

**Контрольно измерительные материалы пробного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень). Гимназия №2, 11 класс.**

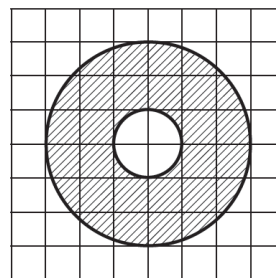
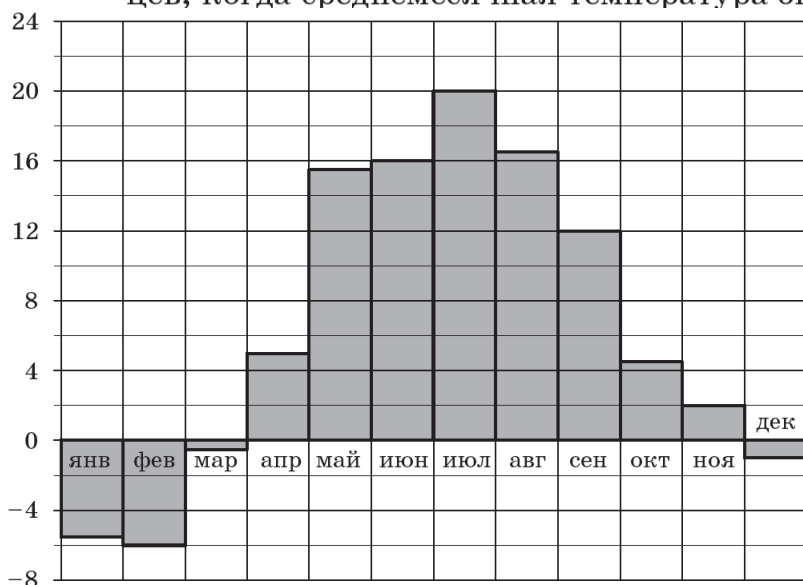
Вариант 004

1 часть

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3900 руб. До установки счётчиков Александр платил за водоснабжение ежемесячно 1200 руб. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 900 руб. За сколько месяцев установка счётчиков окупится?

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была положительной в 2003 году.

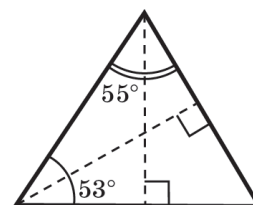


3 На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

4 Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что оба раза выпало число, большее 3.

5 Найдите корень уравнения $\sqrt{33 + 2x} = 5$.

6 Два угла треугольника равны 53° и 55° . Найдите угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.



B7

Найдите значение выражения $\frac{12\sin 3^\circ \cos 3^\circ}{\sin 6^\circ}$.

8

В цилиндрический сосуд налили 4000 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 22 см . В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 11 см . Чему равен объём детали? Ответ выразите в см^3 .

9

Найдите значение выражения $\frac{46 \sin 152^\circ \cdot \cos 152^\circ}{\sin 304^\circ}$.

10

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен $323,2 \text{ л}$, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

11

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км , одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 80 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч .

12

Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 + 2x + 10) + 2$.

2 часть

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{5}{\cos^2 x} + \frac{7}{\sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)} + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14

Радиус основания конуса равен 4 , а высота конуса равна $3\sqrt{2}$. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду окружности основания, длина которой равна $4\sqrt{2}$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середину этой хорды и высоту конуса, перпендикулярна этой хорде.

б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.

15

Решите неравенство $\log_{1,5(x+1)}(3x + 8) \cdot \log_{1,5x+1,5} \frac{3x+8}{(1,5x+1,5)^3} \leq -2$.

16

В равнобедренную трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность, CH — высота трапеции.

а) Докажите, что центр окружности, вписанной в трапецию, лежит на отрезке BH .

б) Найдите диагональ AC , если известно, что средняя линия трапеции равна $2\sqrt{7}$, а $\angle AOD = 120^\circ$, где O — центр окружности, вписанной в трапецию, а AD — большее основание.

17 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 798,75 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (последних 12 месяцев) кредитования?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 8|x - 5| + 2\sqrt{x^2 - 10x + 29} = 2a + |x - 2a - 5|$$

имеет хотя бы один корень.

19 Дана арифметическая прогрессия (с разностью, отличной от нуля), составленная из натуральных чисел, десятичная запись которых начинается с цифры 9 и не содержит цифры 0.

- а) Может ли в такой прогрессии быть 10 членов?
- б) Докажите, что число её членов меньше 100.
- в) Докажите, что число членов всякой такой прогрессии не больше 72.
- г) Приведите пример такой прогрессии с 72 членами.