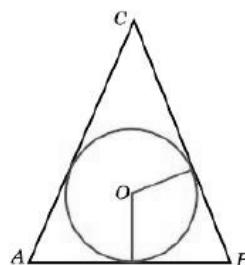


Контрольно измерительные материалы по математике (профиль)

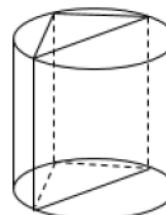
**Вариант 17 2024**

- 1 Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 7 и 5, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.



- 2 Даны векторы  $\vec{a}(-5; 4)$  и  $\vec{b}(6; -4)$ . Найдите длину вектора  $2\vec{a} - \vec{b}$ .

- 3 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 11 и 9. Боковые рёбра призмы равны  $2/\pi$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



- 4 На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

- 5 Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,8, по русскому языку — 0,9, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

- 6 Решите уравнение  $(x - 3)^9 = -512$

- 7 Найдите значение выражения  $\frac{38 \cos 153^\circ}{\cos 27^\circ}$

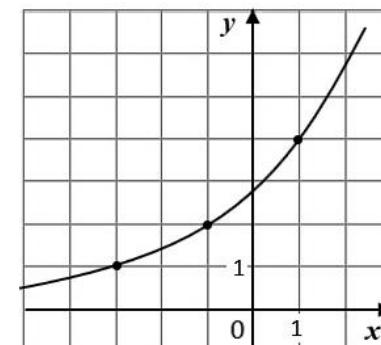
- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{6}t^3 + t^2 - 8t - 18,$$

где  $x$  — расстояние от точки отсчёта в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 40 м/с?

- 9 При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + a \cdot t^\circ)$ , где  $a = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

- 10 Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2017 году, имея капитал в размере 10000 долларов. Каждый год, начиная с 2018 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2019 году, имея капитал в размере 20000 долларов, и, начиная с 2020 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2022 года, если прибыль из оборота не изымалась?



- 11 На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите  $f(-7)$ .

- 12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3 \quad \text{на отрезке } \left[ \frac{1}{6}; \frac{7}{6} \right].$$

## Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$4 \sin x \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin 2x + 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

14 На окружности основания конуса с вершиной  $S$  отмечены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, что  $AB=BC$ . Медиана  $AM$  треугольника  $ASC$  пересекает высоту конуса.

а) Точка  $N$  - середина отрезка  $AC$ . Докажите, что угол  $MNB$  прямой.

б) Найдите угол между прямыми  $AM$  и  $SB$ , если  $AS=2$ ,  $AC=\sqrt{6}$ .

15 Решите неравенство

$$4 \log_{0.25}(1 - 4x) - \log_{\sqrt{2}}(-1 - x) + 4 \log_4(x^2 - 1) \leq \log_2 x^2$$

16 Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 2x^2 + 5x + 10$  млн рублей в год. При цене  $p$  тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет  $px - q$ . При каком наименьшем значении  $p$  через 12 лет суммарная прибыль составит не менее 744 млн рублей при некотором значении  $x$ ?

17 В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $BH$  из точки  $H$  на стороны  $AB$  и  $BC$  опустили перпендикуляры  $HK$  и  $HM$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $MBK$  подобен треугольнику  $ABC$ .

б) Найдите отношение площади треугольника  $MBK$  к площади четырёхугольника  $AKMC$ , если  $BH = 2$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$  равен 4.

18 Найдите значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19 Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить утроенную сумму его цифр, либо вычесть утроенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.

а) Можно ли получить из числа 128 число 29?

б) Можно ли получить из числа 128 число 31?

в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 128?