

Контрольно-измерительные материалы
Математика (профильный уровень), ЕГЭ
Вариант 23

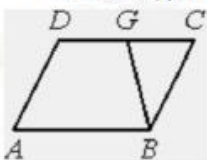
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите корень уравнения $(6x - 13)^2 = (6x - 11)^2$.

2 Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

3 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 132. Точка G — середина стороны CD . Найдите площадь трапеции $ABGD$.



4 Найдите значение выражения

$$7\sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{8} \cdot \cos \frac{15\pi}{8}.$$

5 В цилиндрический сосуд налили 2800 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.

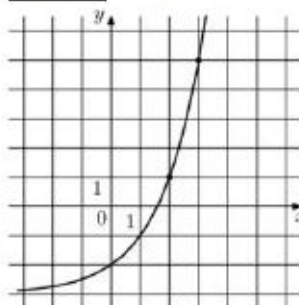
6 Прямая $y = -3x - 5$ является касательной к графику функции $y = x^2 + 7x + c$. Найдите c .

7 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 24 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

8 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 42 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

10 Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(6)$.



11 Найдите точку минимума функции $y = (x^2 - 17x + 17) \cdot e^{7-x}$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$1 + \log_3(x^4 + 25) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{30x^2 + 12}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2, 2; 3, 2]$.

13 В треугольной пирамиде $SABC$ известны боковые рёбра: $SA = SB = 7$, $SC = 5$. Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы CM треугольника ABC . Эта высота равна 4.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
б) Найдите объём пирамиды $SABC$.

14 Решите неравенство

$$1 + \frac{10}{\log_2 x - 5} + \frac{16}{\log_2^2 x - \log_2(32x^{10}) + 30} \geq 0.$$

15 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 8% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равна сумма всех выплат?

16 Дана равнобедренная трапеция, в которой $AD = 3BC$, CM – высота трапеции.

- а) Докажите, что M делит AD в отношении 2:1.
- б) Найдите расстояние от точки C до середины BD , если $AD = 18$, $AC = 4\sqrt{13}$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$\left| \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$

выполняется при всех x .

18 На доске написано число 2045 и ещё несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 5000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

- а) Может ли на доске быть написано ровно 1024 числа?
- б) Может ли на доске быть написано ровно пять чисел?
- в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.