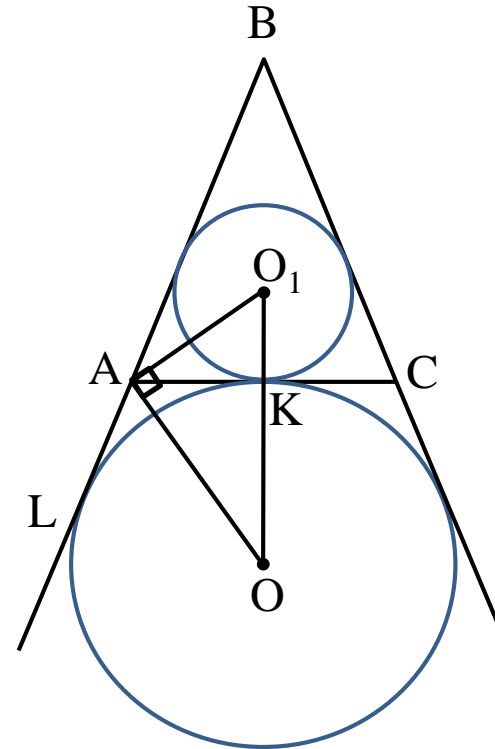
$\triangle ABC$  – равнобедренный, основание  $AC = 12$ ,  $OK = 8$ .

**Найти:**  $O_1K$ .

**Решение:**

$AO_1$  – биссектриса  $\angle BAC$ ,  $AO$  – биссектриса  $\angle LAC$ .  $\angle BAC$  и  $\angle LAC$  – смежные, значит  $\angle OAO_1 = 90^\circ$ .

$BK$  – биссектриса, высота и медиана, следовательно  $AK = KC = 6$ .



Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Дано:**

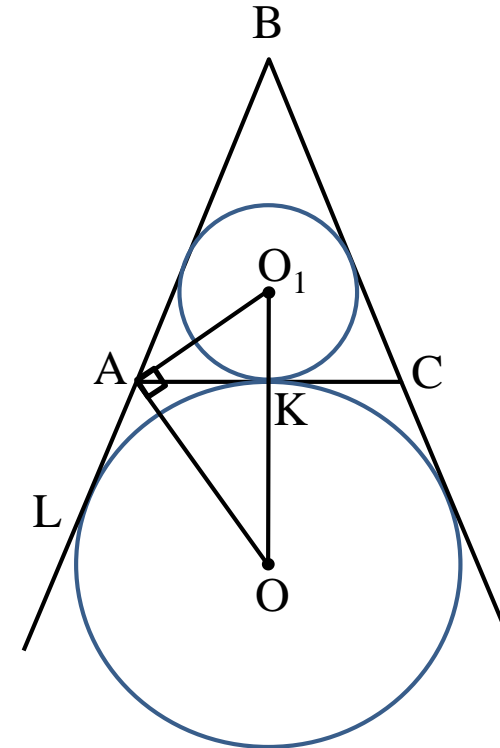
$\triangle ABC$  – равнобедренный, основание  $AC = 12$ ,  $OK = 8$ .

**Найти:**  $O_1K$ .

**Решение:**

$AO_1$  – биссектриса  $\angle BAC$ ,  $AO$  – биссектриса  $\angle LAC$ .  $\angle BAC$  и  $\angle LAC$  – смежные, значит  $\angle OAO_1 = 90^\circ$ .

$BK$  – биссектриса, высота и медиана, следовательно  $AK = KC = 6$ .



**1<sup>o</sup>.** Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.

(Геометрия 7 – 9. Л.С. Атанасян)



Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Дано:**

$\triangle ABC$  – равнобедренный, основание  $AC = 12$ ,  $OK = 8$ .

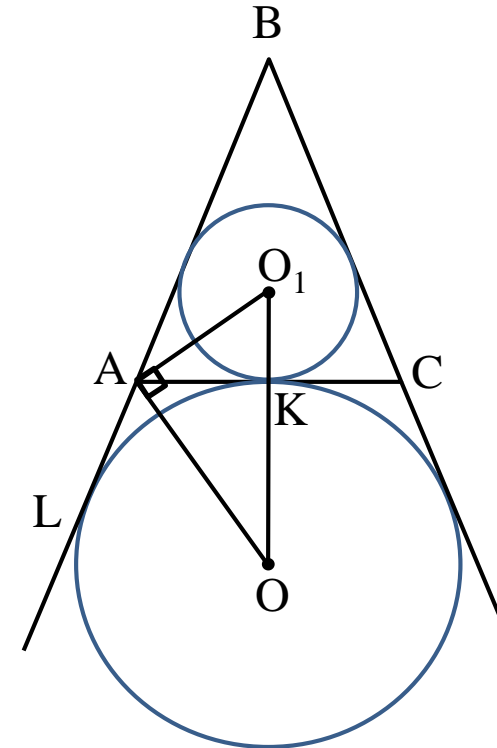
**Найти:**  $O_1K$ .

**Решение:**

$AO_1$  – биссектриса  $\angle BAC$ ,  $AO$  – биссектриса  $\angle LAC$ .  $\angle BAC$  и  $\angle LAC$  – смежные, значит  $\angle OAO_1 = 90^\circ$ .

$BK$  – биссектриса, высота и медиана, следовательно  $AK = KC = 6$ .

$\triangle OAO_1$  – прямоугольный,  $AK^2 = O_1K \cdot OK$ ,



**1<sup>o</sup>.** Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.

(Геометрия 7 – 9. Л.С. Атанасян)

Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Дано:**

$\triangle ABC$  – равнобедренный, основание  $AC = 12$ ,  $OK = 8$ .

**Найти:**  $O_1K$ .

**Решение:**

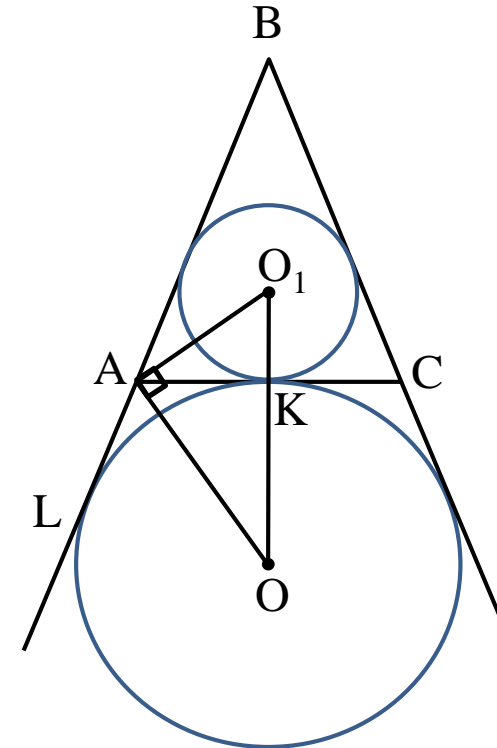
$AO_1$  – биссектриса  $\angle BAC$ ,  $AO$  – биссектриса  $\angle LAC$ .  $\angle BAC$  и  $\angle LAC$  – смежные, значит  $\angle OAO_1 = 90^\circ$ .

$BK$  – биссектриса, высота и медиана, следовательно  $AK = KC = 6$ .

$\triangle OAO_1$  – прямоугольный,  $AK^2 = O_1K \cdot OK$ ,

$$O_1K = \frac{AK^2}{OK} = \frac{36}{8} = 4,5.$$

**Ответ:** 4,5



# Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2021 года

Русский язык

**Математика**

Физика

Химия

Информатика и ИКТ

Биология

История

География

Обществознание

Литература

Иностранный язык



## Единый государственный экзамен по математике

Скачать



## 18 заданий

|                |                  |   |
|----------------|------------------|---|
| <b>Часть 1</b> | <b>6 заданий</b> | <b>Базовый уровень с кратким ответом</b>        |
|                | <b>5 заданий</b> | <b>Повышенный уровень с кратким ответом</b>     |
| <b>Часть 2</b> | <b>5 заданий</b> | <b>Повышенный уровень с развернутым ответом</b> |
|                | <b>2 задания</b> | <b>Высокий уровень с развернутым ответом</b>    |

**3 часа 55 минут (235 минут)**

**Максимальное количество первичных баллов – 31 балл.**

**Задания 1–11 по 1 баллу,**

**Задания 12, 14, 15 – максимально по 2 балла,**

**Задания 13 и 16 – максимально по 3 балла,**

**Задания 17 и 18 – максимально по 4 балла.**

| Номер задания | Проверяемые требования (умения)   | Коды проверяемых требований к уровню подготовки (по кодификатору) | Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания | Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне (в мин.) | Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне (в мин.) |
|---------------|---|---|---|---------------------------|---|---|--|
| 12            | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.1–2.3   | 2.1, 2.2  | П                         | 2                                       | 20  | 10   |
| 13            | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 4.2, 4.3, 5.2, 5.3  | 5.2–5.6   | П                         | 3                                       | 40  | 20   |
| 14            | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.3   | 2.1, 2.2  | П                         | 2                                       | 30  | 15   |
| 15            | Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1, 6.3  | 1.1, 2.1.12   | П                         | 2                                       | 30  | 25   |
| 16            | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами                     | 4.1, 4.3, 5.2, 5.3  | 5.1, 5.5  | П                         | 3                                       | –   | 35   |
| 17            | Уметь решать уравнения и неравенства  | 2.1–2.3, 5.1  | 2.1, 2.2, 3.1–3.3                                       | В                         | 4                                       | –   | 35   |
| 18            | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели                                      | 5.1, 5.3  | 1.1–1.4, 2.1–2.2, 3.1–3.3                               | В                         | 4                                       | –   | 40   |

## Демонстрационный вариант ЕГЭ 2022 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс. Профильный уровень.

13

Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеют длину 6. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $AA_1$  и  $A_1C_1$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $BM$  и  $MN$  перпендикулярны.
- б) Найдите угол между плоскостями  $BMN$  и  $ABB_1$ .

16

Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй – в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .

- а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.
- б) Найдите площадь треугольника  $AKB$ , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

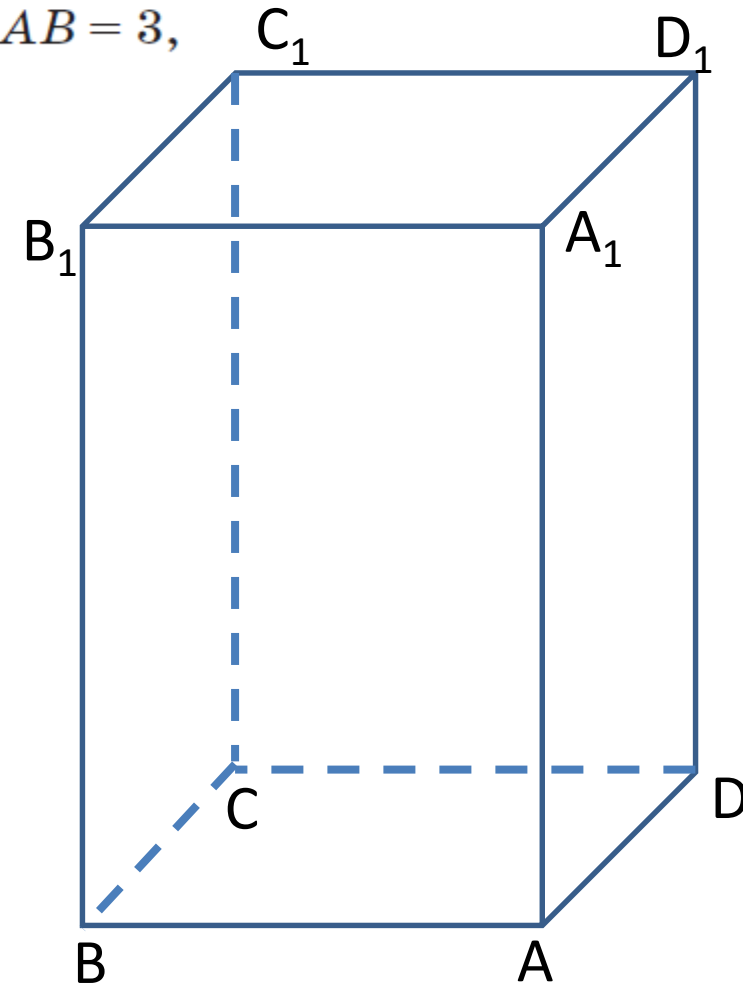
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- а) Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- б) Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

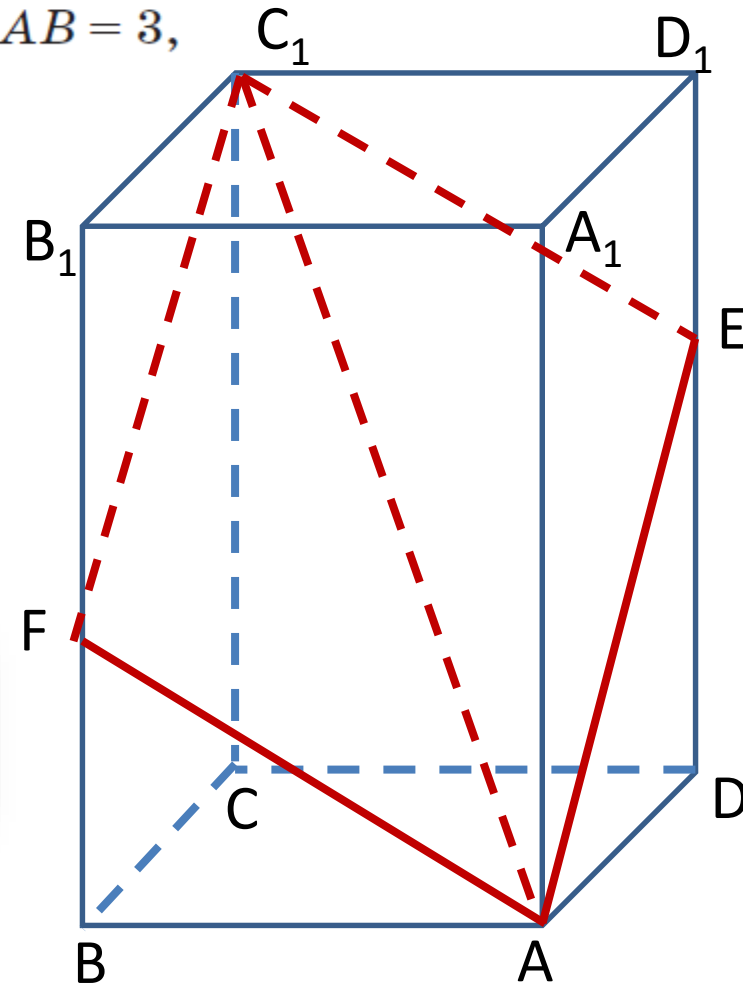


В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

## Решение.

а)  $AFC_1E$  — сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через диагональ  $AC_1$



### Теорема 6.3

Прямые, образованные пересечением двух параллельных плоскостей третьей плоскостью, параллельны.

Геометрия 10. Углубленный уровень. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

а) Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.

б) Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

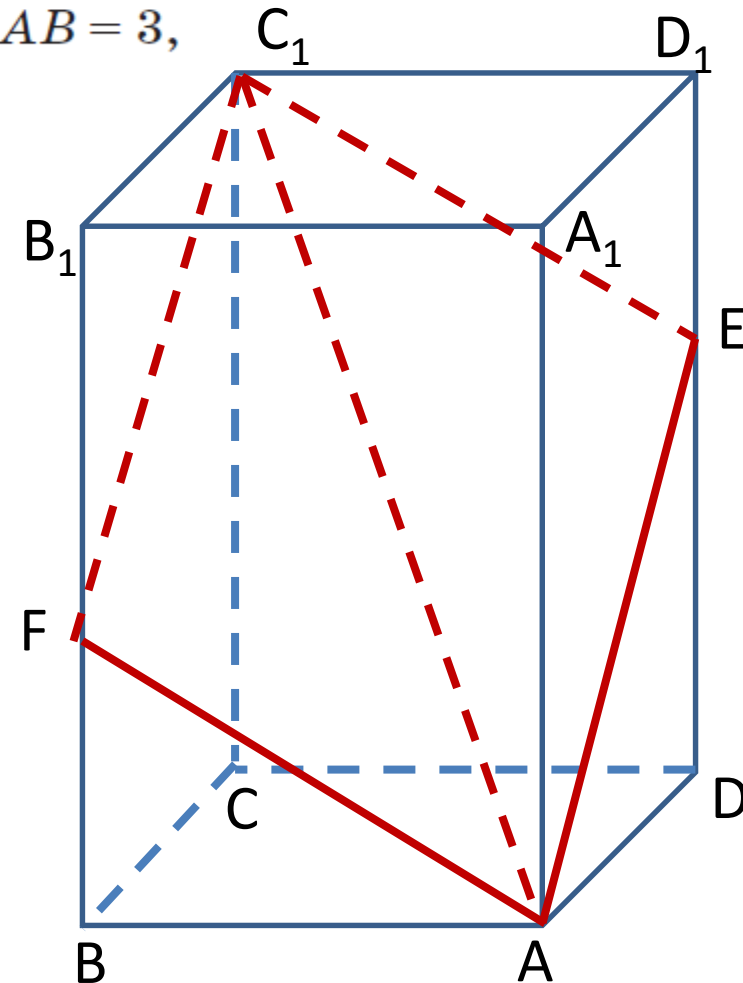
### Решение.

а)  $AFC_1E$  — сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через диагональ  $AC_1$

При пересечении двух параллельных плоскостей ( $CC_1D_1D$  и  $BB_1A_1A$ ) третьей плоскостью прямые, по которым она их пересекает, параллельны, поэтому  $AF \parallel EC_1$ .

$FC_1 \parallel AE$  аналогично.

Четырёхугольник  $AFC_1E$  — параллелограмм.

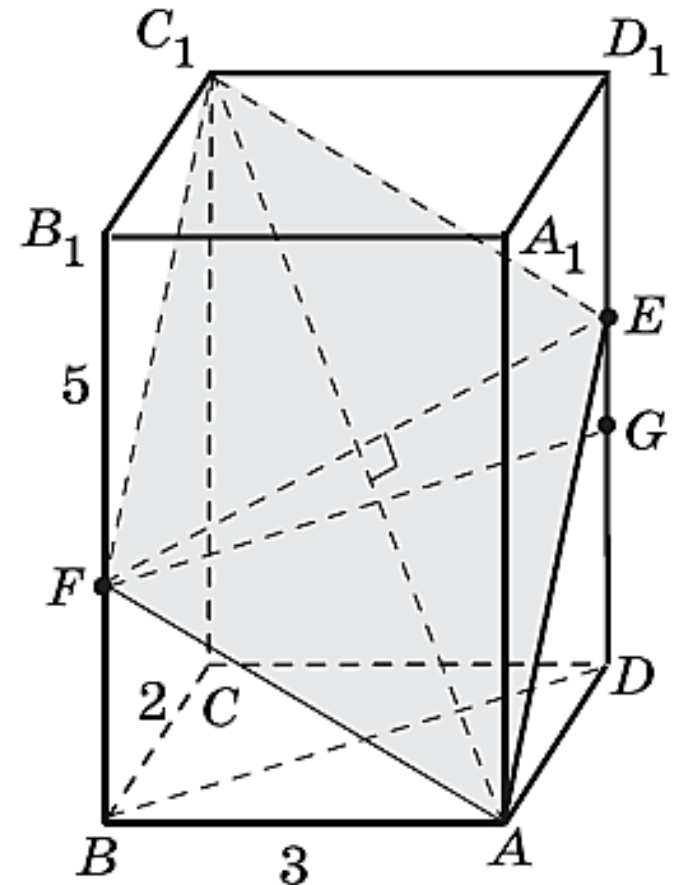


В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**Решение.**

- Сечение является ромбом в случае, если  $AF = FC_1$ .

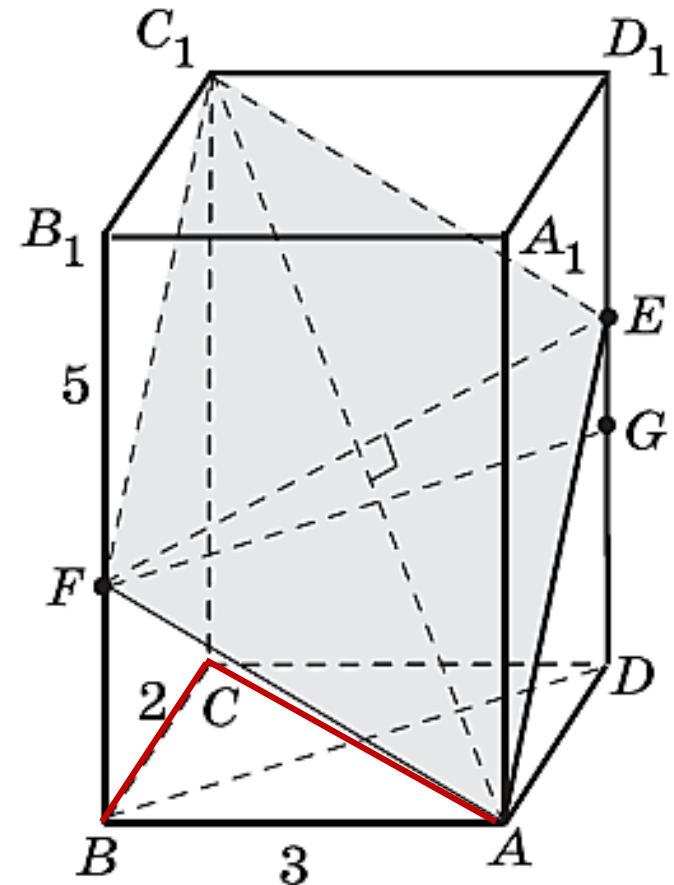


В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

### Решение.

б) Сечение является ромбом в случае, если  $AF = FC_1$ .  
Из прямоугольного  $\triangle ABC$  по теореме Пифагора  
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 9 + 4 = 13$ .



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

### Решение.

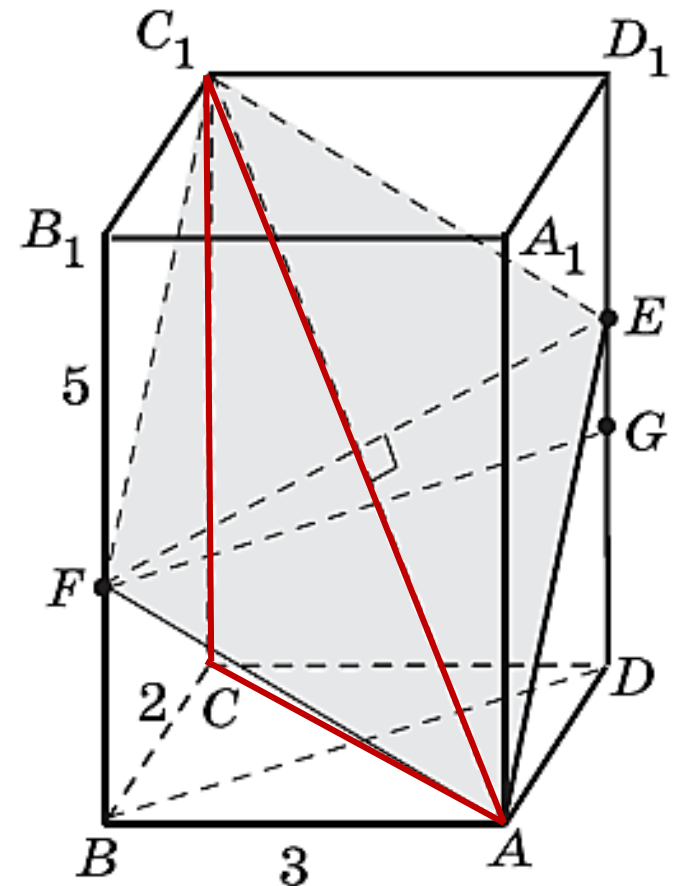
б) Сечение является ромбом в случае, если  $AF = FC_1$ .

Из прямоугольного  $\triangle ABC$  по теореме Пифагора

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 9 + 4 = 13.$$

Гипотенуза  $AC_1$  прямоугольного  $\triangle ACC_1$  является диагональю ромба  $AFC_1E$ .

По теореме Пифагора  $AC_1^2 = AC^2 + C_1C^2 = 13 + 25 = 38$ .  $AC_1 = \sqrt{38}$ .



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

### Решение.

б) Сечение является ромбом в случае, если  $AF = FC_1$ .

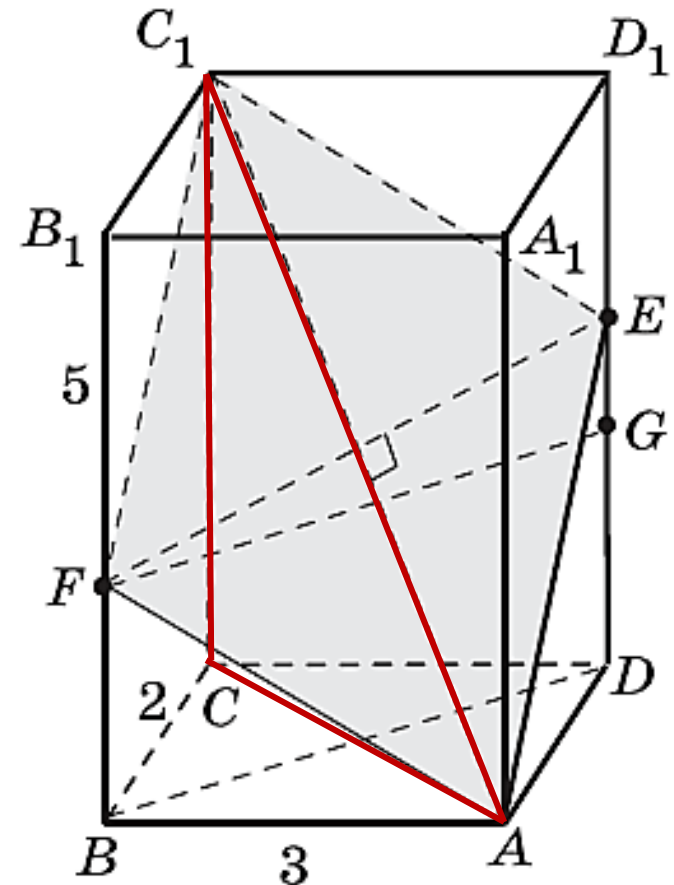
Из прямоугольного  $\triangle ABC$  по теореме Пифагора

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 9 + 4 = 13.$$

Гипотенуза  $AC_1$  прямоугольного  $\triangle ACC_1$  является диагональю ромба  $AFC_1E$ .

По теореме Пифагора  $AC_1^2 = AC^2 + C_1C^2 = 13 + 25 = 38$ .  $AC_1 = \sqrt{38}$ .

Для нахождения площади сечения достаточно найти вторую диагональ ромба  $FE$ .



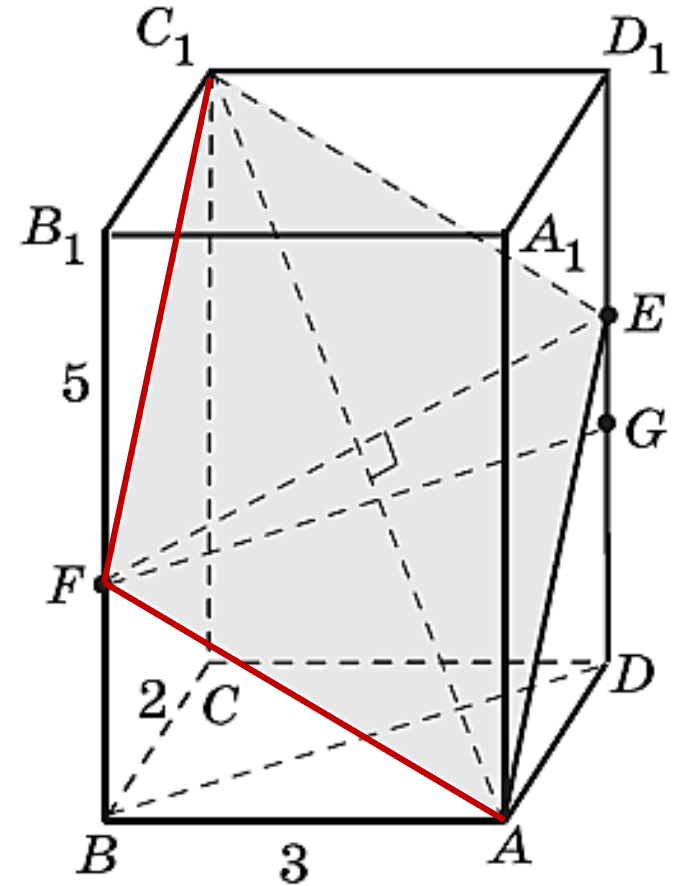
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**Решение.**

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .





В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

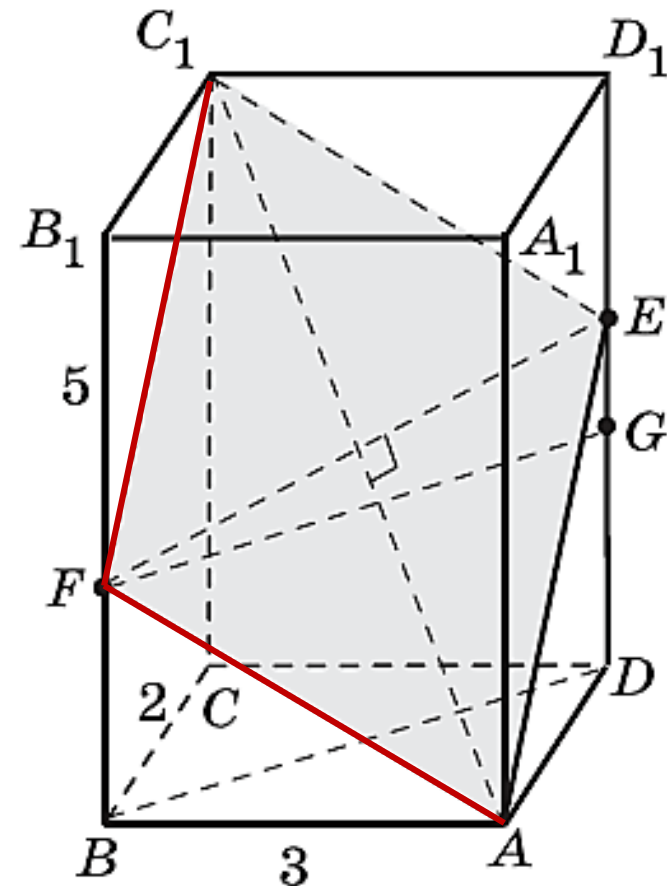
- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**Решение.**

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

Треугольники  $ABF$  и  $FB_1C_1$  — прямоугольные.



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**Решение.**

$$\text{б) } AF = FC_1, AC_1 = \sqrt{38}$$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

Треугольники  $ABF$  и  $FB_1C_1$  — прямоугольные.

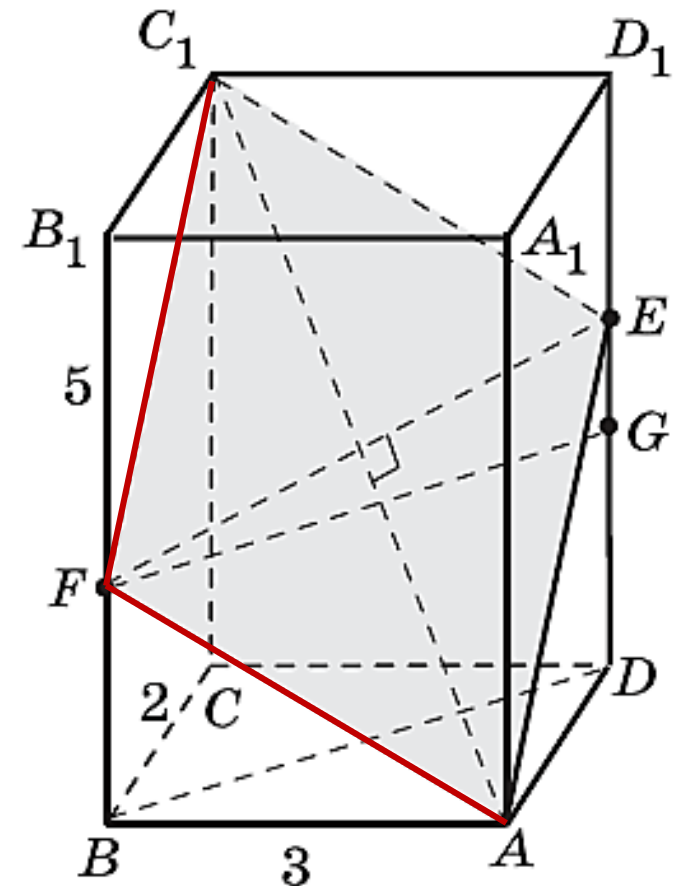
По теореме Пифагора  $AF^2 = AB^2 + BF^2 = 9 + BF^2$ ;

$$FC_1^2 = B_1C_1^2 + B_1F^2 = 4 + (5 - BF)^2.$$

$$9 + BF^2 = 4 + (5 - BF)^2;$$

$$9 + BF^2 = 4 + 25 - 10BF + BF^2;$$

$$10BF = 20; BF = 2.$$



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

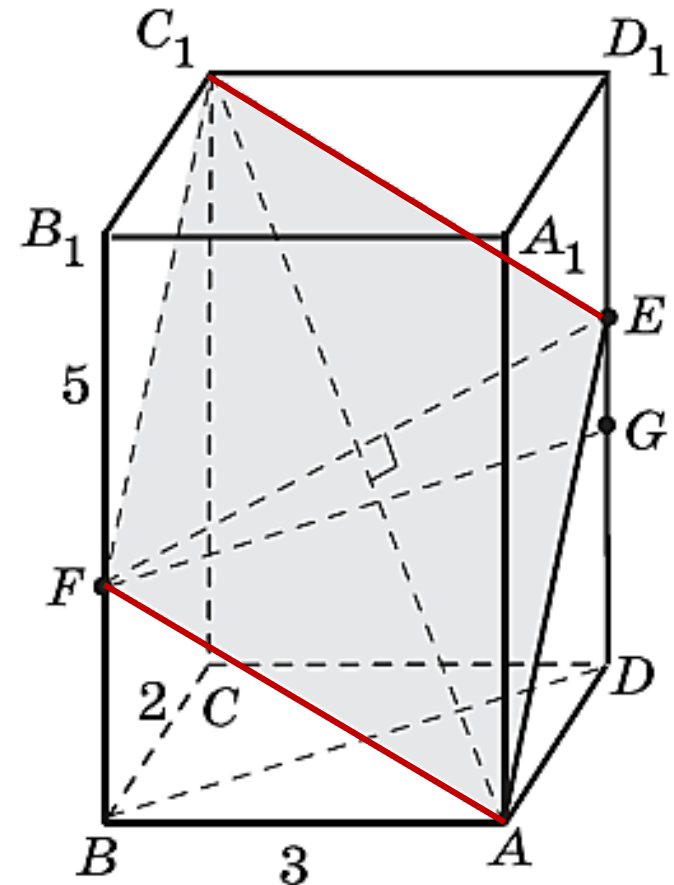
- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**Решение.**

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$ ,  $BF = 2$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

$\triangle BFA = \triangle C_1 D_1 E$  значит  $BF = D_1 E = 2$ .



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

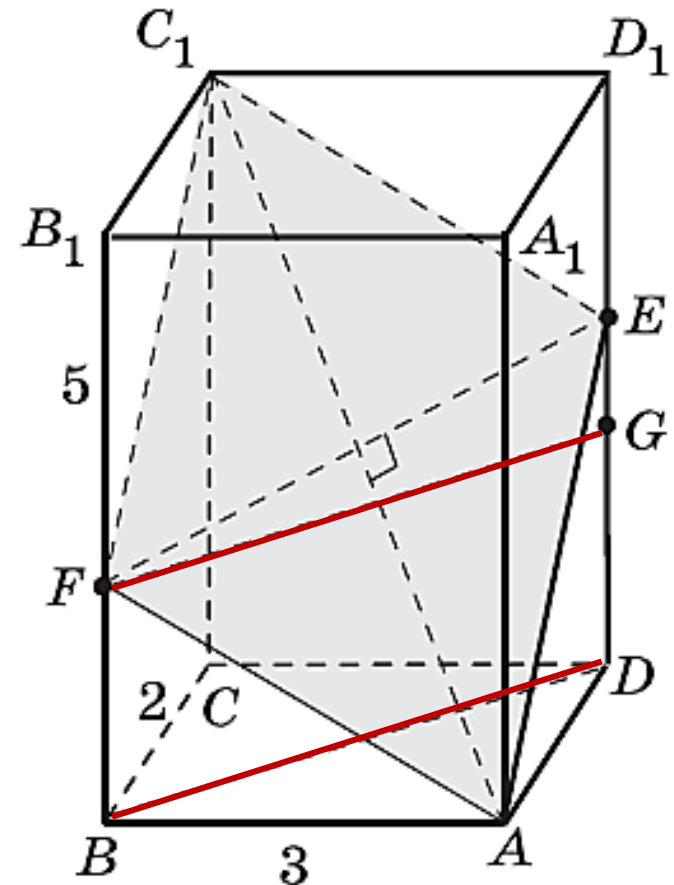
### Решение.

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$ ,  $BF = 2$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

$\triangle BFA = \triangle C_1 D_1 E$  значит  $BF = D_1 E = 2$ .

Проведём  $FG \parallel BD$ . Тогда  $BF = GD = 2$ ,  $FG \perp DD_1$ ,  
 $EG = DD_1 - DG - D_1 E = 5 - 2 - 2 = 1$ ,



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.
- Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**Решение.**

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$ ,  $BF = 2$

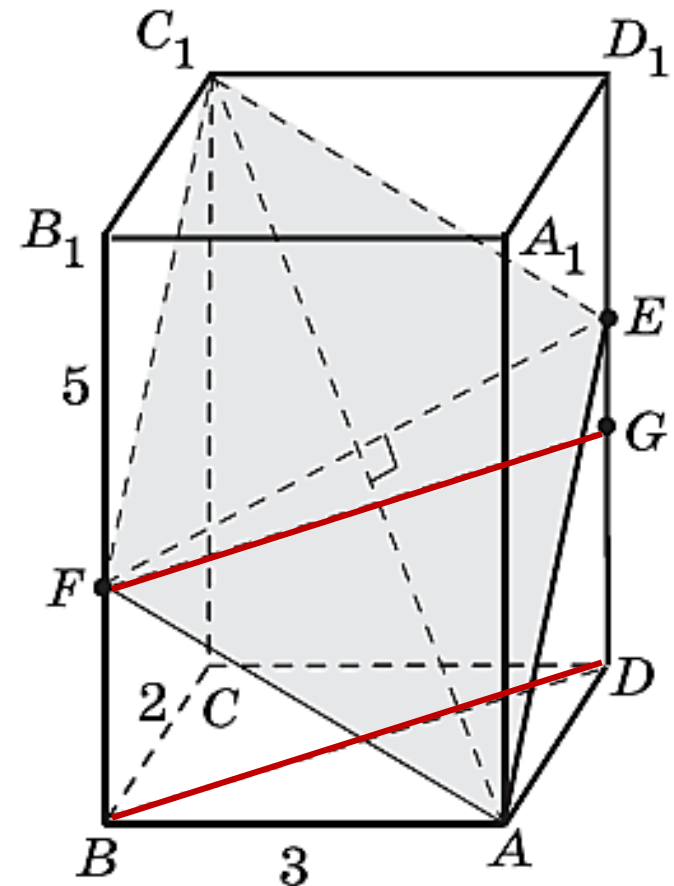
Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

$\triangle BFA = \triangle C_1 D_1 E$  значит  $BF = D_1 E = 2$ .

Проведём  $FG \parallel BD$ . Тогда  $BF = GD = 2$ ,  $FG \perp DD_1$ ,

$EG = DD_1 - DG - D_1 E = 5 - 2 - 2 = 1$ ,

Из  $\triangle ABD$  по теореме Пифагора  $BD = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$  и  $FG = BD = \sqrt{13}$ .



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

а) Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.

б) Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

## Решение.

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$ ,  $BF = 2$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

$\triangle BFA = \triangle C_1 D_1 E$  значит  $BF = D_1 E = 2$ .

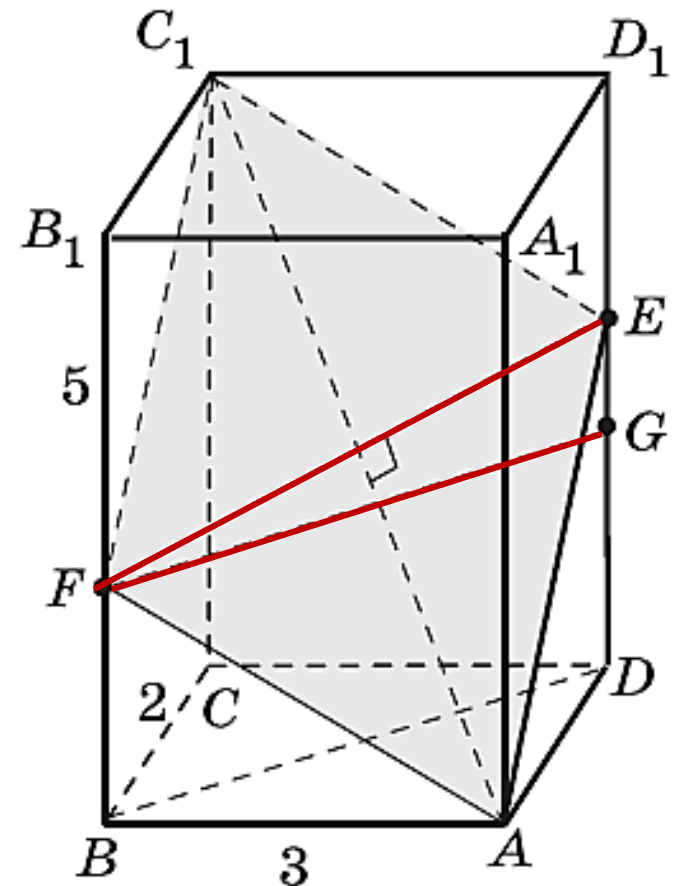
Проведём  $FG \parallel BD$ . Тогда  $BF = GD = 2$ ,  $FG \perp DD_1$ ,

$EG = DD_1 - DG - D_1 E = 5 - 2 - 2 = 1$ ,

Из  $\triangle ABD$  по теореме Пифагора  $BD = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$  и  $FG = BD = \sqrt{13}$ .

В прямоугольном  $\triangle FEG$  по теореме Пифагора находим

$FE = \sqrt{FG^2 + EG^2} = \sqrt{14}$ .



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

- а) Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.  
 б) Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

### Решение.

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$ ,  $BF = 2$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

$\triangle BFA = \triangle C_1 D_1 E$  значит  $BF = D_1 E = 2$ .

Проведём  $FG \parallel BD$ . Тогда  $BF = GD = 2$ ,  $FG \perp DD_1$ ,

$EG = DD_1 - DG - D_1 E = 5 - 2 - 2 = 1$ ,

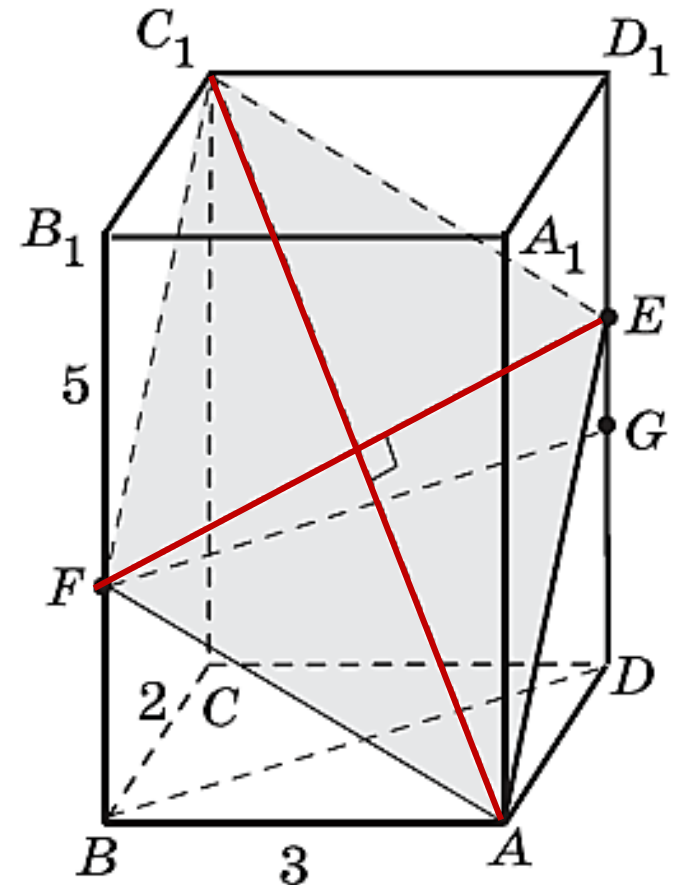
Из  $\triangle ABD$  по теореме Пифагора  $BD = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$  и  $FG = BD = \sqrt{13}$ .

В прямоугольном  $\triangle FEG$  по теореме Пифагора находим

$FE = \sqrt{FG^2 + EG^2} = \sqrt{14}$ .

Площадь  $S$  ромба  $AFC_1E$  находим по формуле

$S = \frac{1}{2} FE \cdot AC_1 = \frac{1}{2} \sqrt{38} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{19 \cdot 7} = \sqrt{133}$ .



В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая рёбра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках  $F$  и  $E$  соответственно.

а) Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.

б) Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**Решение.**

б)  $AF = FC_1$ ,  $AC_1 = \sqrt{38}$ ,  $BF = 2$

Найдём вторую диагональ ромба  $FE$ .

$\triangle BFA = \triangle C_1 D_1 E$  значит  $BF = D_1 E = 2$ .

Проведём  $FG \parallel BD$ . Тогда  $BF = GD = 2$ ,  $FG \perp DD_1$ ,

$EG = DD_1 - DG - D_1 E = 5 - 2 - 2 = 1$ ,

Из  $\triangle ABD$  по теореме Пифагора  $BD = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$  и  $FG = BD = \sqrt{13}$ .

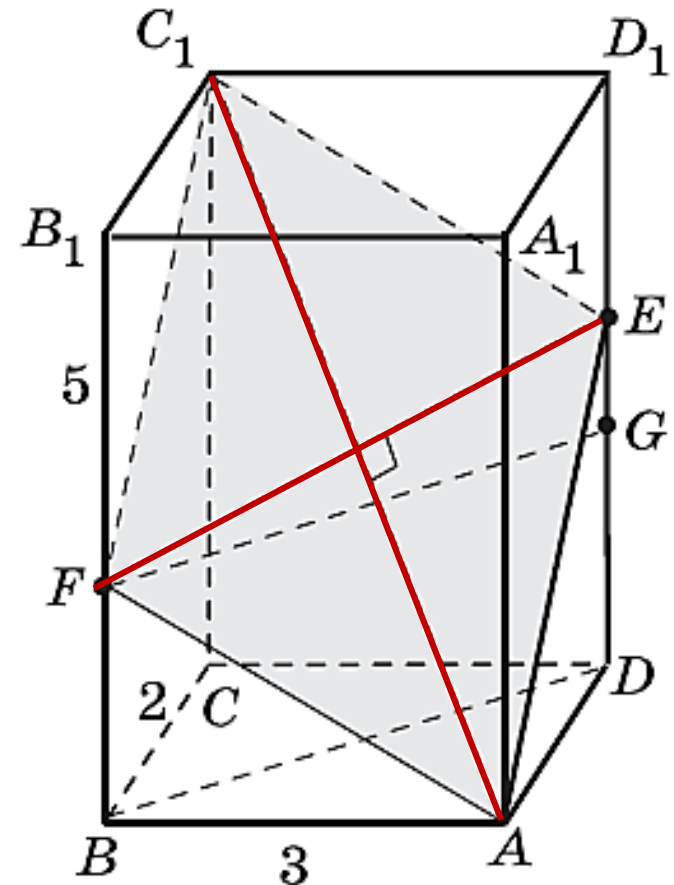
В прямоугольном  $\triangle FEG$  по теореме Пифагора находим

$FE = \sqrt{FG^2 + EG^2} = \sqrt{14}$ .

Площадь  $S$  ромба  $AFC_1E$  находим по формуле

$S = \frac{1}{2} FE \cdot AC_1 = \frac{1}{2} \sqrt{38} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{19 \cdot 7} = \sqrt{133}$ .

**Ответ.** б)  $\sqrt{133}$ .





| Основная школа (7-9 кл.) |   | Старшая школа (10-11 кл.)   |  |
|--------------------------|---|---|--|
|                          | 7-9 кл  | Базовый уровень   | Углублённый уровень  |
| Базовый уровень          | Мерзляк А.Г.(7-9) (Вентана-Граф)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.5.1-3   | Мерзляк А.Г. (10-11) Б<br>(Вентана-Граф)<br>№ ФПУ 1.1.3.4.1.18.1-2                            |  |
|                          | Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. (7-9)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.1.1                             | Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. (10-11) БУ<br>№ ФПУ 1.1.3.4.1.2.1            |  |
|                          | Берсенев А. В., Сафонова Н. В. Сферы (7-9)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.2.1-3                                       |   |  |
|                          | Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Прасолов В.В.<br>/ Под ред. Садовниченко В.А. (7-9)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.3.1-3 | Бутузов В.Ф., Прасолов В.В. /<br>Под ред. Садовниченко В.А. (10-11) БУ<br>№ ФПУ 1.1.3.4.1.3.1 |  |
|                          | Погорелов А.В. (7-9)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.7.1   | Погорелов А.В. (10-11) БУ<br>№ ФПУ 1.1.3.4.1.12.1   |  |
|                          | Шарыгин И.Ф. (7-9)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.9.1   | Шарыгин И.Ф. (10-11) Б<br>(Дрофа)<br>№ ФПУ 1.1.3.4.1.16.1                                     |  |
|                          | Смирнов В.А., Смирнова И.М. (7-9)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.10.1-3   |   |  |
| Углубленный уровень      | Мерзляк А.Г., Поляков В.М. (7-9) У (Вентана-Граф)<br>№ ФПУ 1.1.2.4.3.6.1-3                                |   | Мерзляк А.Г., Поляков В.М.<br>(10-11) У (Вентана-Граф)<br>№ ФПУ 1.1.3.4.1.24.1-2 |
|                          |   |   | Александров А.Д., Вернер А.Л.,<br>Рыжик В.И. (10-11) У<br>1.1.3.4.1.19.1-2       |
|                          |   |   | Потоскуев Е.В. (10-11) У<br>(Дрофа)<br>№ ФПУ 1.1.3.4.1.21.1-2                    |

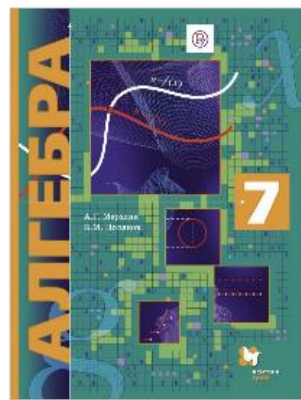
| Курсы по выбору  |
|--|
| <b>Математика. Наглядная геометрия. 5-6 классы</b>                             |
| Ходот Т.Г., Ходот А.Ю., Велиховская В.Л. (5-6)<br>№ ФПУ 2.1.2.3.1.2.1-2        |
| Панчицина В.А., Гельфман Э.Г., Ксенева В.Н. и др. (5-6)<br>№ ФПУ 2.1.2.3.1.1.1 |
| Шарыгин И.Ф. (5-6)<br>№ ФПУ 2.1.2.3.1.3.1                                      |

**Учебник –  
основной  
инструмент  
учителя**

Базовый уровень



Углубленный уровень



Базовый уровень



Углубленный уровень

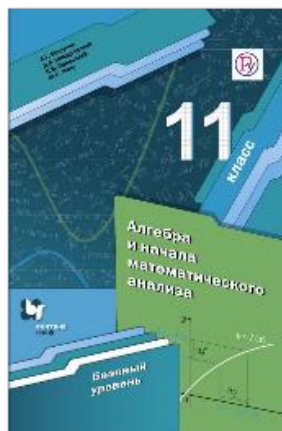


**Алгебра  
7-9 классы**

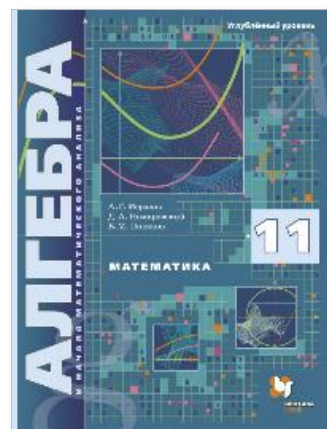
**Геометрия  
7-9 классы**



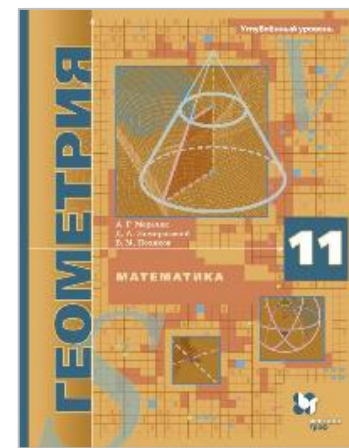
**МАТЕМАТИКА  
5-6 классы**





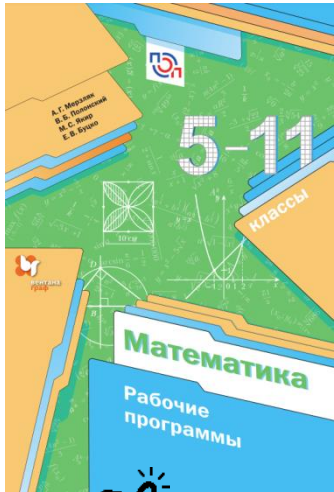
**Алгебра и начала  
математического анализа  
10-11 классы**



**Геометрия  
10-11 классы**



  
[Математика.  
По страницам  
учебников  
Мерзляка и Ко](#)  




|   |            |
|---|------------|
| <b>Рабочая программа по алгебре и началам математического анализа. 10—11 классы</b> ..... | <b>108</b> |
| Пояснительная записка .....   | 108        |
| Содержание курса .....  | 120        |
| Тематическое планирование .....   | 125        |
| 10 класс .....  | 125        |
| 11 класс .....  | 135        |
| <b>Рабочая программа по геометрии. 10—11 классы</b> ...                                   | <b>141</b> |
| Пояснительная записка .....   | 141        |
| Содержание курса .....  | 149        |
| Тематическое планирование .....   | 152        |
| 10 класс .....  | 152        |
| 11 класс .....  | 158        |

## Методические пособия для учителей

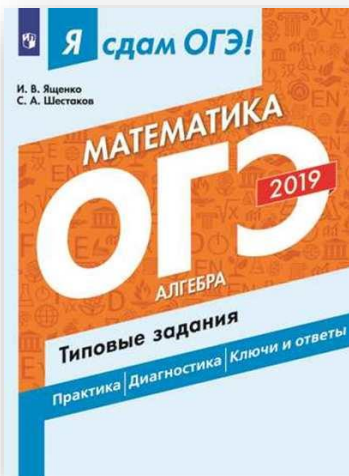
- [Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс. Методическое пособие](#)
- [Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 11 класс. Методическое пособие](#)
- [Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 10 класс. Методическое пособие](#)
- [Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 класс. Методическое пособие](#)
- [Геометрия. Базовый уровень. 10 класс. Методическое пособие](#)
- [Геометрия. Базовый уровень. 11 класс. Методическое пособие](#)
- [Геометрия. Углубленный уровень. 10 класс. Методическое пособие](#)
- [Геометрия. Углубленный уровень. 11 класс. Методическое пособие](#)



Пособия для подготовки к ВПР  
УМК Мерзляк А.Г. и др.



Всероссийские проверочные работы.  
Математика. 15 типовых вариантов. 5 - 7 классы.



[ОГЭ. Математика. 15 новых вариантов от "Просвещения". Шестаков С.А., Ященко И. В.](#)

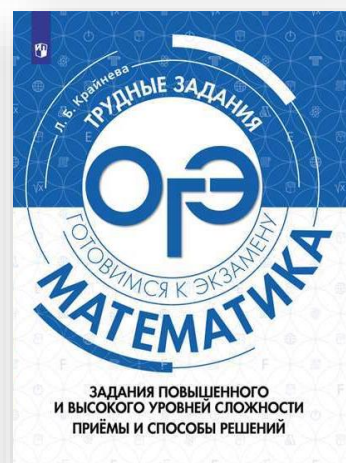
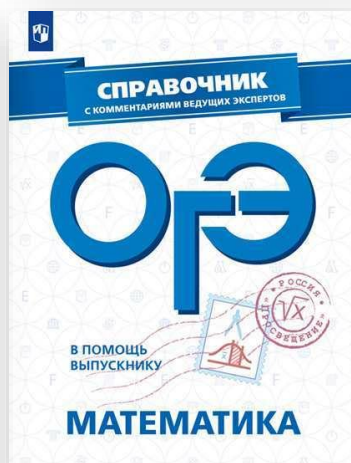
[Математика. Задания повышенного и высокого уровня сложности. Приемы и способы решения. Крайнева Л. Б.](#)

[В помощь выпускнику. ОГЭ. Математика. Справочник с комментариями ведущих экспертов. Кузнецова Л. В., Суворова С. Б., Бульчев В. А. и др.](#)

[Я сдам ОГЭ-2019! Математика. Курс самоподготовки. Технология решения заданий. Ященко И. В., Шестаков С. А.](#)

[Я сдам ОГЭ-2019! Математика. Геометрия. Типовые задания. Ященко И. В., Шестаков С. А.](#)

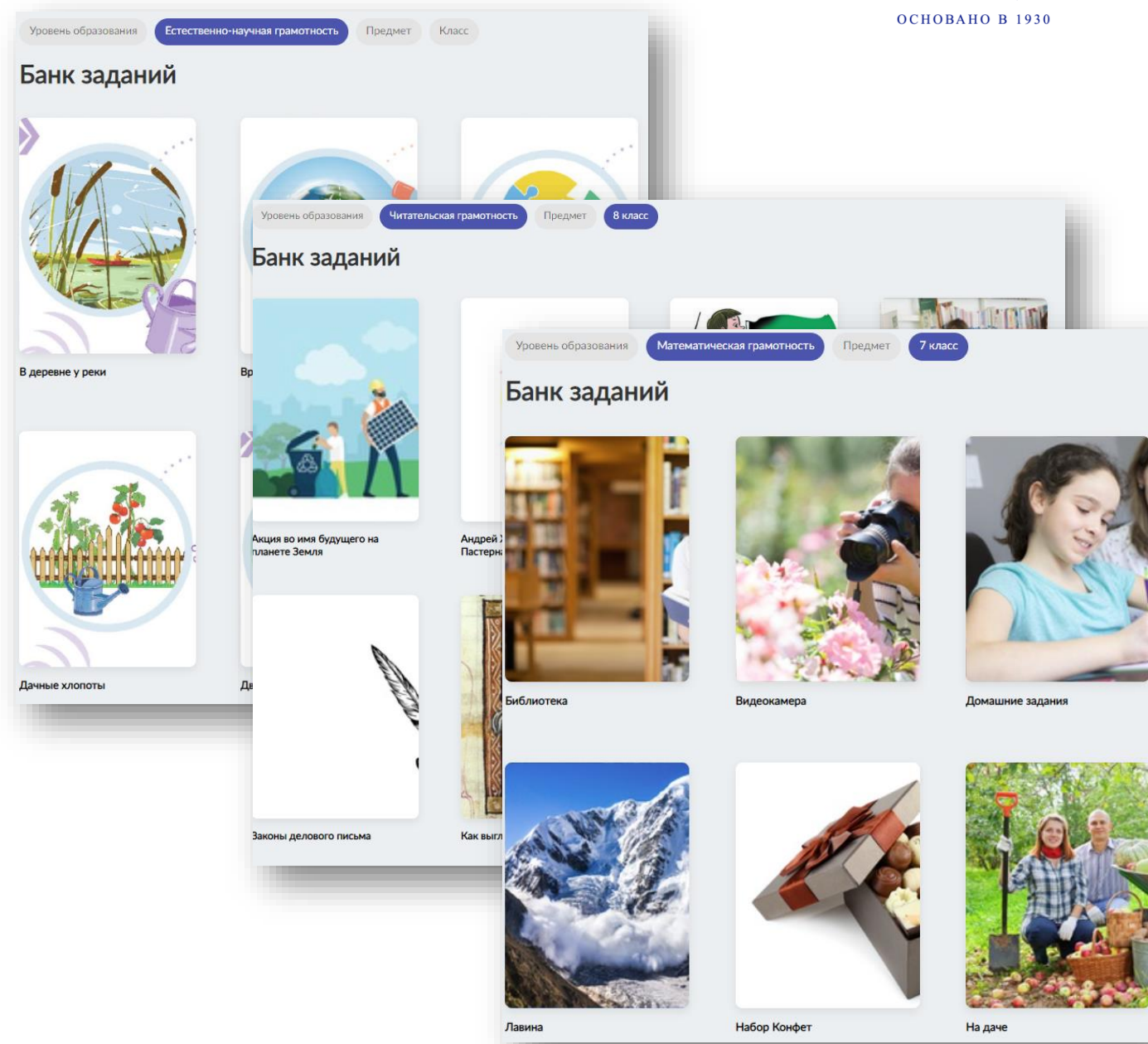
[Я сдам ОГЭ-2019! Математика. Алгебра. Типовые задания. Ященко И. В., Шестаков С. А.](#)



# Электронный банк заданий. Удобно, доступно, эффективно

- ▶ Интерактивные задания по всем видам функциональной грамотности
- ▶ Возможна сортировка заданий по виду грамотности, предмету и классу, распечатки ситуации и заданий
- ▶ Доступна электронная версия печатного пособия с возможностью выбора тем
- ▶ Дидактическая карточка даёт рекомендации по включению заданий и ситуаций в образовательный процесс. Позволит использовать ключи для оценки выполненных учащимися работ.
- ▶ Доступны различные способы получения доступа.
- ▶ Возможность конструировать банк заданий под актуальные потребности региона

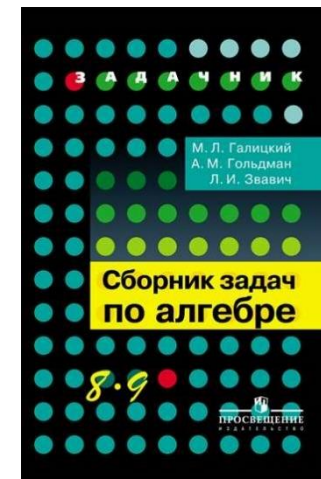
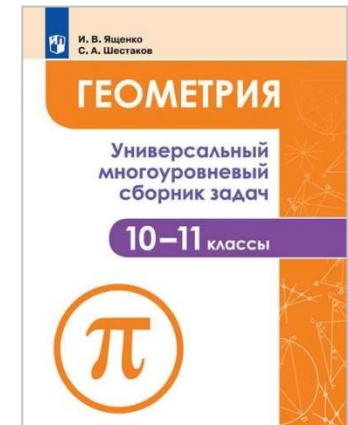
[Ссылка на электронный банк заданий](#)



## МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСОБИЯ

для эффективной подготовки к олимпиадам, ОГЭ, ЕГЭ, ВПР, международным исследованиям

- ▶ Позволят учащимся существенно повысить уровень своей функциональной грамотности
- ▶ Содержат разнообразные тренировочные и проверочные задания и упражнения для текущего и итогового контроля знаний, а также творческие задания, позволяющие углубить знания по различным предметным областям
- ▶ Универсальные, могут быть использованы с любым учебно-методическим комплектом

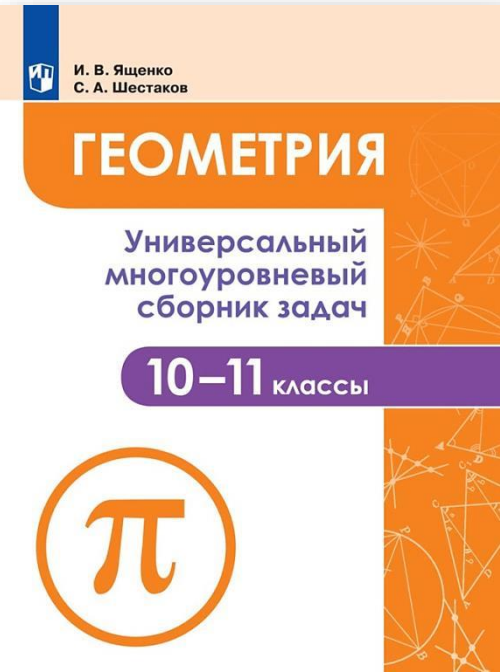


Решение задач повышенной сложности по геометрии.  
7-9 классы. Прасолов В. В.

- ▶ В каждом разделе перечисление основных фактов и понятий
- ▶ Разбор решения нескольких наиболее типичных задач повышенной сложности.
- ▶ Задачи для самостоятельного решения, постепенно формируют умения решать задачи.
- ▶ В конце пособия приведены ответы и указания ко всем задачам.
- ▶ Книга может быть полезной как для учителей, так и для учащихся, которые хотят повысить свой уровень при подготовке к математическим олимпиадам.







Дополнительные материалы



\*Ответы к задачку "Геометрия. Универсальный многоуровневый сборник задач 10-11 классы." (Яценко И.В., Шестаков С.А.)

**ПЛАНИМЕТРИЯ**

**Глава 1. Отрезки, углы, треугольники**

- 1.1. Отрезки и углы .....
- 1.2. Равносторонний и равнобедренный треугольники .....
- 1.3. Прямоугольный треугольник .....
- 1.4. Произвольный треугольник .....
- 1.5. Координаты и векторы .....

**Глава 2. Многоугольники**

- 2.1. Параллелограмм .....
- 2.2. Трапеция .....
- 2.3. Прочие многоугольники .....
- 2.4. Координаты и векторы .....

**Глава 3. Окружности**

- 3.1. Углы и отрезки, связанные с окружностью .....
- 3.2. Окружность и треугольники .....
- 3.3. Окружность и многоугольники .....

**СТЕРЕОМЕТРИЯ**

**Глава 4. Прямые, плоскости, призмы**

- 4.1. Призма, её элементы. Правильная треугольная призма .....
- 4.2. Куб .....
- 4.3. Прямоугольный параллелепипед .....
- 4.4. Произвольный параллелепипед .....
- 4.5. Правильная шестиугольная призма .....
- 4.6. Произвольные многогранники .....

**Глава 5. Пирамиды**

- 5.1. Правильная треугольная пирамида .....
- 5.2. Правильная четырёхугольная пирамида .....
- 5.3. Правильная шестиугольная пирамида .....
- 5.4. Произвольная пирамида .....
- 5.5. Комбинации многогранников .....

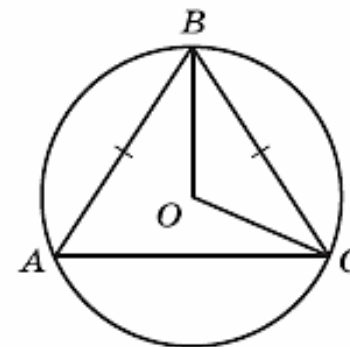
**Глава 6. Тела вращения**

- 6.1. Цилиндр .....
- 6.2. Конус .....
- 6.3. Сфера и шар .....
- 6.4. Комбинации тел вращения и многогранников .....

## 3.2. Окружность и треугольники

### Уровень А

- A1.** а) В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC = 8$ ,  $BC = 15$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.
- б) В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC = 10$ ,  $BC = 24$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.
- A2.** а) В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC = 8$ ,  $BC = 15$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
- б) В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC = 10$ ,  $BC = 24$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
- A3.** Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$ . Найдите угол  $BOC$ , если:
- а)  $\angle ABC = 57^\circ$ ;
- б)  $\angle ABC = 25^\circ$ .



**Уровень В**

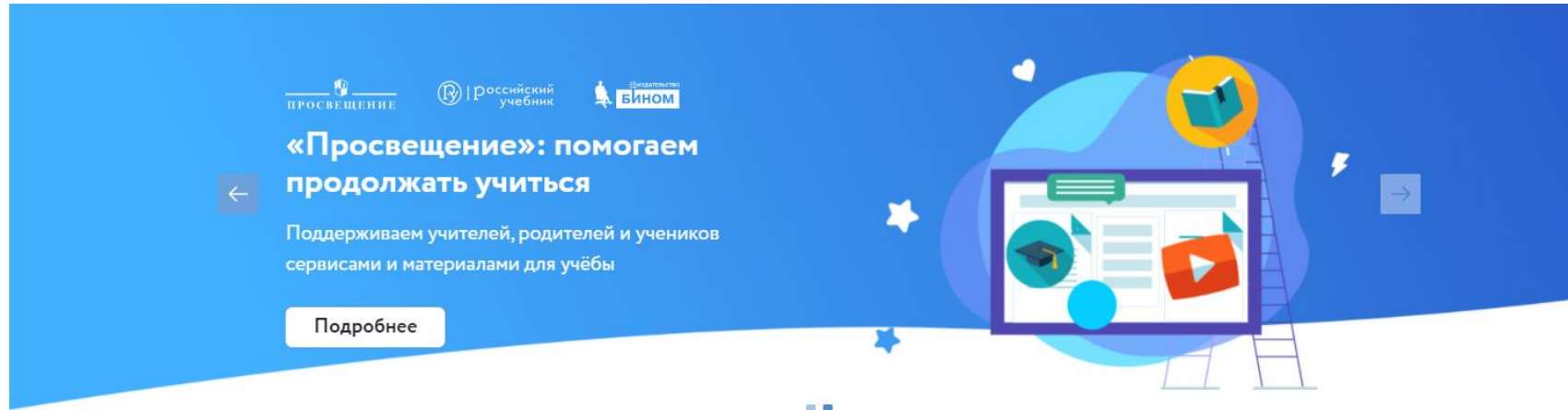
- В1.** а) Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны  $61^\circ$  и  $89^\circ$  соответственно. Найдите сторону  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 10.
- б) Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны  $73^\circ$  и  $77^\circ$  соответственно. Найдите сторону  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 9.
- В2.** а) Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны  $71^\circ$  и  $79^\circ$  соответственно. Найдите сторону  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 8.
- б) Углы  $A$  и  $B$  треугольника  $ABC$  равны  $63^\circ$  и  $87^\circ$  соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $AB = 12$ .

**Уровень С**

- С1.** В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB$  и  $AC$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ , если:
- а)  $AB = 40$ ,  $AC = 64$ ;      б)  $AB = 30$ ,  $AC = 100$ .
- С18.** а) Три окружности, радиусы которых равны 2 см, 3 см и 10 см, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.
- б) Три окружности, радиусы которых равны 4 см, 8 см и 12 см, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.

# Ссылки на вебинары и онлайн уроки

- [Геометрия в итоговой аттестации по математике результаты проблемы и пути их решения](#)
- [Онлайн-уроки. 10-11 классы. Стереометрия. Разбор задания 16 профильного ЕГЭ по математике](#)
- [Необычные методы решения задач по геометрии. Мастер-класс М.С. Якира](#)
- [День учителя математики. Онлайн-трансляция](#)



Учителям

Школьникам

Родителям



**Вебинары**

Методические вебинары по актуальным темам



**Конференции**

Конференции с авторами, специалистами-практиками, экспертами



**Рабочие программы**

Методическое сопровождение урока: программы, разработки, наглядные материалы



**Повышение квалификации**

Курсы повышения квалификации с выдачей сертификата



**Горячая линия поддержки**

Методическая поддержка 24/7



**Домашние задания**

Интерактивные рабочие тетради с автоматической проверкой

- ▶ Портал, на котором собраны материалы в помощь учителям и родителям для организации обучения
- ▶ Консультации при выполнении домашних заданий в видеоформате
- ▶ Обмен лучшими практиками, их апробация и распространение в сотрудничестве с органами управления образованием

# Всероссийская предметная неделя

«Обновлённые стандарты: обсуждаем, готовимся к реализации»

15 – 19 ноября 2021


Принять участие



## ЖЕЛАЮ ТВОРЧЕСКИХ УСПЕХОВ!

Отдел методической поддержки педагогов и ОО  
Ведущий методист по математике **Зубкова Екатерина Дмитриевна**  
Моб. телефон 8 (919) 839-05-78

E-mail: [EZubkova@prosv.ru](mailto:EZubkova@prosv.ru)

 @life\_and\_math



Группа компаний «Просвещение»

Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр  
«Новослободский»

Горячая линия: [vopros@prosv.ru](mailto:vopros@prosv.ru)

**Уважаемые коллеги!**  
Заинтересовавшие вас пособия вы можете приобрести  
в нашем интернет-магазине [shop.prosv.ru](http://shop.prosv.ru)  
со скидкой 10% по промокоду  
**WEBPROSV**