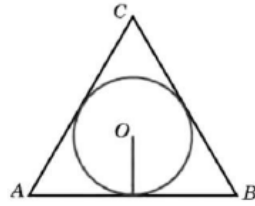
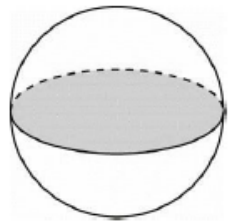
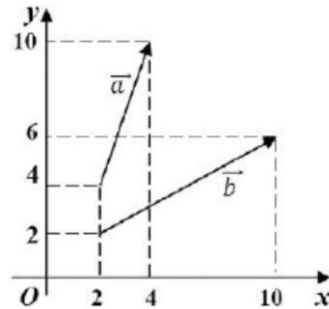


- 1] Сторона правильного треугольника равна $3\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



- 2] Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .

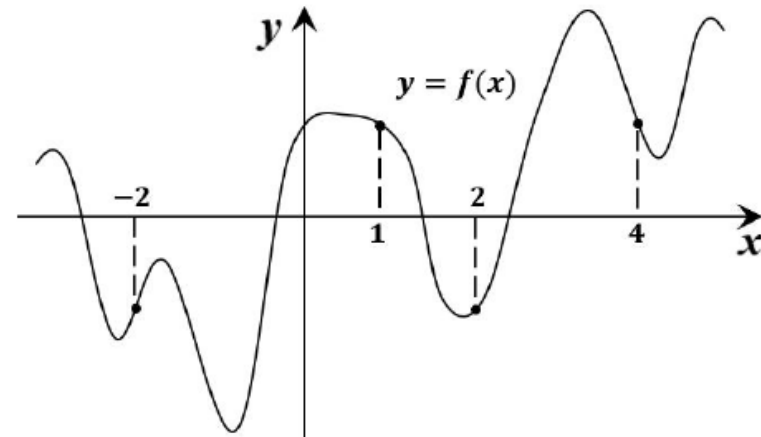


- 3] Площадь поверхности шара равна 116. Найдите площадь большого круга шара.
- 4] В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет не менее одного раза.
- 5] Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе: игроки случайным образом разбиваются на игровые пары. Проигравший в каждой паре выбывает из турнира, а победитель выходит в следующий тур, где встречается со следующим противником, который определяется жребием. Всего в турнире участвует 40 игроков, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга – Иван и Алексей. Какова вероятность того, что этим двоим в каком-то туре, придётся сыграть друг с другом?

- 6] Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{1}{25-3x}} = 0,125$

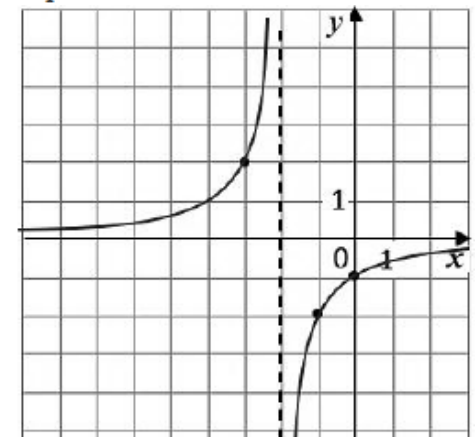
- 7] Найдите $5 \cos 2a$, если $\sin a = -0,3$.

- 8] На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, 1, 2, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



- 9] Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2,2 + 9t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее пяти метров?
- 10] Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 159%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 2%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

- 11] На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -0,05$.



12] Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 9) - 4x + 7$

13] а) Решите уравнение
$$\frac{\log_2^2(\cos x) + \log_2(\cos x)}{2 \sin x + \sqrt{3}} = 0$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14] Дан прямой круговой конус с вершиной M . Осевое сечение конуса — треугольник с углом 120° при вершине M . Через точку M проведено сечение конуса, перпендикулярное одной из образующих.

а) Докажите, что получившееся сечение делит диаметр основания в отношении 2:1.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения, если радиус конуса равен 6.

15] Решите неравенство

$$125 \cdot 75^x - 2 \cdot 15^{x+1} + 3^x - 125 \cdot 50^x + 30 \cdot 10^x - 2 \cdot 2^{x-1} \geq 0$$

16] В июле 2025 года планируется взять кредит на S тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2033 года долг должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат по кредиту, если известно, что первый платеж составил 780 тыс. руб., а последний - 345 тыс. руб.

18] Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{x+2}(a + 3x + 6) = 2$$

имеет один корень, на промежутке $[-2; 2]$.

17] Точка M лежит на стороне BC выпуклого четырёхугольника $ABCD$, причём B и C — вершины равнобедренных треугольников с основаниями AM и DM соответственно, а биссектрисы углов при вершинах B и C четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на середине стороны AD в точке N .

а) Докажите, что прямые MD и AM перпендикулярны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если известно, что $BM:MC=1:4$, а площадь четырёхугольника, стороны которого лежат на прямых AM , DM , BN и CN , равна 20.

19] Пять различных натуральных чисел таковы, что никакие два не имеют общего делителя, больше 1.

а) Может ли из этих пяти чисел получиться арифметическая прогрессия?

б) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 23?

в) Известно, что все 5 чисел однозначные. Из них составили пятизначное число, оказалось, что она кратно 11. Сколько таких чисел можно получить?