

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

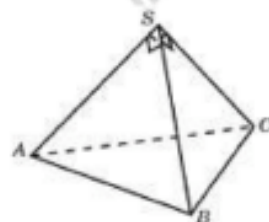
1. Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

2. Какова вероятность того, что последние три цифры номера случайно выбранного паспорта различны?

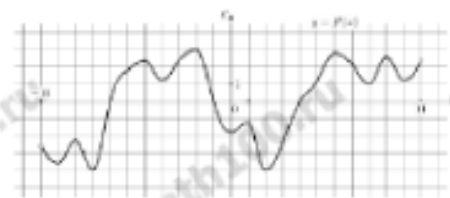
3. Острый угол прямоугольного треугольника равен 32° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.

4. Найдите значение выражения $(9b^2 - 49) \left(\frac{1}{3b-7} - \frac{1}{3b+7} \right) + b - 13$ при $b = 345$

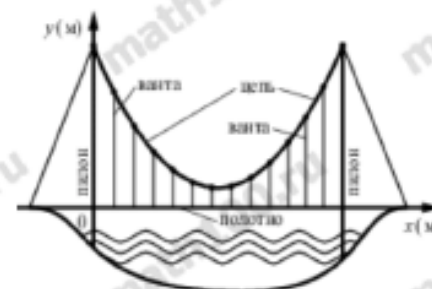
5. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 6. Найдите объем пирамиды.



6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 10]$.

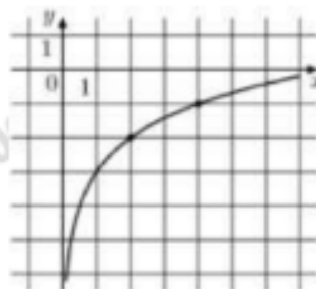


7. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой $y = 0,005x^2 - 0,74x + 25$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 30 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



8. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

9. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x при котором $f(x) = 3$.



10. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно пять мишеней» больше вероятности события «стрелок поразит ровно четыре мишени»?

11. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 3x + \ln x + 10$ на отрезке $\left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

13. Трапеция $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AD — диаметр нижнего основания цилиндра, а точки C и B лежат на окружности верхнего основания и хорда CB равна радиусу основания. Прямая AB образует с плоскостью основания цилиндра угол равный $\arccos \frac{2}{3}$.

а) Докажите, что в трапецию $ABCD$ можно вписать окружность.

б) Найдите угол между плоскостью основания цилиндра и плоскостью ABC .

14. Решите неравенство:

$$0,5 \log_{x-2}(x^2 - 10x + 25) + \log_{5-x}(7x - x^2 - 10) \geq 3.$$

15. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад

на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 5 млн рублей.

16. В треугольнике ABC точки A_1 , B_1 и C_1 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, AH — высота, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BCA = 45^\circ$.

а) Докажите, что A_1 , B_1 , C_1 и H лежат на одной окружности.

б) Найдите A_1H , если $BC = 2\sqrt{3}$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + (5a + 2)x + 4a^2 + 2a < 0, \\ x^2 + a^2 = 4 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

18. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей.

Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять.

а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?

б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?

в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?