

Типичные затруднения и ошибки участников ОГЭ по математике.

Зеркина Лариса Владимировна,
учитель математики МБОУ СОШ №44,
эксперт региональной предметной комиссии
по проверке развернутых ответов ОГЭ по
математике 2021

Каждое задание второй части КИМ ОГЭ по математике оценивается в 2 балла.

	Нумерация заданий						Общ. балл
2021 (6 заданий)	№20	№21	№22	№23	№24	№25	
Максим. балл	2	2	2	2	2	2	12

Тематическая принадлежность заданий осталась в основном неизменной. А именно, в 2021 году, задание №20 – упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, решение систем уравнений, №21 – решение текстовой задачи, №22 – построение графика функции, №23 – геометрическая задача на вычисление, №24 – задача по геометрии на доказательство, №25 – геометрическая задача высокого уровня сложности.

Примеры оценивания ответов по каждому типу заданий с развернутым ответом с комментариями

Пример оценивания решения задания 20

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: $x = 1,5$, $x = 0,8$.

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{x-1}{x-1} - \frac{(x-1)^2}{10} = 0$$

0.0 3.

$$\cancel{1 + 3(x-1) - 10(x-1)^2} = 0 \quad (x-1)^2 \neq 0$$
$$x-1 \neq 0$$
$$\cancel{1 + 3x - 3 - 10(x^2 - 2x + 1)} = 0 \quad x \neq 1$$
$$\cancel{1 + 3x - 3 - 10x^2 + 20x - 10} = 0$$
$$-10x^2 + 23x - 12 = 0$$
$$D = b^2 - 4ac, D = 529 - 480 = 49 = \pm x^2$$
$$x_1 = \frac{-23+7}{-20} = \cancel{-1,5} \quad x_2 = \frac{23-7}{-20} = \frac{16}{-20} = \cancel{-0,8}$$

Ответ: ~~0,8~~ 1,5 ; 0,8

Комментарий.

В решении записан верный ответ. Но в последних строках решения присутствуют:

- а) ошибка в вычислении корня квадратного уравнения;
- б) ошибка при сложении чисел с разными знаками;
- в) ошибка в формуле корней квадратного уравнения;
- г) ошибка при делении чисел с разными знаками.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 1.

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: $x = 1,5$, $x = 0,8$.

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0; \quad \frac{1}{(x-1)(x-1)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x-1)} - \frac{10(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} = 0;$$

$$1 + 3(x-1) - 10(x-1)(x-1) = 0, \text{ если } x \neq 1$$

$$1 + 3x - 3 - 10(x-1)^2 = 0;$$

$$-2 + 3x - 10x^2 + 20x - 10 = 0;$$

$$-10x^2 + 23x - 12 = 0 | :(-1);$$

$$10x^2 - 23x + 12 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 529 - 4 \cdot 10 \cdot 12 = 529 - 480 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{23 + 7}{2 \cdot 10} = \frac{22}{20} = 3,6; \quad x_2 = \frac{23 - 7}{20} = -\frac{26}{20} = -1 \frac{6}{20} = \cancel{-1 \frac{3}{5}} - 1,3$$

Ответ: $-1,3; 3,6$

Комментарий.

При нахождении корней квадратного уравнения допущена ошибка. При наличии общей формулы для нахождения корней квадратного уравнения, записанной верно, не извлечен корень из дискриминанта при вычислении корней.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Ответ: $x = 1,5$, $x = 0,8$.

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0 \quad | \cdot (x-1)^2$$

$$1 + (x-3) - 10x^2 + 20x - 10$$

$$-10x^2 + 21x - 12 = 0 \quad | : (-1)$$

$$10x^2 - 21x + 12 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 441 - 4 \cdot (10) \cdot (12)$$

$$D = 441 - 480 = -39$$

Решения нет

Комментарий: Неверное решение.

Оценка эксперта: 0 баллов

Уточнение

- ▶ «ошибка вычислительного характера» или «вычислительная ошибка» – это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения и деления. В критериях оценки выполнения задания подчеркивается тот факт, что 1 балл допускается ставить в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка стала причиной того, что неверен ответ.
- ▶ К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

Например, по заданию № 20 – при решении уравнения:

Обучающиеся автономного округа при решении уравнения нарушают равносильность, что приводит к появлению посторонних корней:

- так при переходе к полному квадратному уравнению не указывали ОДЗ для арифметического квадратного корня, в ответ записывали все найденные корни, не проверяли условие.

По заданию № 21 – при решении текстовой задачи:

Текстовые задачи традиционно считаются одними из самых сложных, так как от обучающихся в первую очередь требуется понимания имеющихся в задачах условий. Обучающимися автономного округа не выполняется логическая проверка полученного ответа, нет знаний зависимости между различными величинами, это привело к следующим ошибкам, и не успешным выполнение данного задания, таких как:

- не понимали условия задачи (невнимательно читают условие),
- неверно определяли искомую величину,
- допускали ошибки вычислительного характера,
- не выполняли логическую проверку полученного ответа,
- не описывали пояснения к действиям,
- не переводили единицы измерений,
- отвечали на другой вопрос задачи.

Пример оценивания решения задания 21

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

	Исполнитель	Часы	Минуты
И+П	$\frac{1}{14}$	14	1
П+В	$\frac{1}{15}$	15	1
В+И	$\frac{1}{30}$	30	1

$$v(I+P+P+B+B+I) = \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{1}{14} + \frac{1}{10} = \frac{5+7}{70} = \frac{12}{70} = \frac{6}{35} (\text{ч./ч})$$

$$t = \frac{1}{v} = \frac{1}{\frac{6}{35}} = \frac{35}{6} \text{ ч.} = \frac{35 \cdot 60}{6} \text{ мин} = 350 \text{ мин}$$

Ответ: 350

Комментарий: Путь решения верный, но допущена вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 2.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

$$I + P = 14$$

$$P + V = 15$$

$$V + I = 30$$

$$\begin{cases} I + P = 14 \\ P + V = 15 \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{14}$$

$$V = \frac{1}{30}$$

$$P = \frac{1}{15}$$

$$I + V = \frac{1}{30}$$

$$\begin{cases} I + V = \frac{1}{14} \\ V = \frac{1}{15} - 2 \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{30} - 2$$

$$I = \frac{1}{30} - \frac{1}{15}$$

$$I = \frac{1}{30} - \frac{2}{30}$$

$$I = \frac{1}{30} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{15} - 2 + \frac{1}{30} - 2 = \frac{1}{14}$$

$$-2 + \frac{3}{30} = \frac{1}{14}$$

$$-2 = \frac{1}{14} - \frac{3}{30}$$

$$-2 = \frac{30 - 42}{420}$$

$$I_2 = \frac{12}{420}$$

$$I_2 = \frac{12}{420} : 2 = \frac{12}{420} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{40}$$

$$V = \frac{1}{15} - \frac{1}{40} = \frac{70 - 15}{1050} = \frac{55}{1050}$$

$$I = \frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{70 - 30}{2100} = \frac{40}{2100} = \frac{4}{210}$$

$$\frac{1}{40} + \frac{55}{1050} + \frac{4}{210} = \frac{7}{210} + \frac{55}{1050} = \frac{1}{30} + \frac{55}{1050} = \frac{1050 + 1650}{31500} =$$
$$= \frac{2700}{31500} = \frac{27}{315} (\text{ч})$$

$$\frac{27}{315} \cdot \frac{60}{1} = \frac{1620}{315} = 5 \frac{45}{315} = 5 \frac{1}{7} (\text{минут})$$

Ответ: $5 \frac{1}{7}$ (минут)

Комментарий: Логическая ошибка – выпускник перепутал производительность и время.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

	Игорь	Паша	Володя	Работа
Из найти:	$\frac{1}{x+y+z}$.			
	x	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{z}$	1
	y	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{z}$	1

1) $\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 14 \\ \frac{1}{y+z} = 15 \\ \frac{1}{x+z} = 30 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ x+z = \frac{1}{30} \end{cases}$

3) $y = \frac{1}{15} - \frac{1}{70} = \frac{70-15}{1050} = \frac{55}{1050} = \frac{11}{210}$

4) $x = \frac{1}{30} - \frac{1}{70} = \frac{7-3}{210} = \frac{4}{210} = \frac{2}{105}$

5) $\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{\frac{1}{70} + \frac{11}{210} + \frac{2}{105}} = \frac{1}{\frac{3+11+4}{210}} = \frac{210}{18} = \frac{70}{6} = \frac{35}{3}$

В 1 часе 60 минут, тогда $\Rightarrow \frac{70}{6} \cdot 60 = 700$ мин.
Ответ: 700 мин.

Комментарий.

Ход решения верный, ответ верный.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 4.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

P	t	A
$x+y$	$\frac{1}{14}$	1
$y+z$	$\frac{1}{15}$	1
$x+z$	$\frac{1}{30}$	1

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 14 \\ \frac{1}{y+z} = 15 \\ \frac{1}{x+z} = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ x+z = \frac{1}{30} \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{14} - x \\ \frac{1}{14} - x + \left(\frac{1}{30} - x\right) = \frac{1}{15} \\ 2 = \frac{1}{30} - x \end{cases} \quad (*)$$

$$y = \frac{1}{2 \cdot 7} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{11}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$* \quad \frac{1}{14} - x + \frac{1}{30} - x = \frac{1}{15}$$

$$z = \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$-2x = \frac{1}{15} - \frac{1}{30} - \frac{1}{14}$$

$$\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{11}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{18} = \frac{35}{2} = 17.5$$

$$-2x = \frac{1}{3 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5} - \frac{1}{7 \cdot 2}$$

$$= 1050 \text{ мин}$$

$$-2x = \frac{14 - 7 - 15}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

Ответ: ~~1050~~ 1050 мин

$$-2x = \frac{-8}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

$$x = \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

Комментарий: Вычислительная ошибка на последнем шаге.

Оценка эксперта: 1 балл.

По заданию № 22 – при построении графика функции, обучающиеся автономного округа, допускали следующие ошибки:

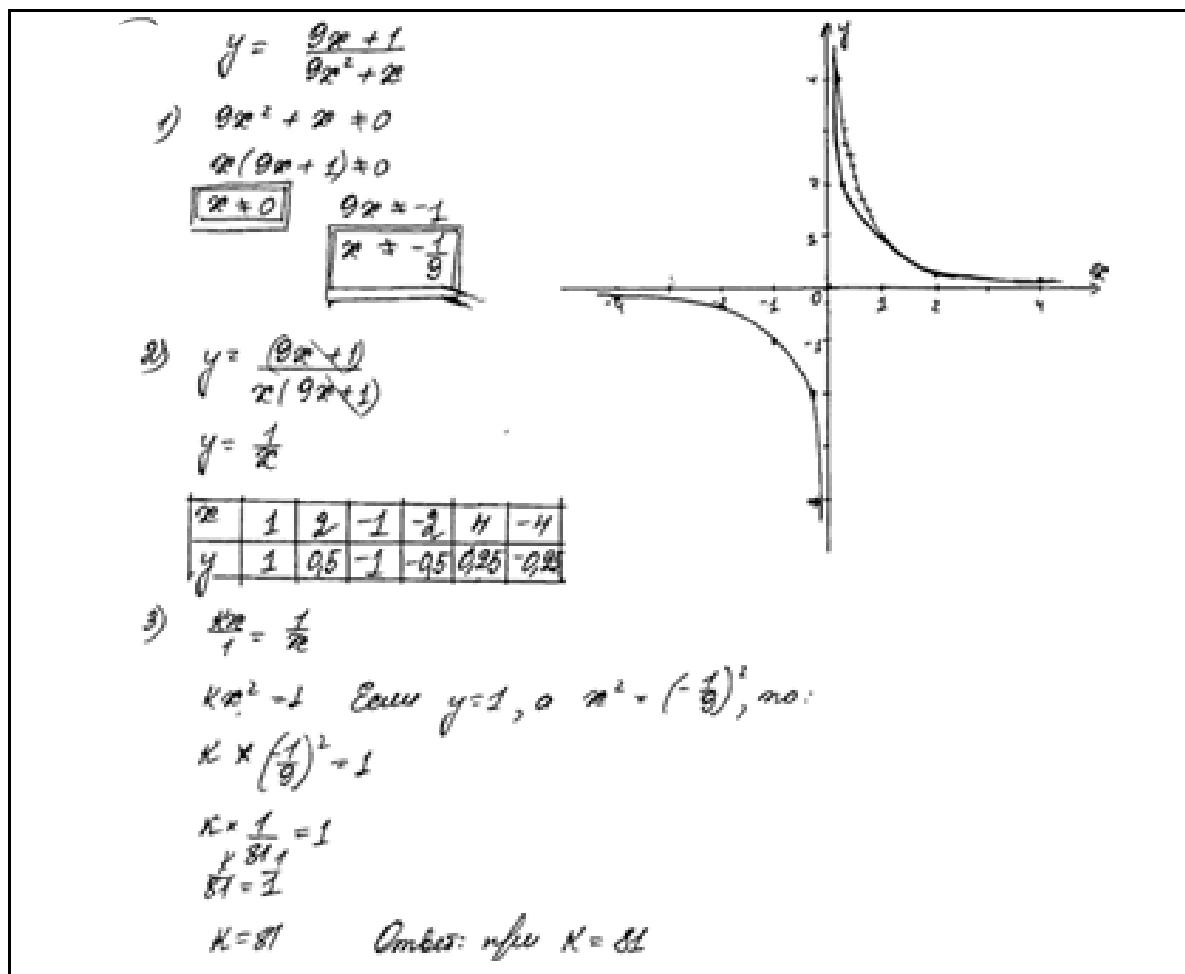
- не находили допустимые значения для переменной x ,
- допускали ошибки вычислительного характера,
- не приводили таблицу (отсутствовала) значений для построения графика,
- неверно строили график (отсутствовало соблюдение масштаба, отсутствие «выколотой» точки),
- допускали небрежность в построении графика,
- находили не все значения параметра.

Основным условием положительной оценки за решение задания является верное построение графика.

Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколотая точка обозначена в соответствии с ее координатами.**

Пример оценивания решения задания 22

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.



Комментарий: График построен неверно – отсутствует выколотая точка. В соответствии с критериями – 0 баллов.

Оценка эксперта: 0 баллов.

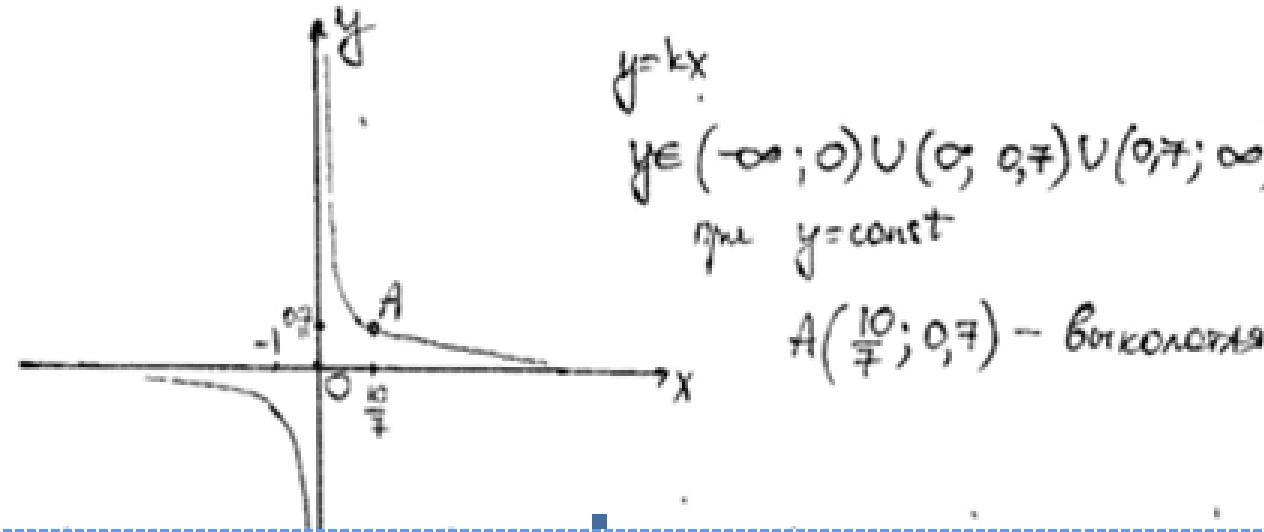
Пример 2.

Постройте график функции $y = \frac{7x - 10}{7x^2 - 10x}$ и определите, при каких значениях k

прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 0,49.

$$y = \frac{7x - 10}{7x^2 - 10x} = \frac{7x - 10}{x(7x - 10)} = \frac{1}{x} \quad x \neq \frac{10}{7} \quad \text{если } x = \frac{10}{7} \quad y = 0,7$$



Комментарий: Форма графика соблюдена, выколотая точка обозначена верно.

Вторая часть задания не выполнена.

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 3.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.

(ураин
треин $x \neq -\frac{1}{9}$; 0 -
Горизонтали)

$$y = \frac{9k + 7}{9k^2 + k}$$

$$\therefore (9k^2 + 7 \neq 0; k \neq -\frac{1}{9})$$

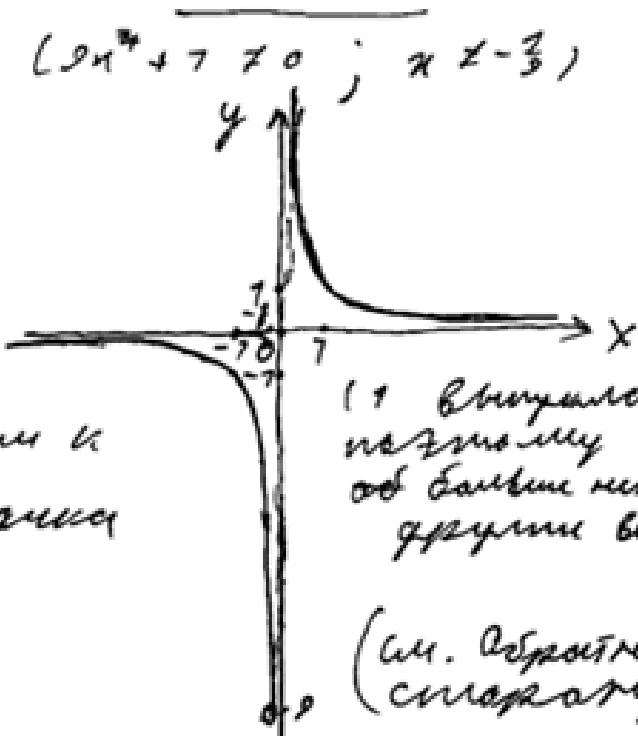
$$y = \frac{1}{k} \text{ овн. ветви}$$

$$y = -\frac{7}{9} \quad y = -2.$$

$$-\frac{7}{9} = -\frac{7}{9}k$$

$K = 87$ - при этом k
табулирует точка

Ответ: $K = 87$



Комментарий: Форма графика соблюдена, выколотая точка обозначена верно.

Вторая часть задания выполнена верно.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 4.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.

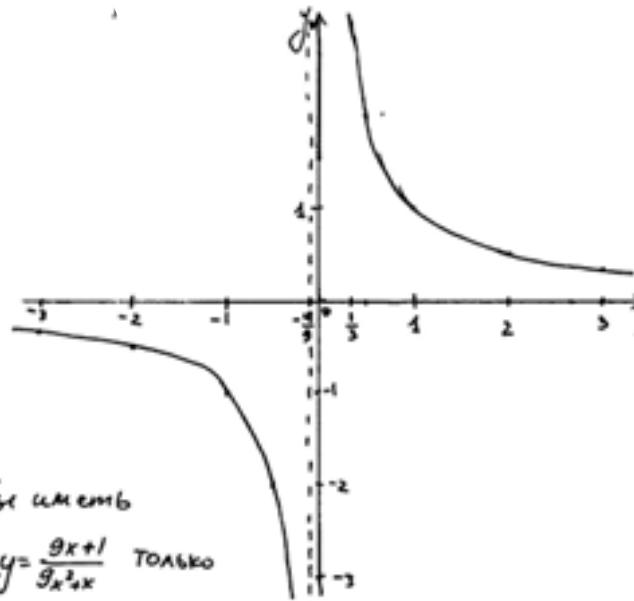
$$y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$$

$$y = \frac{9x+1}{x(9x+1)}$$

$$Dy \in \mathbb{R} \setminus \{0; -\frac{1}{9}\}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$Ey \in \mathbb{R} \setminus \{0; -9\}$$



Для того, чтобы иметь
с графиком ф-ии $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ только
1 (•) пересечение график ф-ии

$y = kx$ должен проходить

через вилкотую точку, имеющую координаты $(-\frac{1}{9}; -9)$.

Подставим эти значения и найдем k .

$$-9 = k \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) / \cdot (-9)$$

$$k = 81.$$

Ответ: 81.

Комментарий: Несмотря на описание, по данному рисунку нельзя судить о верности графика.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 5.

Постройте график функции $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.

$$y = \frac{9x+1}{9x^2+x} = \frac{9x+1}{x(9x+1)} = \frac{1}{x},$$

Графиком данной функции является гипербола.

ОДЗ:

$$9x^2 + x \neq 0,$$

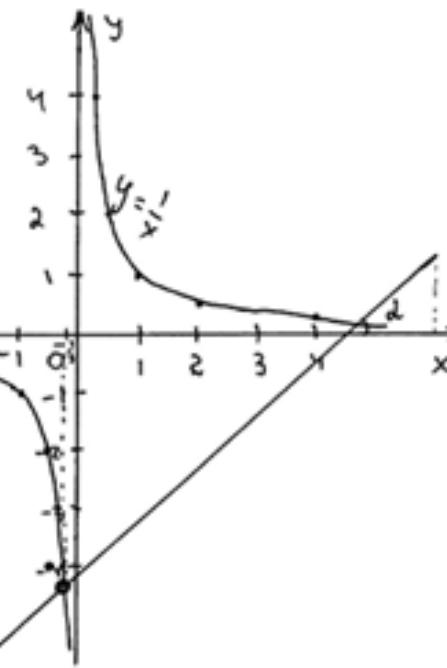
$$x(9x+1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad 9x \neq -1$$

$$x \neq -\frac{1}{9}.$$

$$y = \frac{1}{x} :$$

x	1	2	4	-1	-2	-4
y	1	0,5	0,25	-1	-0,5	-0,25



Комментарий

~~прямая $y = kx$ имеет~~
~~одну общую точку при $k \neq 0$~~

Комментарий.

График построен верно. Наличие некоторой прямой на графике, не может быть поводом для снижения баллов за построение графика.

Оценка эксперта: 1 балл.

По заданию № 23 – при решении задачи по геометрии, обучающимися автономного округа были допущены следующие ошибки:

- сводили задачу к арифметике (решали по действиям, разбивая трапецию на части, не поясняя переходы),
- неверно записывали отношения пропорциональных сторон в подобных треугольниках,
- рассматривали частный случай,
- при неверных рассуждениях получали верный ответ,
- допускали необоснованность при доказательстве,
- пропускали шаги в доказательстве,
- не оформляли чертеж к задаче, допускали небрежность в чертежах.

Пример оценивания решения задания 23

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

Найти:
 $OH = ?$

Решение:

- 1) Тк. $ABCD$ -ромб $\Rightarrow AB = CD = BC = DA = 26 \text{ см}$
- 2) По свойству касет AD , не являющейся прямой $\angle AOB = 120^\circ$ ($\angle AOB$ выпуклого) $\Rightarrow AD = BC = 26 \text{ см}$. Т.к. $AD = DC$ - ромб, рас
 $\Rightarrow DH = HC = 12 \text{ см}$
- 3) По свойству деления AB medianе BD $\angle 2 = \angle 3 \Rightarrow BD = 26 \cdot 1 = 52 \text{ см}$
- 4) Реш. о OH по-примоугольной; по \square Пифагор:

$$\begin{aligned}26^2 &= 24^2 + OH^2 \\676 &= 576 + OH^2 \\OH^2 &= 676 - 576 \\OH^2 &= 100 \\OH &= 10\end{aligned}$$

Ответ: $OH = 10 \text{ см}$

Комментарий.

Учащийся использует данные, которых нет в условии (считая острый угол ромба 60°).

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 2.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

Дано:
АВСD - ромб
AH - высота
 $DH = 24$
 $CH = 2$
Найти: $AH = ?$

Решение:
 $CD = CA = BD = AB$,
т.к. АВСD - ромб
 $CH + HD = 26$
 $(CD : AB = AC : BD = 26)$, т.к.
ОТВЕТ (по теор. Пифагора)
 $AH^2 = 26^2 - 2^2 = 676 - 4 =$
 $= 672$
 $AH = \sqrt{672} = 4\sqrt{42}$
Ответ. $4\sqrt{42}$.

Комментарий.

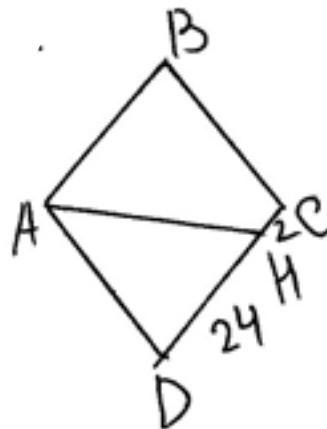
Учащийся решает свою задачу: не учтен порядок расположения отрезков.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.



Т.к. у ромба все стороны равны, то
 $AB = BC = CD = DA = 26$. Тогда $AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} =$
 $= \sqrt{676 - 576} = \sqrt{100} = 10$.

Ответ: $AH = 10$.

Комментарий:

Задача выполнена верно, не смотря на изображение перпендикуляра AH .

Оценка эксперта: 2 балла.

По заданию № 24 – при решении задачи по геометрии. Ошибки в решении геометрических задач обусловлены в большинстве своем нарушениям логики в рассуждениях, принятием ошибочных гипотез, недостатками в работе с чертежом, обучающиеся автономного округа:

- не учитывали условия задачи (неверное расположение данных на чертеже),
- нарушали логическую правильность рассуждений,
- делали ошибочные заключения и выводы,
- не оформляли чертежи к задаче, допускали небрежность в чертежах.

Пример оценивания решения задания 24

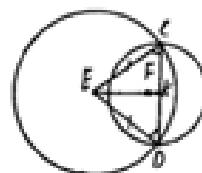
Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .

Дано:

окр. (E); окр. (F)

окр. (E) \cap окр. (F) = $C \cup D$

Доказать: $CD \perp EF$



Задание Доказательство

Проведем EC и ED – радиусы, тогда $EC = ED$.

$\triangle ECD$ – равнобедренный, т.к. $EC = ED$ (как радиусы) $\Rightarrow \angle EDC = \angle ECD$,

$CK = KO \Rightarrow \angle EKC = \angle EKD$ (ко 2 стороны и между ними).

Тогда $\angle CEK = \angle DEK \Rightarrow EK$ – биссектриса $\angle CED$. В равнобедренном
треугольнике биссектриса, проведенная из вершины, является
медианой и высотой $\Rightarrow EF \perp CD$ т. м. з.

Комментарий: Не доказано, что точка F лежит на высоте EK .

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 2.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .



Дано: окружность с центром
в точке E , окружность с цент-
ром в точке F , точки C, D -
точки пересечения окру-
жностей

Доказать: $EF \perp CD$

Построение предположим что

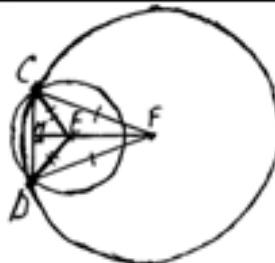
- 1) Линия пересечения EF и CD - К, а пересечение с окружностью
- 2) Так как центры окружностей находятся на одной прямой,
 CD их общая хорда, а EF - радиус одной из окружностей
так, что FK делит CD пополам .
- 3) Рассмотрим треугольник CFD , FK - медиана CD ,
- 4) $FD = FC$, т.к. она является радиусами окружности
- 5) следовательно $\triangle CFD$ - равнобедренный, следовательно FK
также является высотой, следовательно $EF \perp CD$

Комментарий: Не доказано, почему FK делит CD пополам.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 3.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .



Дано: C и D -точки пересечения
окружностей;
 E и F по одну сторону от CD .
Док-ти: $CD \perp EF$

Док-во:

- 1) Проведём радиусы $CE; ED; CF; FD$.
- 2) Рассмотрим тр-к CDE . Радиусы равны \Rightarrow
 \Rightarrow тр-к равнобедренный.
- 3) Проведём медиану EM . В равнобедренном
тр-нике медиана, проведённая к основанию
явл. высотой $\Rightarrow EM$ -высота.
- 4) Рассмотрим тр-к CFD . Радиусы равны \Rightarrow
 \Rightarrow тр-к равнобедренный \Rightarrow медиана,
предведенная к основанию явл. высотой \Rightarrow
 $\Rightarrow FM$ -медиана и высота.
- 5) Высоты EM и FM лежат на одной прямой
с отрезком FE ; основание CD лежит на прямой (D) .
- 6) Так как тр-никль \perp к основанию CD и лежит
на одной прямой с EF , то $EF \perp CD$.
Ч.т.д.

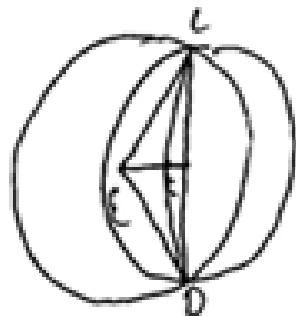
Комментарий: Неточность в обосновании (см. пункт 5)

Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 4.

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D , центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD . Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF .

25.



Дано: окр. сц. ℓ , окр. сц. F

окр. пересекаются в сц. C и D ;

Док-ть: $CD \perp EF$

Док-ть:

1). Проведем радиусы EC, ED, FC, FD

$EC = ED$ (радиусы) \Rightarrow $\triangle ECD$ равнобедренное от сц. C и D } $\Rightarrow EF$ - сщ. перпендикуляр к CD $\Rightarrow EF \perp CD$

$FC = FD$ (радиусы) $\Rightarrow \triangle FCD$ равнобедренное от сц. C и D }

Комментарий: Классическое доказательство данного факта.

Оценка эксперта: 2 балла.

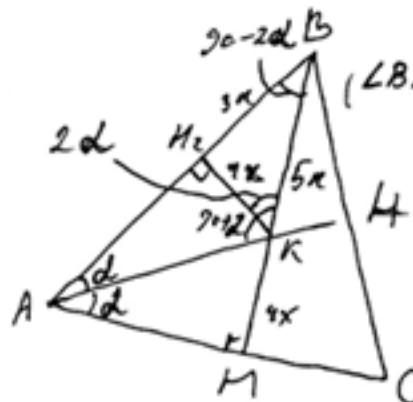
По заданию № 25 – при решении геометрической задачи высокого уровня сложности.

Данное задание, является сложным и требует свободного владения материалом. Эта задание в первую очередь для обучающихся, изучавших математику более основательно, например, углублённый курс, элективные курсы, математические кружки. С данным заданием могли справиться обучающиеся, обладающие хорошей геометрической подготовкой имеющие большой опыт решения подобных задач. Трудности при решении возникали из –за отсутствия навыка в решении задач, подобного уровня, так как обучающиеся

- затруднялись описывать реальные ситуации на языке геометрии,
- делали неполные и неточные выводы,
- давали неполные или неточные ответы,
- допускали ошибки вычислительного характера.

Пример оценивания решения задания 25.

Биссектриса угла A , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $5:4$, считая от вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности. Ответ: 5.



($\angle BAC = 2d$) опустим из K на AB высоту она равна KH т.к. AB бисс.

$$\angle AKB = 90 + d \text{ иш. } \sin K$$

$$\Delta AKH \Rightarrow \angle AKH = 90 - 2d \Rightarrow$$

$$\angle BKH = 2d \text{ по т. индексаро}$$

$$H_2B = 3x (\sqrt{4x^2 + 5x^2} = \sqrt{9x^2} = 3x) \Rightarrow$$

$$\sin 2d = \frac{3}{5}$$

$$\text{по т. синусов } \frac{a}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow \frac{BC}{\sin 2d} = 2R \Rightarrow$$

$$R = \frac{\frac{6}{\frac{3}{5}}}{2} = 5$$

$$\text{Ответ: } R = 5$$

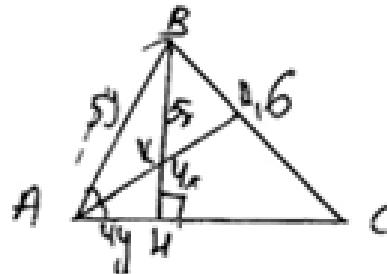
Комментарий: При правильном ответе решение содержит более одной ошибки и описки.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример 2.

Биссектриса угла A , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $5:4$, считая от вершины BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.



Дано: $\triangle ABC$, бисс $\angle A$ делит BH ($5:4$), $BG=6$
Найти: R .

$$\begin{aligned} \text{AA}_1 - \text{бисс} &\Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{AH}{HK} = \frac{5}{4} \quad AB=5y, \quad AH=4y \Rightarrow BH=3y \text{ и } BH=9x \\ 9x=3y & \quad 3x=y \quad 2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{6}{\sin A} \quad \sin A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0,6 \end{aligned}$$

Комментарий.

Решение незаконченное: формула для нахождения радиуса выписана, все компоненты найдены, но не получен итоговый результат.

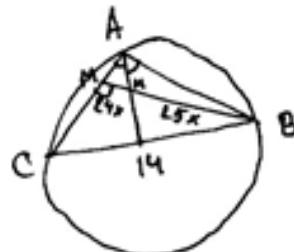
Оценка эксперта: 1 балл.

Пример 3.

Биссектриса AM , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $25:24$, считая от вершины BC равно 14 . Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

Дано:
 AM - биссектриса
 $\frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$
 $BC = 14$
Найти:
 R



Решение:

$\Rightarrow AM$ - биссектриса (по условию)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$$

Пусть $AM = 24y$, тогда
 $AB = 25y$

\downarrow
 $MB = 7y$ (по теореме Пифагора)

\downarrow
 $\sin \angle A = \frac{7}{25}$

$$2R = \frac{CB}{\sin \angle A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$$

\downarrow
 $R = 25$

Ответ: 25.

Комментарий: Решение верное.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример 4.

Биссектриса AD , треугольника ABC делит высоту BH в отношении $25:24$, считая от вершины B . $BC = 14$. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

Дано:

$\triangle ABC$

BH - высота

AD - биссектриса

$$BC = 14$$

$$BH : DA = 25x : 24x$$

$$R = ?$$



Решение:

$$1) \frac{AB}{AH} = \frac{AO}{OH} = \frac{24y}{25y} \text{ - отношение сопоставимых}$$

2) $\triangle ABH$ - прямой \Rightarrow

$$25y^2 + AB^2 = AH^2 + BH^2 \text{ (Пифагор)} \Rightarrow$$

$$25y^2 = 24y^2 + (7x)^2 \Rightarrow 25y^2 = 49x^2 \Rightarrow y^2 = 49x^2$$

$$3) \sin \angle BAH = \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{49x}{25y} =$$

$$= \frac{49x}{7x \cdot 25} = \frac{7}{25}$$

$$\frac{y}{2R} = \frac{BC}{2AB} \text{ (следствие из теоремы синусов)} \Rightarrow$$

$$2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R = 50 \Rightarrow R = 25$$

Комментарий: Вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.

Источники информации

- ▶ АУДПО ХМАО — Югры «Институт развития образования». Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика». Рекомендации по организация дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки в классе. (*Рекомендации составлены на основе выявленных типичных затруднений и ошибок участников ОГЭ по «Математике» за 2020–2021 уч.год*)
- ▶ ФИПИ Методические материалы для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ 2021 года.
- ▶ КИМ для проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего и среднего общего образования по математике И.В. Ященко, в.н.с. ФГБНУ «ФИПИ». Авторы-составители: А.В. Семенов, М.А. Черняева.