

# Контрольно-измерительные материалы

## Математика (профильный уровень), ЕГЭ

### Вариант 12

#### Часть 1

**1.** Решите уравнение  $\cos\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{27\pi}{16}\right) = 0$

В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения

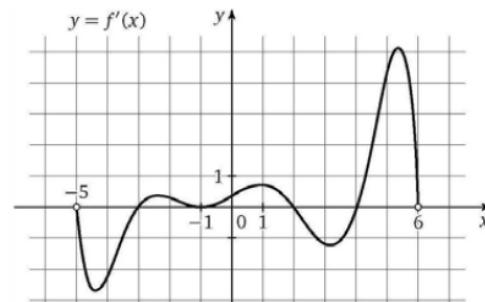
**2.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что «орел» выпадет не менее 2 раз.

**3.** Найдите площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой равна  $3\sqrt{2}$  и составляет с основанием угол  $45^\circ$ .

**4.** Найдите  $\operatorname{tg}^6 t$ , если  $5\sin^2 t + 8\cos^2 t = 6$ .

**5.** В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами  $3\sqrt{3}$ , 11 и углом  $30^\circ$  между ними. Все боковые ребра пирамиды равны 8. Найдите объем пирамиды ( $V$ ). В ответе запишите  $V\sqrt{5}$ .

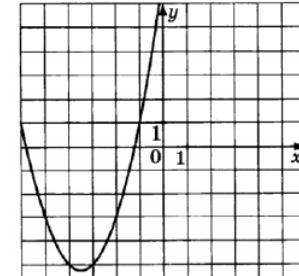
**6.** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$ , где  $f'(x)$  — производная функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 6)$ . В какой из точек  $-2, -1, 0, 1$  значение функции  $y = f(x)$  будет наименьшим? В ответе укажите эту точку.



**7.** При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 650$  нм на дифракционную решётку с периодом  $d$  нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  $\varphi$  (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума  $k$  связаны соотношением  $d \sin \varphi = k\lambda$ . Под каким минимальным углом  $\varphi$  (в градусах) можно наблюдать третий максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1950 нм?

**8.** Расстояние между пристанями А и В равно 126 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 34 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**9.** На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите значение  $a$  по этому графику.



**10.** Баскетболист на тренировке бросает мяч в корзину с дистанции 6 м. При каждом броске он попадает в корзину с вероятностью 0,7. Найдите математическое ожидание числа попаданий при 40 бросках.

**11.** Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$  на отрезке  $[-13; -0,5]$

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

#### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**12. а)** Решите уравнение

$$\cos \frac{x}{2} \sin \frac{3x}{2} = 4 \sin^2(\pi + x) \cos^2(\pi - x) - \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}$$

**б)** Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$

**13.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  проведена секущая плоскость, содержащая диагональ  $AC_1$  и пересекающая ребра  $BB_1$  и  $DD_1$  в точках F и E соответственно.

а) Докажите, что сечение  $AFC_1E$  — параллелограмм.

б) Найдите площадь сечения, если известно, что  $AFC_1E$  — ромб и  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AA_1 = 5$ .

**14.** Решите неравенство:

$$\log_2(4-x)^2 + 2\log_2(2x-1) \leq 4\log_2 3$$

**15.** 15 декабря планируется взять кредит в банке на 480 тысяч рублей на 27 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа первые два месяца и последний долг должен уменьшиться на  $m$  тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на  $n$  тысяч рублей.

Найдите отношение  $\frac{m}{n}$ , если всего было выплачено банку 656,4 тысяч рублей?

**16.** В равнобедренной трапеции ABCD длины оснований AD и BC соответственно равны 4 и 3. Точки M и N лежат на диагонали BD, причем точка M расположена между точками B и N, а отрезки AM и CN перпендикулярны диагонали BD.

а) Докажите, что  $BN : DM = 3 : 4$ .

б) Найдите длину отрезка CN, если известно, что  $BM : DN = 2 : 3$ .

**17.** Найдите все положительные значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| + |y| - 10) \cdot (9 - |xy|) = 0 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет не менее 12 решений

**18.** В океанариуме каждой акуле дают 2,5 кг рыбы, мурене – 0,2 кг, скату – 1,5 кг ежедневно. Известно, что в среднем у каждой акулы бывает ежедневно 260 посетителей, у каждой мурены – 21, у каждого ската – 150. Все эти животные есть в океанариуме.

а) Какое число посещений будет у этих животных, если ежедневно в океанариуме им дают 6,5 кг рыбы?

б) Может ли ежедневно распределяться 18,4 кг рыбы, если известно, что за 1 день у этих животных было больше 2000 посещений?

в) Каким может быть наибольшее ежедневное число посещений, если океанариум ежедневно распределяет между ними 7 кг рыбы?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**