

# Типичные затруднения и ошибки участников ОГЭ по математике.

Зеркина Лариса Владимировна,  
учитель математики МБОУ СОШ №44,  
эксперт региональной предметной комиссии  
по проверке развернутых ответов ОГЭ по  
математике2021

Каждое задание второй части КИМ ОГЭ по математике оценивается в 2 балла.

	Нумерация заданий						Общ. балл
2021 (6 заданий)	№20	№21	№22	№23	№24	№25	
Максим. балл	2	2	2	2	2	2	12

Тематическая принадлежность заданий осталась в основном неизменной. А именно, в 2021 году, задание №20 – упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, решение систем уравнений, №21 – решение текстовой задачи, №22 – построение графика функции, №23 – геометрическая задача на вычисление, №24 – задача по геометрии на доказательство, №25 – геометрическая задача высокого уровня сложности.

# Примеры оценивания ответов по каждому типу заданий с развернутым ответом с комментариями

## Пример оценивания решения задания 20

Решите уравнение  $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$ .

Ответ:  $x = 1,5$ ,  $x = 0,8$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 &= 0 && \text{O.D 3.} \\ \frac{1 + 3(x-1) - 10(x-1)^2}{(x-1)^2} &= 0 && (x-1)^2 \neq 0 \\ &&& x-1 \neq 0 \\ &&& \underline{x \neq 1;} \\ 1 + 3x - 3 - 10(x^2 - 2x + 1) &= 0 \\ \underline{1} + \underline{3x} - \underline{3} - 10x^2 + \underline{20x} - \underline{10} &= 0 \\ -10x^2 + 23x - 12 &= 0 \\ D = b^2 - 4ac, D = 529 - 480 = 49 = 7^2 \\ x_1 = \frac{-23 + 7}{-20} = \underline{\underline{1,5}} \quad x_2 = \frac{-23 - 7}{-20} = \frac{-30}{-20} = \underline{\underline{1,5}} \end{aligned}$$

Ответ: ~~1,5; 1,5~~ 1,5; 0,8

### Комментарий.

В решении записан верный ответ. Но в последних строках решения присутствуют:

- ошибка в вычислении корней квадратного уравнения;
- ошибка при сложении чисел с разными знаками;
- ошибка в формуле корней квадратного уравнения;
- ошибка при делении чисел с разными знаками.

Оценка эксперта: 0 баллов.

### Пример 1.

Решите уравнение  $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$ .

Ответ:  $x = 1,5$ ,  $x = 0,8$ .

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0; \quad \frac{1}{(x-1)(x-1)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x-1)} - \frac{10(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-1)} = 0;$$

$$1 + 3(x-1) - 10(x-1)(x-1) = 0, \text{ если } x \neq 1$$

$$1 + 3x - 3 - 10(x-1)^2 = 0;$$

$$-2 + 3x - 10x^2 + 20x - 10 = 0;$$

$$-10x^2 + 23x - 12 = 0 \quad | \cdot (-1);$$

$$10x^2 - 23x + 12 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac; \quad D = 529 - 4 \cdot 10 \cdot 12 = 529 - 480 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{23 + 7}{2 \cdot 10} = \frac{30}{20} = 1,5; \quad x_2 = \frac{23 - 7}{20} = \frac{16}{20} = 0,8$$

Ответ:  $-1,3$ ;  $3,6$

### Комментарий.

При нахождении корней квадратного уравнения допущена ошибка. При наличии общей формулы для нахождения корней квадратного уравнения, записанной верно, не извлечен корень из дискриминанта при вычислении корней.

Оценка эксперта: 0 баллов.

### Пример 3.

Решите уравнение  $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$ .

Ответ:  $x = 1,5$ ,  $x = 0,8$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 &= 0 \quad | \cdot (x-1)^2 \\ 1 + (x-3) - 10x^2 + 20x - 10 & \\ -10x^2 + 21x - 12 &= 0 \quad | : (-1) \\ 10x^2 - 21x + 12 &= 0 \\ D &= b^2 - 4ac \\ D &= 441 - 4 \cdot (10) \cdot (12) \\ D &= 441 - 480 = -39 \\ \text{Решения нет} \end{aligned}$$

*Комментарий:* Неверное решение.

**Оценка эксперта: 0 баллов**

# Уточнение

- ▶ «ошибка вычислительного характера» или «вычислительная ошибка» – это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения и деления. В критериях оценки выполнения задания подчеркивается тот факт, что 1 балл допускается ставить в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка стала причиной того, что неверен ответ.
- ▶ К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

Например, по заданию № 20 – при решении уравнения:

Обучающиеся автономного округа при решении уравнения нарушают равносильность, что приводит к появлению посторонних корней:

- так при переходе к полному квадратному уравнению не указывали ОДЗ для арифметического квадратного корня, в ответ записывали все найденные корни, не проверяли условие.

По заданию № 21 – при решении текстовой задачи:

Текстовые задачи традиционно считаются одними из самых сложных, так как от обучающихся в первую очередь требуется понимания имеющихся в задачах условий. Обучающимися автономного округа не выполняется логическая проверка полученного ответа, нет знаний зависимости между различными величинами, это привело к следующим ошибкам, и не успешным выполнение данного задания, таких как:

- не понимали условия задачи (невнимательно читают условие),
- неверно определяли искомую величину,
- допускали ошибки вычислительного характера,
- не выполняли логическую проверку полученного ответа,
- не описывали пояснения к действиям,
- не переводили единицы измерений,
- отвечали на другой вопрос задачи.

### Пример оценивания решения задания 21

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

	Скорость работы/ч	$t$ ч	Араств. забора
И+П	$\frac{1}{14}$	14	1
П+В	$\frac{1}{15}$	15	1
В+И	$\frac{1}{30}$	30	1

$$\sqrt{(И+П+П+В+В+И)} = \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{1}{14} + \frac{1}{10} = \frac{5+7}{70} = \frac{12}{70} = \frac{6}{35} \text{ (ч.с./ч)}$$

$$t = \frac{A}{v} = \frac{1}{\frac{6}{35}} = \frac{35}{6} \text{ ч} = \frac{35 \cdot 60}{6} \text{ мин} = 350 \text{ мин}$$

Ответ: 350

*Комментарий:* Путь решения верный, но допущена вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.



### Пример 2.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчишки, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

$$\begin{aligned} H+I &= 14 \\ P+I &= 15 \\ B+I &= 30 \end{aligned} \quad \begin{cases} X+Y = \frac{1}{14} \\ Y+Z = \frac{1}{15} \\ Z+X = \frac{1}{30} \end{cases} \quad \begin{cases} X+Y = \frac{1}{14} \\ Y = \frac{1}{15} - Z \\ X = \frac{1}{30} - Z \end{cases} \quad \begin{aligned} \frac{1}{15} - Z + \frac{1}{30} - Z &= \frac{1}{14} \\ -2Z + \frac{2}{30} &= \frac{1}{14} \\ -2Z &= \frac{1}{14} - \frac{2}{30} \\ -2Z &= \frac{30-42}{420} \end{aligned}$$
$$2Z = \frac{12}{420}$$
$$Z = \frac{12}{420} : 2 = \frac{12}{420} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{70}$$
$$Y = \frac{1}{15} - \frac{1}{70} = \frac{70-15}{1050} = \frac{55}{1050}$$
$$X = \frac{1}{30} - \frac{1}{70} = \frac{70-30}{2100} = \frac{40}{2100} = \frac{4}{210}$$
$$\frac{1}{70} + \frac{55}{1050} + \frac{4}{210} = \frac{7}{210} + \frac{55}{1050} = \frac{1}{30} + \frac{55}{1050} = \frac{1050+1650}{31500} =$$
$$= \frac{2700}{31500} = \frac{27}{315} \text{ (к)}$$
$$\frac{27}{315} \cdot \frac{60}{1} = \frac{1620}{315} = 5 \frac{45}{315} = 5 \frac{1}{7} \text{ (минут)}$$

Ответ:  $5 \frac{1}{7}$  (минут)

*Комментарий:* Логическая ошибка – выпускник перепутал производительность и время.

Оценка эксперта: 0 баллов.

### Пример 3.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

Найти:  $\frac{1}{x+y+z}$ .

	Могут Произв	Время	Работа
Игорь	x	$\frac{1}{x}$	1
Паша	y	$\frac{1}{y}$	1
Володя	z	$\frac{1}{z}$	1

1)  $\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 14 \\ \frac{1}{y+z} = 15 \\ \frac{1}{x+z} = 30 \end{cases} ; \begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ x+z = \frac{1}{30} \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y = \frac{1}{15} - z \\ x = \frac{1}{30} - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{15} - z + \frac{1}{30} - z = \frac{1}{14} \\ \frac{3}{30} - 2z = \frac{1}{14} \\ 2z = \frac{3}{30} - \frac{1}{14} \\ 2z = \frac{4}{140} ; 2z = \frac{1}{35} \\ z = \frac{1}{70} \end{cases}$

3)  $y = \frac{1}{15} - \frac{1}{70} = \frac{70-15}{1050} = \frac{55}{1050} = \frac{11}{210}$

4)  $x = \frac{1}{30} - \frac{1}{70} = \frac{7-3}{210} = \frac{4}{210} = \frac{2}{105}$

5)  $\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{\frac{1}{70} + \frac{11}{210} + \frac{2}{105}} = \frac{1}{\frac{3+11+4}{210}} = \frac{210}{18} = \frac{70}{6}$

В 1 часе 60 минут, тогда  $\Rightarrow \frac{70}{6} \cdot 60 = 700$  мин.  
 Ответ: 700 мин.

### Комментарий.

Ход решения верный, ответ верный.

Оценка эксперта: 2 балла.

#### Пример 4.

Игорь и Паша могут покрасить забор за 14 часов, Паша и Володя – за 15 часов, а Володя и Игорь за 30 часов. За какое время покрасят забор мальчики, работая втроем. Ответ дайте в минутах.

Ответ: 700 минут.

Р	Л	А
$x+y$	$\frac{1}{x+y}$	1
$y+z$	$\frac{1}{y+z}$	1
$z+x$	$\frac{1}{z+x}$	1

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 14 \\ \frac{1}{y+z} = 15 \\ \frac{1}{z+x} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ z+x = \frac{1}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{14} - x \\ \frac{1}{14} - x + (\frac{1}{30} - x) = \frac{1}{15} \quad (*) \\ z = \frac{1}{30} - x \end{cases}$$
$$y = \frac{1}{14} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{11}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$
$$z = \frac{1}{30} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$
$$\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{11}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{18} = \frac{35}{2} = 17.5 \text{ ч}$$

$= 1050 \text{ мин}$

Ответ ~~17.5 ч~~ 1050 мин

$$* \frac{1}{14} - x + \frac{1}{30} - x = \frac{1}{15}$$
$$-2x = \frac{1}{15} - \frac{1}{30} - \frac{1}{14}$$
$$-2x = \frac{1}{3 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 5} - \frac{1}{7 \cdot 2}$$
$$-2x = \frac{14 - 7 - 15}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$
$$-2x = \frac{-8}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$
$$x = \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}$$

Комментарий: Вычислительная ошибка на последнем шаге.

Оценка эксперта: 1 балл.

По заданию № 22 – при построении графика функции, обучающиеся автономного округа, допускали следующие ошибки:

- не находили допустимые значения для переменной  $x$ ,
- допускали ошибки вычислительного характера,
- не приводили таблицу (отсутствовала) значений для построения графика,
- неверно строили график (отсутствовало соблюдение масштаба, отсутствие «выколотой» точки),
- допускали небрежность в построении графика,
- находили не все значения параметра.

Основным условием положительной оценки за решение задания является верное построение графика.

Верное построение графика включает в себя: масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения, **выколотая точка обозначена в соответствии с ее координатами.**

### Пример оценивания решения задания 22

Постройте график функции  $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.

$$y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$$

1)  $9x^2 + x \neq 0$   
 $x(9x+1) \neq 0$   
 $x \neq 0$        $9x \neq -1$   
 $x \neq -\frac{1}{9}$

2)  $y = \frac{9x+1}{x(9x+1)}$   
 $y = \frac{1}{x}$

x	1	2	-1	-2	11	-11
y	1	0,5	-1	-0,5	0,25	-0,25

3)  $kx = \frac{1}{x}$   
 $kx^2 = 1$  Если  $y=1$ , а  $x^2 = (-\frac{1}{9})^2$ , то:  
 $k \times (\frac{1}{9})^2 = 1$   
 $k = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81$   
 $k = 81$       Ответ: при  $k = 81$

**Комментарий:** График построен неверно – отсутствует выколотая точка. В соответствии с критериями – 0 баллов.

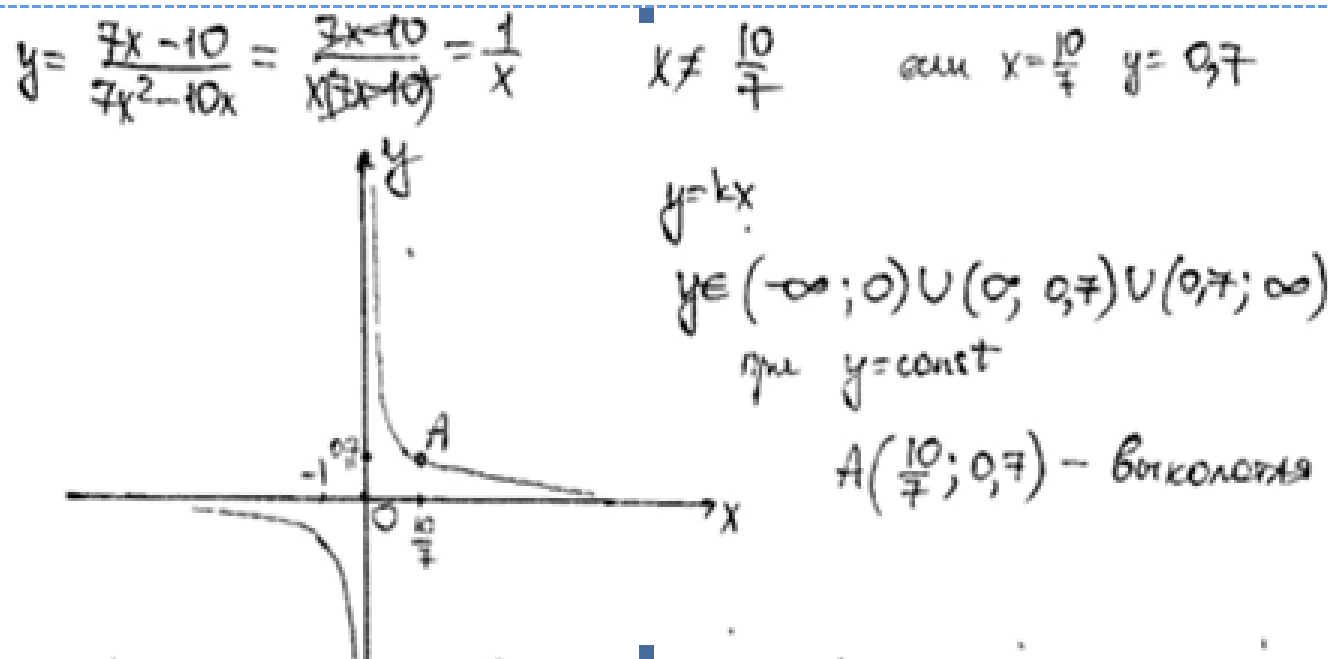
**Оценка эксперта:** 0 баллов.

## Пример 2.

Постройте график функции  $y = \frac{7x-10}{7x^2-10x}$  и определите, при каких значениях  $k$

прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 0,49.



*Комментарий:* Форма графика соблюдена, выколота точка обозначена верно.

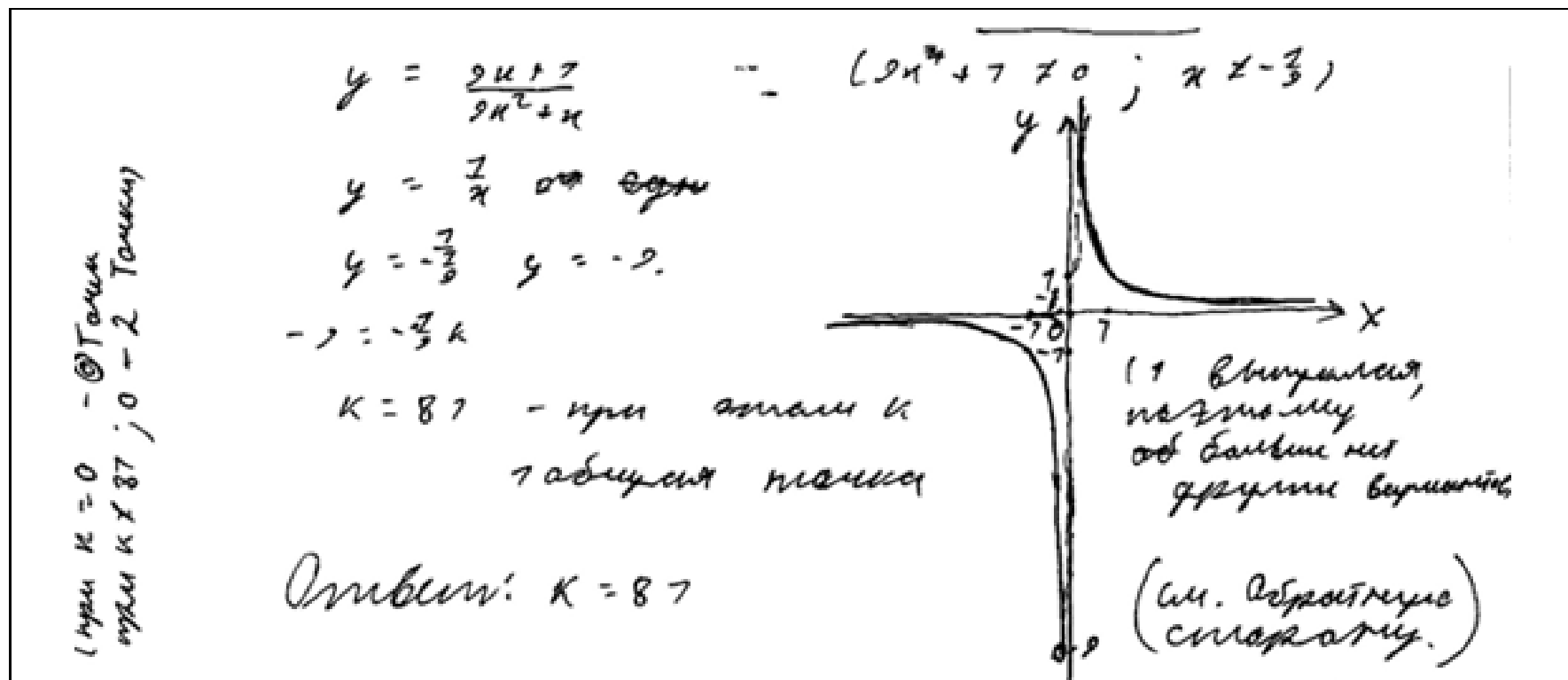
Вторая часть задания не выполнена.

Оценка эксперта: 1 балл.

### Пример 3.

Постройте график функции  $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: 81.



**Комментарий:** Форма графика соблюдена, выколота точка обозначена верно.

Вторая часть задания выполнена верно.

Оценка эксперта: 2 балла.

**Пример 4.**

Постройте график функции  $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.

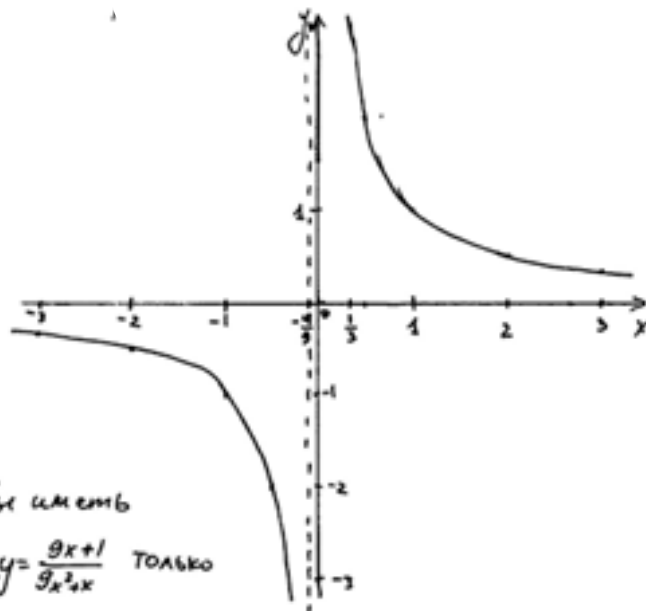
$$y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$$

$$y = \frac{9x+1}{x(9x+1)}$$

$$D(y) \in \mathbb{R} \setminus \{0; -\frac{1}{9}\}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$E(y) \in \mathbb{R} \setminus \{0; -9\}$$



Для того, чтобы иметь с графиком ф-ии  $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$  только  $\pm$  пересечения график ф-ии  $y = kx$  должен проходить через выколотую точку, имеющую координаты  $(-\frac{1}{9}; -9)$ .  
Подставим эти значения и найдем  $k$ .

$$-9 = k \cdot (-\frac{1}{9}) / (-9)$$

$$k = 81.$$

Ответ: 81.

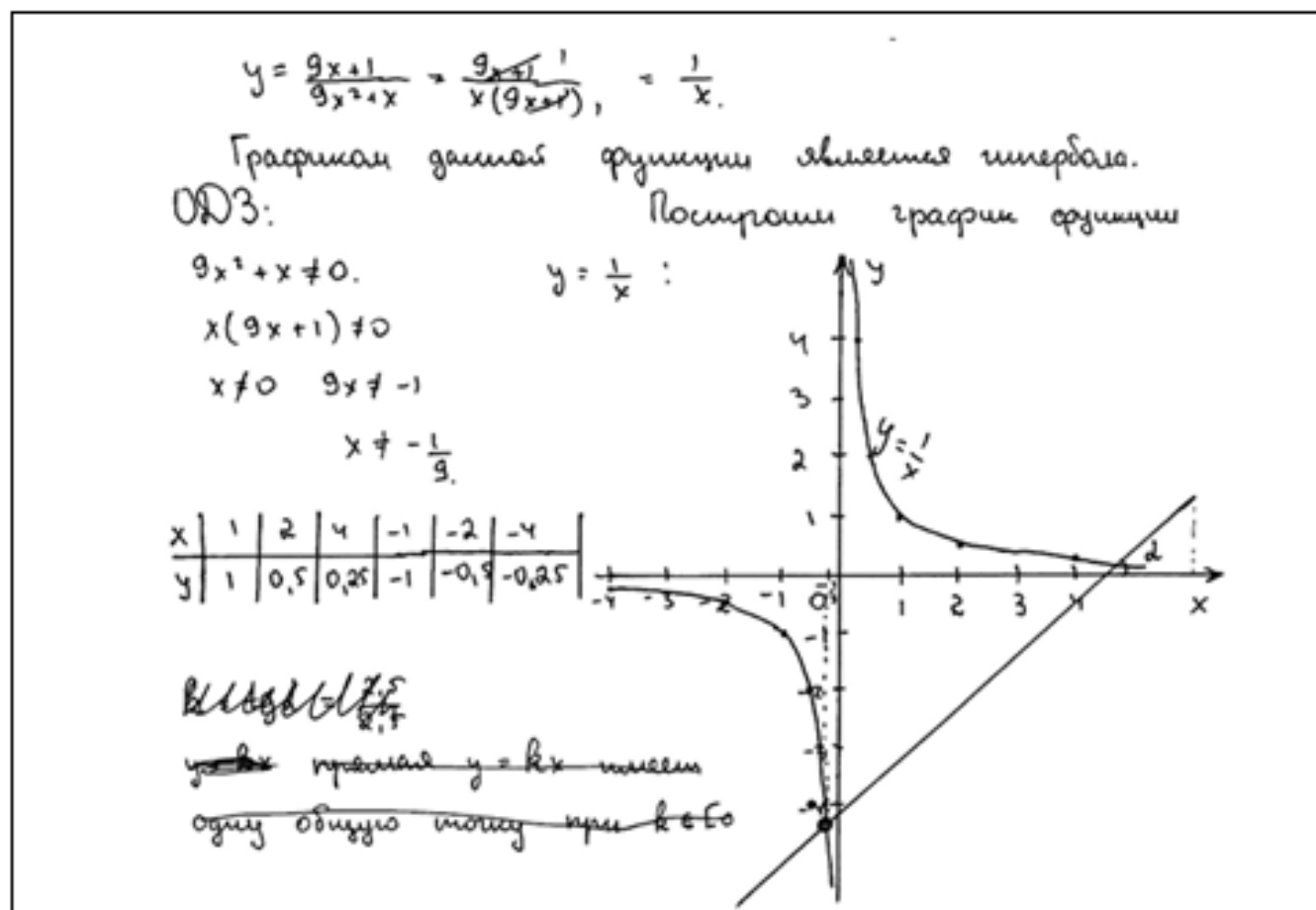
**Комментарий:** Несмотря на описание, по данному рисунку нельзя судить о верности графика.

**Оценка эксперта:** 0 баллов.



Пример 5.

Постройте график функции  $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку. Ответ: 81.



**Комментарий.**

График построен верно. Наличие некоторой прямой на графике, не может быть поводом для снижения баллов за построение графика.

**Оценка эксперта: 1 балл.**

По заданию № 23 – при решении задачи по геометрии, обучающимися автономного округа были допущены следующие ошибки:

- сводили задачу к арифметике (решали по действиям, разбивая трапецию на части, не поясняя переходы),
- неверно записывали отношения пропорциональных сторон в подобных треугольниках,
- рассматривали частный случай,
- при неверных рассуждениях получали верный ответ,
- допускали необоснованность при доказательстве,
- пропускали шаги в доказательстве,
- не оформляли чертеж к задаче, допускали небрежность в чертежах.

### Пример оценивания решения задания 23

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.



Найти:  
OH?

Решение:

- 1) Так ABCD - ромб  $\Rightarrow AB = CD = BC = DA = 26$  см
- 2) По свойству катетов AD, лежащий против  $\angle 30^\circ (\angle AHB)$  равен  $\frac{1}{2} AB$  (гипотенуза)  $\Rightarrow AD = 13$  см. Т.к. AD = DC - ромб, то  $AD = DC = 13$  см
- 3) По свойству диагоналей AC меньше BD в 2 раза  $\Rightarrow BD = 26 \cdot 2 = 52$  см
- 4) Рамк. с OH - прямоугольной; По  $\nabla$  Пифагора:  
 $26^2 = 24^2 + OH^2$   
 $676 = 576 + OH^2$   
 $OH^2 = 676 - 576$   
 $OH^2 = 100$   
 $OH = 10$

Ответ: OH = 10 см

#### Комментарий.

Учащийся использует данные, которых нет в условии (считая острый угол ромба  $60^\circ$ ).

Оценка эксперта: 0 баллов.

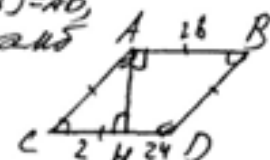
## Пример 2.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

Дано:  
ABCD - ромб  
AH - высота  
DH = 24  
CH = 2  
Найти: AH = ?

Решение:  
 $CD = CA = BD = AB$ ,  
т.к. ABCD - ромб  
↓  
 $CH + HD = 26$   
 $CD = AB = AC = BD = 26$ , т.к.  
~~CD = AB~~ (по теор. Пифагора)  
 $AH^2 = 26^2 - 2^2 = 676 - 4 =$   
 $= 672$   
 $AH = \sqrt{672} = 4\sqrt{42}$   
Ответ:  $4\sqrt{42}$ .



### Комментарий.

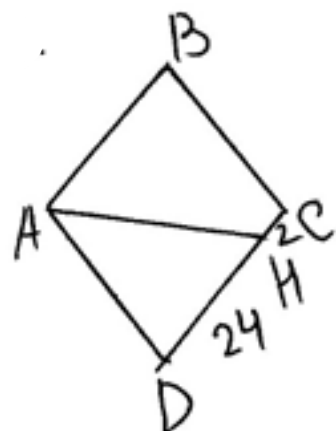
Учащийся решает свою задачу: не учтен порядок расположения отрезков.

Оценка эксперта: 0 баллов.

### Пример 3.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.



Т.к. у ромба все стороны равны, то  
 $AB = BC = CD = DA = 26$ . Тогда  $AH^2 = AD^2 - DH^2 =$   
 $= 676 - 576 = 100 = 10^2$ .

Ответ:  $AH = 10$ .

### Комментарий:

Задача выполнена верно, не смотря на изображение перпендикуляра  $AH$ .

Оценка эксперта: 2 балла.

По заданию № 24 – при решении задачи по геометрии. Ошибки в решении геометрических задач обусловлены в большинстве своем нарушениям логики в рассуждениях, принятием ошибочных гипотез, недостатками в работе с чертежом, обучающиеся автономного округа:

- не учитывали условия задачи (неверное расположение данных на чертеже),
- нарушали логическую правильность рассуждений,
- делали ошибочные заключения и выводы,
- не оформляли чертежи к задаче, допускали небрежность в чертежах.

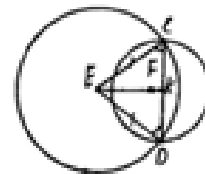
### Пример оценивания решения задания 24

Две окружности с центрами  $E$  и  $F$  пересекаются в точках  $C$  и  $D$ , центры  $E$  и  $F$  лежат по одну сторону относительно прямой  $CD$ . Докажите, что прямая  $CD$  перпендикулярна прямой  $EF$ .

Дано:  
окр. ( $E$ ); окр. ( $F$ )  
окр. ( $E$ )  $\cap$  окр. ( $F$ ) =  $C$  и  $D$

---

Доказ-ние:  $CD \perp EF$



*Решение Доказательство*

Проведем  $EC$  и  $ED$  — радиусы, тогда  $EC = ED$ .  
 $\triangle ECD$  — равнобедренный, т.к.  $EC = ED$  (как радиусы)  $\Rightarrow \angle EDC = \angle ECD$ ,  
 $CK = KD \Rightarrow \triangle EKC = \triangle EKD$  (по 2 сторонам и углу между ними).  
Тогда  $\angle CEK = \angle DEK \Rightarrow EK$  — биссектриса  $\angle CED$ . В равнобедренном треугольнике биссектриса, выходящая из вершины, является медианой и высотой  $\Rightarrow EF \perp CD$  з. т. г.

**Комментарий:** Не доказано, что точка  $F$  лежит на высоте  $EK$ .

**Оценка эксперта:** 0 баллов.

## Пример 2.

Две окружности с центрами  $E$  и  $F$  пересекаются в точках  $C$  и  $D$ , центры  $E$  и  $F$  лежат по одну сторону относительно прямой  $CD$ . Докажите, что прямая  $CD$  перпендикулярна прямой  $EF$ .



Дано: окружности с центрами в точке  $E$ , окружность с центром в точке  $F$ , точки  $C, D$  - точки пересечения окружностей  
Доказать:  $EF \perp CD$

~~1) Рассмотрим треугольник  $CFD$ .~~

- 2) Пусть пересечение  $EF$  и  $CD$  -  $K$ , а пересечение с окружностями
- 3) Так как центры окружностей находится на одной прямой,  $CD$  их общая хорда, а  $EF$  - радиус одной из окружностей, то  $FK$  делит  $CD$  пополам.
- 4) Рассмотрим треугольник  $CFD$ ,  $FK$  - медиана  $CD$ ,
- 5)  $FD = FC$ , т.к. они являются радиусами окружностей
- 6) следовательно  $\triangle CFD$  - равнобедренный, следовательно  $FK$  также является высотой, следовательно  $EF \perp CD$

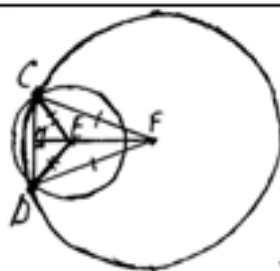
**Комментарий:** Не доказано, почему  $FK$  делит  $CD$  пополам.

**Оценка эксперта:** 0 баллов.



### Пример 3.

Две окружности с центрами  $E$  и  $F$  пересекаются в точках  $C$  и  $D$ , центры  $E$  и  $F$  лежат по одну сторону относительно прямой  $CD$ . Докажите, что прямая  $CD$  перпендикулярна прямой  $EF$ .



Дано:  $C$  и  $D$  - точки пересечения  
окружностей;  
 $E$  и  $F$  по одну сторону от  $CD$ .  
Зок-ти:  $CD \perp EF$

Зок-во:

- 1) Проведём радиусы  $CE$ ;  $ED$ ;  $CF$  и  $FD$ .
- 2) Рассмотрим тр-к  $CDE$ . // Радиусы равны  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  тр-к равнобедренный.
- 3) Проведём медиану  $EM$ . В равнобедренном  
тр-нике медиана, проведённая к основанию  
явл. высотой  $\Rightarrow EM$  - высота.
- 4) Рассмотрим тр-к  $CFD$ . Радиусы равны  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  тр-к равнобедренный  $\Rightarrow$  медиана,  
проведённая к основанию явл. высотой.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow FM$  - медиана и высота.
- 5) Высоты  $EM$  и  $FM$  лежат на одной прямой  
с отрезком  $FE$ ; основания  $CD$  лежат на прямой  $CD$ .
- 6) Так как <sup>высоты</sup> тр-ников  $\perp$  к основанию  $CD$  и лежат  
на одной прямой с  $EF$ , то  $EF \perp CD$ .  
ч.т.д.

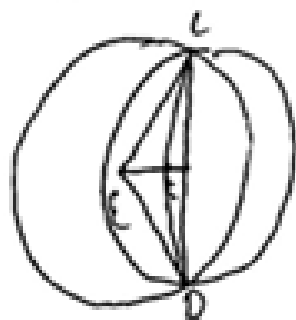
Комментарий: Неточность в обосновании (см. пункт 5)

Оценка эксперта: 1 балл.

#### Пример 4.

Две окружности с центрами  $E$  и  $F$  пересекаются в точках  $C$  и  $D$ , центры  $E$  и  $F$  лежат по одну сторону относительно прямой  $CD$ . Докажите, что прямая  $CD$  перпендикулярна прямой  $EF$ .

25.



Дано: окр. с ц.  $E$ , окр. с ц.  $F$   
окр. пересекаются в  $C$  и  $D$ ;  
Доказ-ть:  $CD \perp EF$

Доказ-во.

1) Проведем радиусы  $EC, ED, FC, FD$

$EC = ED$  (радиусы)  $\Rightarrow E$  равноудалена от  $C$  и  $D$

$FC = FD$  (радиусы)  $\Rightarrow F$  равноудалена от  $C$  и  $D$

$\Rightarrow EF$  - сск. перпендикулярна к  $CD \Rightarrow EF \perp CD$

**Комментарий:** Классическое доказательство данного факта.

**Оценка эксперта:** 2 балла.

По заданию № 25 – при решении геометрической задачи высокого уровня сложности.

Данное задание, является сложным и требует свободного владения материалом. Эта задание в первую очередь для обучающихся, изучавших математику более основательно, например, углублённый курс, элективные курсы, математические кружки. С данным заданием могли справиться обучающиеся, обладающие хорошей геометрической подготовкой имеющие большой опыт решения подобных задач. Трудности при решении возникали из –за отсутствия навыка в решении задач, подобного уровня, так как обучающиеся

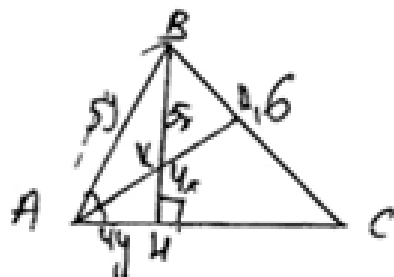
- затруднялись описывать реальные ситуации на языке геометрии,
- делали неполные и неточные выводы,
- давали неполные или неточные ответы,
- допускали ошибки вычислительного характера.



## Пример 2.

Биссектриса угла  $A$ , треугольника  $ABC$  делит высоту  $BH$  в отношении  $5:4$ , считая от вершины.  $BC$  равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.



Дано:  $\triangle ABC$ , бисс  $\angle A$  делит  $BH$  ( $5:4$ ),  $BC=6$   
Найти:  $R$ .

$$\begin{aligned} AA_1 - \text{бисс} &\Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{AM}{MK} = \frac{5}{4} \quad AB=5y \quad AK=4y \Rightarrow BH=3y \text{ и } BH=9x \\ 9x=3y \quad 3x=y & \quad 2R = \frac{a}{\sin A} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{6}{\sin A} \quad \sin A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0,6 \end{aligned}$$

## Комментарий.

Решение незаконченное: формула для нахождения радиуса выписана, все компоненты найдены, но не получен итоговый результат.

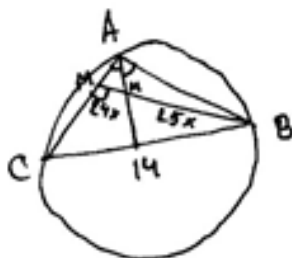
Оценка эксперта: 1 балл.

### Пример 3.

Биссектриса  $A$ , треугольника  $ABC$  делит высоту  $BH$  в отношении  $25:24$ , считая от вершины.  $BC$  равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

Дано:  
AH - биссектриса  
 $\frac{HM}{BH} = \frac{24}{25}$   
 $BC = 14$   
Найти:  
 $R$



Решение:

$\Rightarrow$  AH - биссектриса (по условию)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$$

Пусть  $AM = 24y$ , тогда  
 $AB = 25y$

$MB = 7y$  (по теореме Пифагора)

$$\sin \angle A = \frac{7}{25}$$

$$2R = \frac{CB}{\sin \angle A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$$

$$R = 25$$

Ответ: 25.

Комментарий: Решение верное.

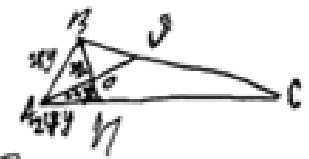
Оценка эксперта: 2 балла.

#### Пример 4.

Биссектриса  $A$  треугольника  $ABC$  делит высоту  $BH$  в отношении  $25:24$ , считая от вершины.  $BC$  равно  $14$ . Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

*Дано:*  
 $\triangle ABC$   
 $AD$  - биссектриса  
 $h$  - высота  
 $BC = 14$   
 $BD : DH = 25x : 24x$   
 $R = ?$



*Решение:*

1)  $\frac{AB}{AH} = \frac{BD}{DH} = \frac{24}{25} \left| \frac{y}{y} \right|$  - свойство биссектрисы  $\triangle ABH$

2)  $\triangle ABH$  - прямоугольный  $\Rightarrow$   
 $25y^2 = AB^2 = AH^2 + BH^2$  (Пифагор)  $\Rightarrow$   
 $25y^2 = 24y^2 + (49x)^2 \Rightarrow 49y^2 = (49x)^2 \Rightarrow y^2 = 49x^2$   
 $\Rightarrow y = 7x$

3)  $\sin \angle BAH = \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{49x}{25y} =$   
 $= \frac{49x \cdot 7}{25 \cdot 49x} = \frac{7}{25}$

4)  $2R = \frac{BC}{\sin A}$  (следствие из теоремы синусов)  $\Rightarrow$   
 $2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R = 50 \Rightarrow R = 25$  Ответ:  $R = 25$

**Комментарий:** Вычислительная ошибка.

**Оценка эксперта:** 1 балл.

# Источники информации

- ▶ АУДПО ХМАО — Югры «Институт развития образования». Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика». Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки в классе. *(Рекомендации составлены на основе выявленных типичных затруднений и ошибок участников ОГЭ по «Математике» за 2020–2021 уч.год)*
- ▶ ФИПИ Методические материалы для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ 2021 года.
- ▶ КИМ для проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего и среднего общего образования по математике И.В. Яценко, в.н.с. ФГБНУ «ФИПИ». Авторы-составители: А.В. Семенов, М.А. Черняева.