

# Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 9

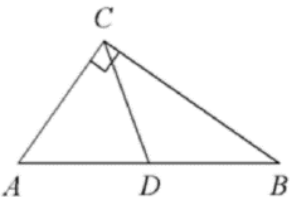
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

## Часть 1

1 Найдите корень уравнения  $\log_{27} 3^{5x+5} = 2$ .

2 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до тысячных.

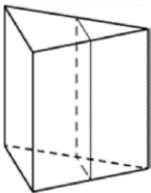
3 В треугольнике  $ABC$   $CD$  – медиана, угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.



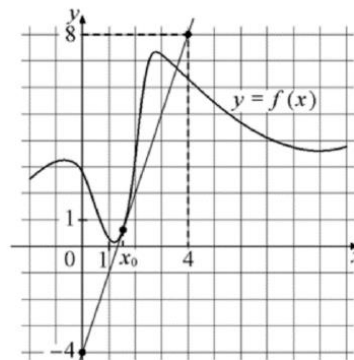
4 Найдите

$\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{4\sqrt{41}}{41}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

5 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 37. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.



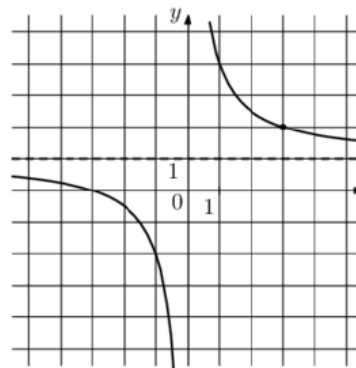
6 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



7 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  – давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  – объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

8 Первый час автомобиль ехал со скоростью 115 км/ч, следующие три часа – со скоростью 45 км/ч, а затем два часа – со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

9 На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите  $f(-12)$ .



10 Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 77% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

11 Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(8x) - 8x + 7 \text{ на отрезке } \left[ \frac{1}{16}; \frac{5}{16} \right].$$

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12 а) Решите уравнение  $4\cos^3 x - 2\sqrt{3}\cos 2x + 3\cos x = 2\sqrt{3}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ 2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$ .

13 В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный ( $AB = BC$ ) треугольник  $ABC$ . Точка  $K$  – середина ребра  $A_1B_1$ , а точка  $M$  делит ребро  $AC$  в отношении  $AM:MC = 1:3$ .

а) Докажите, что  $KM \perp AC$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  и  $AA_1 = 3$ .

14 Решите неравенство

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1.$$

15 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

16 В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  в два раза меньше основания  $BC$ . Внутри трапеции взяли точку  $M$  так, что углы  $BAM$  и  $CDM$  прямые.

а) Докажите, что  $BM = CM$ .

б) Найдите угол  $ABC$ , если угол  $BCD$  равен  $64^\circ$ , а расстояние от точки  $M$  до прямой  $BC$  равно стороне  $AD$ .

17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 + 4y = 4|2x - y|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

18 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{2}{11}$  от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{2}{5}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*