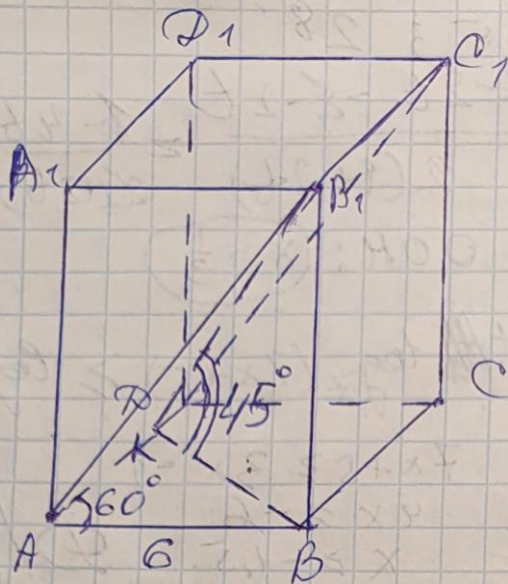


C1

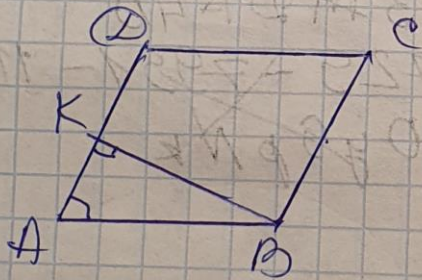
Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямая призма.
 $ABCD$ — ромб, $AB = 6$ см,
 $\angle BAD = 60^\circ$,
 $\angle B_1 A D B = 45^\circ$
 Найти: BB_1 .

Решение.

Д.п. $BK \perp AD$, $KE \perp AD$

т.к. $BK \perp AD$, $B_1 K \perp AD$ (по теореме
 о 3-х $\perp$), то $\angle B_1 A D B = \angle B_1 K B = 45^\circ$.

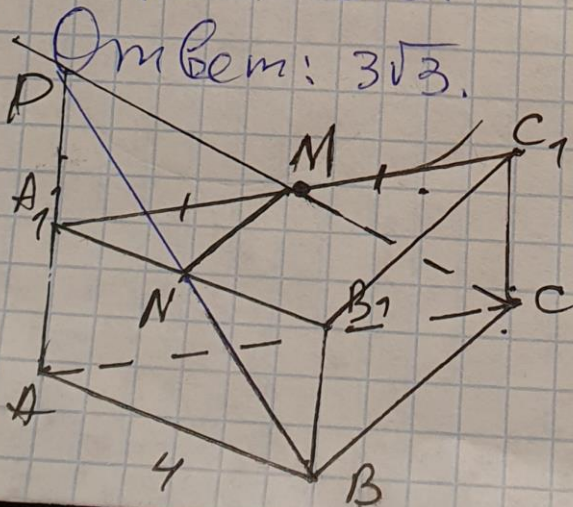
т.к. $\angle B K B_1 = 45^\circ$, $\angle K B B_1 = 90^\circ$, то $\angle K B_1 B = 45^\circ$
 $\Rightarrow KB = BB_1$.



В $\triangle KAB$, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 6$,
 $\sin \angle A = \frac{BK}{AB}$; $\sin 60^\circ = \frac{BK}{6}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BK}{6}$; $BK = 3\sqrt{3}$

$BB_1 = BK = 3\sqrt{3}$.

Ответ: $3\sqrt{3}$.

C2

Дано: $ABCA_1 B_1 C_1$ — прав. призма,
 $AB = 4$, $A_1 M = M C_1$,
 $BB_1 = 4$

Найти: S_{MN} .

Решение.

- Построения:
- 1) $CM \cap AA_1 = P$
 - 2) $PB \cap A_1B_1 = N$,
 $BCMN$ - искомое сечение.

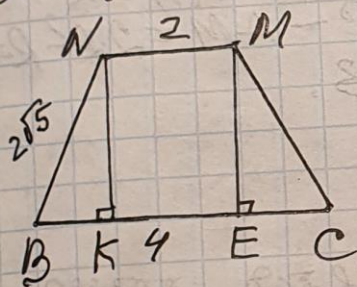
Решение.

т.к. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$,
 $(BMC) \cap (ABC) = BC$,
 $(BMC) \cap (A_1B_1C_1) = MN$,
то $BC \parallel MN \Rightarrow$

$BCMN$ - трапеция.
т.к. $ABCA_1B_1C_1$ - прав. призма, то $BN = CM \Rightarrow$
 $BCMN$ - равнобедр. трапеция.

т.к. $C_1M = MA_1$, $MN \parallel C_1B_1$, $(C_1B_1 \parallel CB, MN \parallel CB)$,
то $B_1N = NA_1 = 2 \Rightarrow MN$ - средняя линия $\Rightarrow$
 $MN = \frac{1}{2} \cdot B_1C_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$.

$$BN = \sqrt{BB_1^2 + B_1N^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

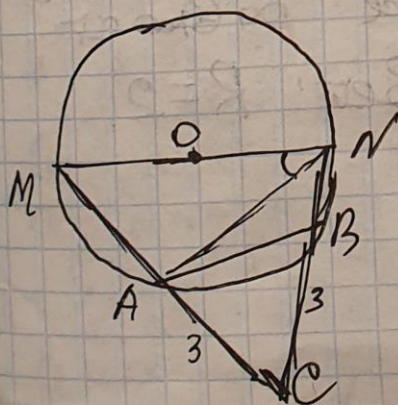


$$BK = \frac{BC - MN}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 1.$$

$$NK = \sqrt{BN^2 - BK^2} = \sqrt{20 - 1} = \sqrt{19}.$$

$$S_{BCMN} = \frac{BC + MN}{2} \cdot NK =$$

$$= \frac{4 + 2}{2} \cdot \sqrt{19} = 3\sqrt{19}. \quad \text{Ответ: } 3\sqrt{19}.$$



Дано: $\text{окр.}(O; R)$ C3
 MN, AB - хорды, $O \in MN$
 $\angle ANM = 30^\circ$; $MA \cap NB = C$
 $AC = CB = 3$
Найти: $R = ON$.

Решение.

17

~~CM~~ CM и CN - сечение, 80

$$3 \cdot (3 + AM) = 3 \cdot (3 + BN) \Rightarrow AM = BN = R.$$

$\Rightarrow AB \parallel MN, \Rightarrow \angle B = \angle M$
 $\alpha \triangle AMN$ - равнобедр. и т.к. $\angle AMN = 60^\circ$

$\triangle MN$ — равнос. и т.к. $MA = R$,
 $AC = MC - AM = 2R^2 - R = R$

$MC = 2R$, $AC = 3$, TO $R = 3$.

R



Qr Ber: $R=2$.

$$a(x-5)^2 - a|x-5| + 5 = 0, \quad (1)$$

Найти a , где $a > 0$ и уравнение
ровно 2 корня.

1) ~~$x \leq 0$~~
 $x \leq 5$. Пусть $|x-5| = t$, тогда

$$a \cdot t^2 - a \cdot t + 5 = 0, \quad (2)$$

уравнение (1) имеет два раз-
ных корня, если уравнение (2)
имеет два корня разных знаков,
т.к. уравнение $|x-5| = t$, где $t > 0$
имеет два действительных корня,
т.е. можно найти значения
параметра при которых уравнение
(2) имеет два корня разных знаков.
или один положительный корень.

Рассмотрим случаи:

- а) уравнение (2) имеет один корень, если
уравнение превращается в линей-
ное, т.е. старший коэффициент
равен 0, т.е. $a = 0$, $\Rightarrow$
получаем из (2) уравнение
линейное $5 = 0$,
т.е. условие не выполняется.
- б) уравнение (2) имеет один
корень, если $D = 0$. Можно
выяснить, является ли корень поло-
жительным.

$$D = (-a)^2 - 4 \cdot a \cdot 5 = a^2 - 20a = 0.$$

$a = 0$ или $a = 20$. Можно
 $a = 0$ не удовл. условию, (т.е. a).

выясняем выполнимость условия при $a=20$.

$$20t^2 - 20t + 5 = 0.$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0.$$

$$(2t-1)^2 = 0.$$

$$2t-1=0$$

$$t = \frac{1}{2} - \text{полное.}$$

корень, $\Rightarrow a=20$ удовлетворяет условию задачи.

2) уравнение имеет два корня разных знаков, для этого должны выполняться условия:

$$\begin{cases} D > 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 - 20a > 0, (1) \\ \frac{5}{a} < 0, (2) \end{cases}$$

$$(1): a^2 - 20a > 0 \\ a(a-20) > 0$$

$$(2): \frac{5}{a} < 0$$

$$a < 0.$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline 0 \quad 20 \end{array} \rightarrow a$$

$$a \in (-\infty; 0)$$

$$a \in (-\infty; 0) \cup (20; +\infty)$$

$$\begin{cases} a < 0; a > 20 \\ a < 0 \end{cases}$$

при $a < 0$ уравне-

ние (2) имеет два корня разных знаков $\Rightarrow$ уравнение (1) имеет равно два корня.

Ответ: $a \in (-\infty; 20) \cup \{20\}$.

С6

$$| |x+4| - 2 | = a. \quad (1)$$

Решим ур-ие (1) графически, для этого в одной системе координат построим графики функций $y = | |x+4| - 2 |$ и $y = a$.

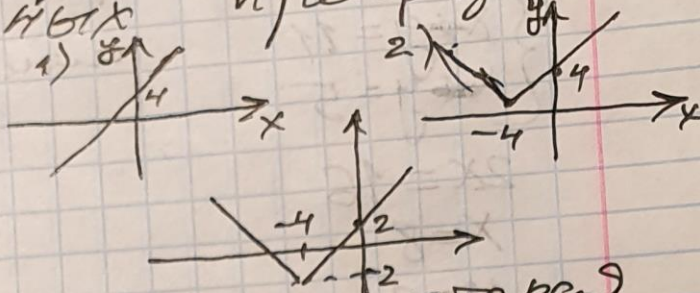
График $f(x)$ построим путем последовательных преобразований

1) $f_1(x) = x + 4$

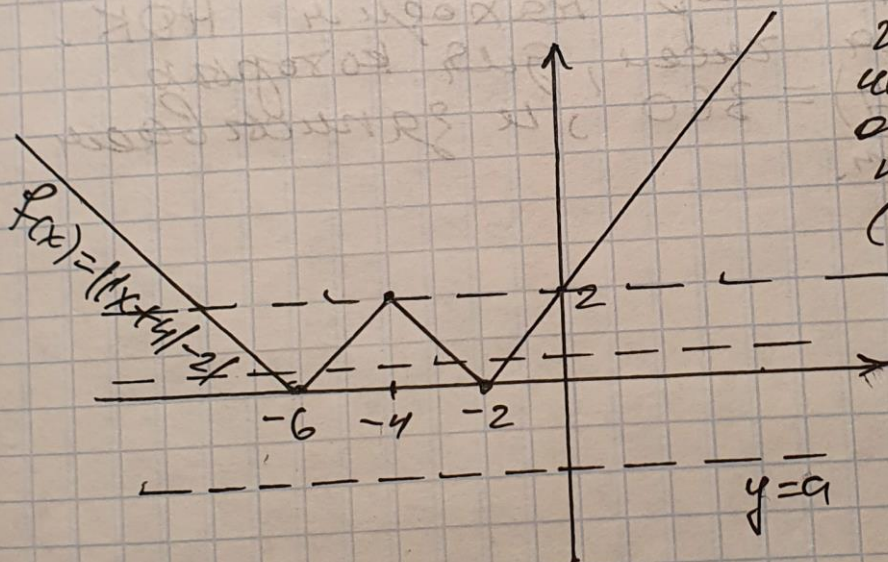
2) $f_2(x) = |x + 4|$

3) $f_3(x) = |x + 4| - 2$

4) $f_4(x) = ||x + 4| - 2|$, та часть которой находится ниже оси Ox симметрично отобразить относительно оси Ox .



Графиком ур-ния $y = a$ является множество параллельных прямых, которые параллельны оси Ox .



При $a = 2$ графики ур-ний имеют три общие точки, $\Rightarrow$ при $a = 2$ ур-ие (1) имеет ровно три корня.

Ответ: $a = 2$.

Пусть x - 1 число, y - 2 число, $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$, $x > y$, тогда $x^2 - y^2 = 55$.

$(x - y) \cdot (x + y) = 55$ т.к. $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$, то $(x - y) \in \mathbb{N}$, $(x + y) \in \mathbb{N}$ и т.к. $55 = 5 \cdot 11 =$

$1 \cdot 55$, и с учетом, что $x > y$, получаем совокупность систем ур:

$$(x+y)(x-y) = 11 \cdot 5 = 55$$

$$\begin{cases} x+y=11 \\ x-y=5 \end{cases}$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$y = 3$$

или

$$\begin{cases} x+y=55 \\ x-y=1 \end{cases}$$

$$2x = 56$$

$$x = 28$$

$$y = 27$$

Ответ: ~~8~~ 8 и 3 или 28 и 27.

C8

Сначала находим все пары натуральных чисел, для которых $x^2 - y^2 = 66$. Потом для всех полученных пар находим НОК. Та пара чисел, для которой $\text{НОК}(x; y) = 360$, и записываем в ответ.