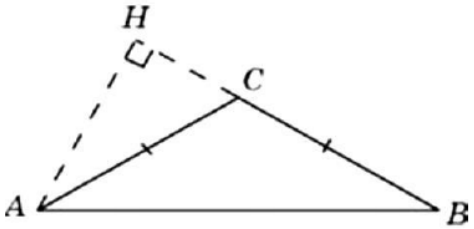
Вариант 6_2023, ЕГЭ Профиль
1 часть

1 Найдите корень уравнения: $\log_4(x^2+2x)=\log_4(x^2+12)$

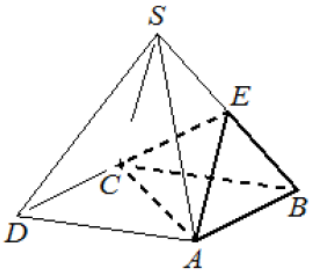
2 Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 56 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

3 В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$=8, высота AH равна 4. Найдите $\cos ACB$.



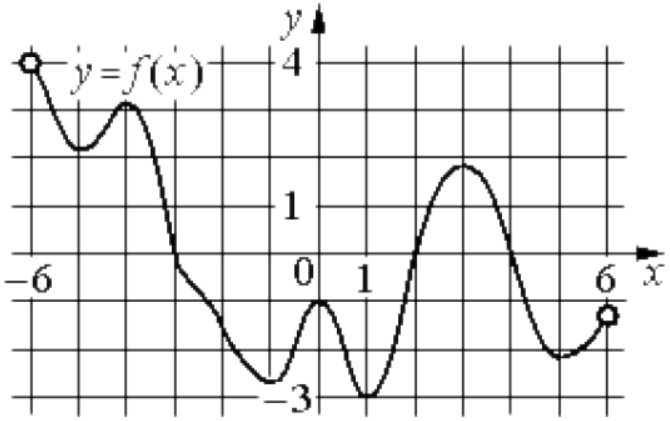
4 Найдите значение выражения $20\operatorname{tg}5^\circ\cdot\operatorname{tg}85^\circ-43$

5 Объём правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 115. Точка E— середина ребра SB. Найдите объём треугольной пирамиды $EABC$.



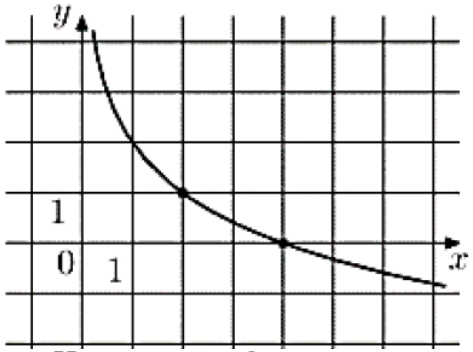
7 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In, оперативности Op, объективности публикаций Tr, а также качества сайта Q. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид $R=\frac{5In+2Op+3Tr+Q}{A}$. Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A, при котором это условие будет выполняться.

6 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-6;6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x)=0$ на отрезке $[-4{,}5;2{,}5]$.



8 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 300 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

9 На рисунке изображен график функции $f(x)=b+\log_a x$. Найдите $f(128)$.



10 Игральную кость бросают два раза. Известно, что 3 очка не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков равна 8».

11 Найдите наибольшее значение функции $y=3x^5-20x^3-54$

12 а) Решите уравнение $sin^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=sin^2\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{4};\ 4\pi\right]$

13 На продолжениях рёбер A_1A и D_1C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечены точки K и L соответственное, причем $AA_1=AK,\ \ C_1D_1=C_1L$.

а) Докажите, что прямая KL проходит через середину ребра BC.

б) Найдите угол между прямыми AD_1 и KL, если $AB=2\sqrt{2},\ AD=6,\ AA_1=8$.

14 Решите неравенство $\frac{\sqrt{18-7x-x^2}}{2x+9}\geq\frac{\sqrt{18-7x-x^2}}{x+8}$

15 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на a% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Найдите число a, если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причем в первый год было переведено 55000 рублей, а во второй 69000 рублей.

16 Около ΔABC описана окружность. Прямая BO, где O — центр вписанной окружности, вторично пересекает описанную окружность в точке P.

а) Докажите, что $OP=AP$.

б) Найдите расстояние от точки P до прямой AC, если $\angle ABC=120°$. а радиус описанной окружности равен 18.

17 Найдите значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left(x+\frac{1}{x-a}\right)^2-(a+9)\left(x+\frac{1}{x-a}\right)+2a(9-a)=0$$

имеет ровно четыре решения.

18 Пять различных натуральных чисел таковы, что никакие два не имеют общего делителя, больше 1.

а) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 26?

б) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 23?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма всех пяти чисел?