

Контрольно-измерительные материалы
Математика (профильный уровень), ЕГЭ
Вариант 32

Часть 1

1. Решите уравнение $\frac{6}{x^2 - 19} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

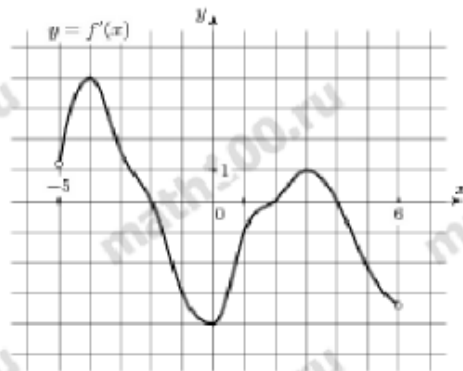
3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4$, $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AB .

4. Найдите значение выражения

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22 \quad \text{при } x = 80$$

5. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 248. Найдите боковое ребро этой призмы.

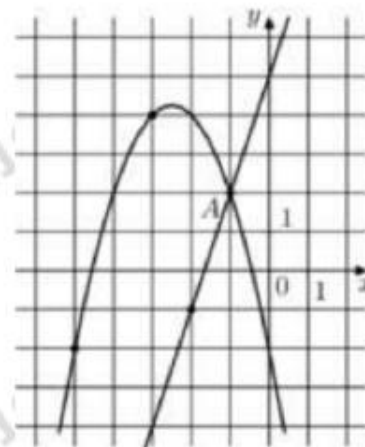
6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 19$ или совпадает с ней.



7. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

8. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 3x + 5$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



10. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 2^{x^2+2x+5}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

12. а) Решите уравнение

$$2\cos 2x + 4\sqrt{3}\cos x - 7 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

13. Есть правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ со стороной основания 12 и высотой 3. Точка K — середина BC , точка L лежит на стороне A_1B_1 так, что $B_1L = 5$. Точка M — середина A_1C_1 . Через точки K и L проведена плоскость таким образом, что она параллельна прямой AC .

а) Доказать, что указанная выше плоскость перпендикулярна прямой MB .

б) Найти объем пирамиды с вершиной в точке B и у которой основанием является сечение призмы плоскостью.

14. Решите неравенство:

$$(25^x - 4 \cdot 5^x)^2 + 8 \cdot 5^x < 2 \cdot 25^x + 15$$

15. 15 января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

• 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн рублей.

16. Окружность, вписанная в четырёхугольник $ABCD$, делит стороны AD и CD точками касания в одном и том же отношении, считая от вершины D .

а) Докажите, что диагонали четырёхугольника перпендикулярны.

б) Известно, что около четырёхугольника можно описать окружность, $AD = 56$ и $BD = 70$. Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|x + a^2| = |a + x^2|$$

имеет ровно три различных корня.

18. Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1105$?

б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1106$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение, если оно больше 1503?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.