

Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 13

Часть 1

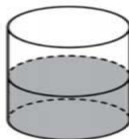
1. Решите уравнение $4^x - 4^{2-x} - 15 = 0$. Если корней несколько, то в ответе укажите их произведение.

2. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

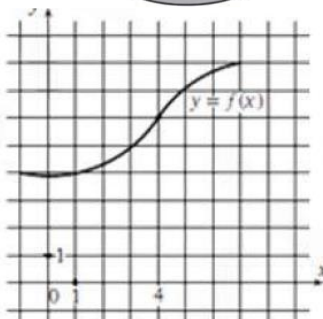
3. В треугольнике ABC известно, что $\angle ABC = 74^\circ$. Биссектрисы AK и CN этого треугольника пересекаются в точке O. Найдите $\angle AOC$. Ответ дайте в градусах.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{11-x-4\sqrt{7-x}} + \sqrt{16-x-6\sqrt{7-x}}$ при $x = 2$.

5. В цилиндрический сосуд налили 2000 см³ воды. Уровень жидкости оказался равным 12 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см³.



6. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой 4, проходит через начало координат. Найдите $f'(4)$.

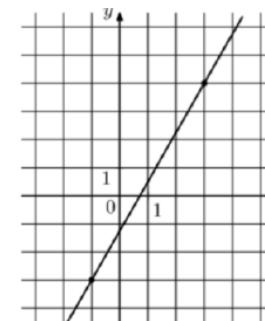


Ответ: _____.

7. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

8. Из города A в город B одновременно выехали два автомобиля: первый со скоростью 65 км/ч, а второй – со скоростью 60 км/ч. Через 24 минуты следом за ними выехал третий автомобиль. Найдите скорость третьего автомобиля, если известно, что с момента, когда он догнал второй автомобиль, до момента, когда он догнал первый автомобиль, прошло 40 минут. Ответ дайте в км/ч.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-5)$.



Ответ: _____.

10. В ящике 4 красных и 2 синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

11. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 - 6x + 36}{x}$ на отрезке $[3; 9]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение: $7 \sin\left(2x - \frac{5\pi}{2}\right) + 9 \cos x + 1 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{3}\right]$

13. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD на ребрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причем $DN:NC=SK:KC=1:4$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC.

А) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA.

Б) Найдите, в каком отношении плоскость α делит объем пирамиды.

14. Решите неравенство: $(3\sqrt{3})^{\frac{4(x-2)}{3}} + 8 > 3^{2(x-1)}$

15. В начале января 2022 года планируется взять кредит в банке на 4 года на S млн.

рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый июль долг возрастает на 10% по сравнению с началом текущего года;
- с августа по декабрь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в январе каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Начало года	2022	2023	2024	2025	2026
Долг (в млн. рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	$0,3S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором сумма выплат банку за все 4 года составит не менее 10 млн. рублей.

16. На диагонали параллелограмма взяли точку, отличную от её середины. Из неё на все стороны параллелограмма (или их продолжения) опустили перпендикуляры.

- Докажите, что четырёхугольник, образованный основаниями этих перпендикуляров, является трапецией.
- Найдите площадь полученной трапеции, если площадь параллелограмма равна 16, а один из его углов равен 60° .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$5x + \frac{18}{\sqrt{x^2 + 36}} = a\sqrt{x^2 + 36}$$

имеет хотя бы один корень.

18. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18.

Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

- Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?
- Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?
- Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.