# Системы логических уравнений (23)

$$\begin{cases} \overline{x_1 \equiv x_2} + x_3 \equiv x_4 = 1 \\ \overline{x_3 \equiv x_4} + x_5 \equiv x_6 = 1 \\ \overline{x_5 \equiv x_6} + x_7 \equiv x_8 = 1 \\ \overline{x_7 \equiv x_8} + x_9 \equiv x_{10} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} + \overline{(\overline{x_3} \cdot x_4 + x_3 \cdot \overline{x_4})} = 1 \\ x_3 \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} + \overline{(\overline{x_5} \cdot x_6 + x_5 \cdot \overline{x_6})} = 1 \\ x_5 \cdot x_6 + \overline{x_5} \cdot \overline{x_6} + \overline{(\overline{x_7} \cdot x_8 + x_7 \cdot \overline{x_8})} = 1 \\ x_7 \cdot x_8 + \overline{x_7} \cdot \overline{x_8} + \overline{(\overline{x_9} \cdot x_{10} + x_9 \cdot \overline{x_{10}})} = 1 \end{cases}$$

$$((X_1 \equiv X_2) \wedge (X_3 \equiv X_4)) \vee (\neg(X_1 \equiv X_2) \wedge \neg(X_3 \equiv X_4)) = 0$$

$$((X_3 \equiv X_4) \wedge (X_5 \equiv X_6)) \vee (\neg(X_3 \equiv X_4) \wedge \neg(X_5 \equiv X_6)) = 0$$

$$((X_5 \equiv X_6) \wedge (X_7 \equiv X_8)) \vee (\neg(X_5 \equiv X_6) \wedge \neg(X_7 \equiv X_8)) = 0$$

$$((X_7 \equiv X_8) \wedge (X_9 \equiv X_{10})) \vee (\neg(X_7 \equiv X_8) \wedge \neg(X_9 \equiv X_{10})) = 0$$

## Для решения логических уравнений нужно знать:

1. Таблицы истинности базовых логических операций

2. Представление импликации и эквиваленции через базовые логические операции

$$\mathbf{A \rightarrow B} = \overline{A} \vee \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A \equiv B} = \overline{A}\,\overline{B} \vee \mathbf{AB}$$

3. Помнить, что $\mathbf{1 \rightarrow 0 = 0}$ **!**

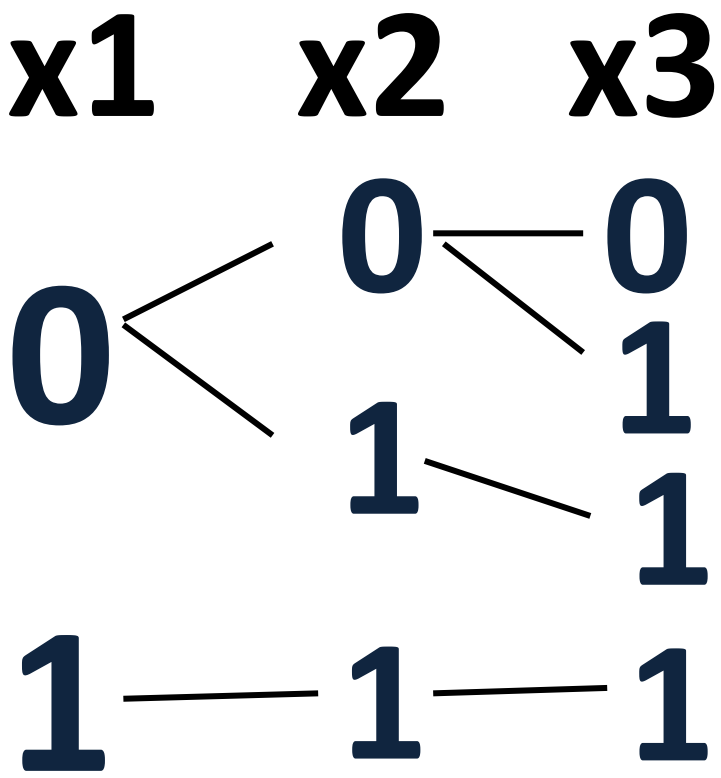
4. Независимо у эквиваленции **2 решения** при её **истинности** и **2 решения** при **ложности**.

$(x1 \rightarrow x2) = 1$

| x1 | x2 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| | 1 |
| 1 | 1 |

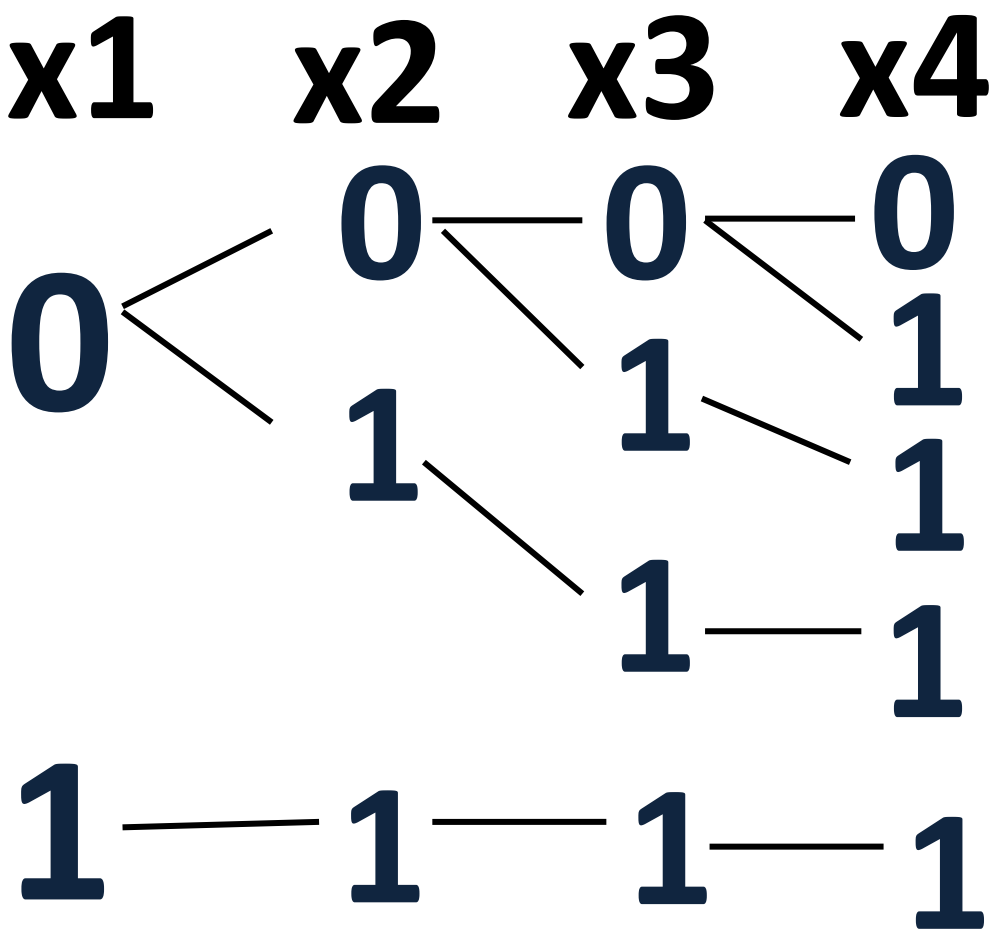
| x1 | x2 |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 0 | 1 |
| 1 | 1 |

$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) = 1$




| x1 | x2 | x3 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) = 1$$




| x1 | x2 | x3 | x4 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

# Сколько различных решений имеет логическое уравнение:

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge \ldots \wedge (x_{i-1} \rightarrow x_i) = 1$$

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) = 1$$

$$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) = 1$$

| x1 | x2 | x3 | x4 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

| y1 | y2 | y3 | y4 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

# Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) = 1$$

$$(\overline{y1} \vee y2) \wedge (\overline{y2} \vee y3) \wedge (\overline{y3} \vee y4) = 1$$

$$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) = 1$$

# Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) = 1$$

$$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) = 1$$

# Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) = 1$$

$$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) = 1$$

x2 v y2 =1

x2 v y2 =0

$0_3 \; 0_3 = 9$

25 – 9 = 16

| x1 | x2 | x3 | x4 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

# Сколько различных решений имеет логическое уравнение:

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) = 1$$

$$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) = 1$$

$$x4 \rightarrow y4 = 1$$

$$x4 \rightarrow y4 = 0$$

$$1_4 \; 0_1 = 4$$

$$25 - 4 = 21$$

| x1 | x2 | x3 | x4 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

# Сколько различных решений имеет логическое уравнение:

$$\begin{cases} \neg X1 \vee X2 = 1 \\ \neg X2 \vee X3 = 1 \\ \ldots \\ \neg X9 \vee X10 = 1 \end{cases}$$

# Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x1 \to x2) \wedge (x2 \to x3) \wedge (x3 \to x4) \wedge (x4 \to x5) = 1 \\ (z1 \to z2) \wedge (z2 \to z3) \wedge (z3 \to z4) = 1 \end{cases}$$

30

$$\begin{cases} (x1 \to x3) \wedge (x3 \to x5) \wedge \ldots \wedge (x9 \to x11) = 1 \\ (x2 \to x4) \wedge (x4 \to x6) \wedge \ldots \wedge (x10 \to x12) = 1 \end{cases}$$

49

# Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$(X1 \to X2) \wedge (X2 \to X3) \wedge (X3 \to X4) \wedge (X4 \to X5) = 1$

$(Y1 \to Y2) \wedge (Y2 \to Y3) \wedge (Y3 \to Y4) \wedge (Y4 \to Y5) = 1$

$(Y1 \to X1) \wedge (Y2 \to X2) \wedge (Y3 \to X3) \wedge (Y4 \to X4) \wedge (Y5 \to X5) = 0$

| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Итог 15

| | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$(X1 \to X2) \wedge (X2 \to X3) \wedge (X3 \to X4) \wedge \ldots \wedge (X6 \to X7) = 1$

$(Y1 \to Y2) \wedge (Y2 \to Y3) \wedge (Y3 \to Y4) \wedge \ldots \wedge (Y6 \to Y7) = 1$

$(Y1 \to X1) \wedge (Y2 \to X2) \wedge (Y3 \to X3) \wedge (Y4 \to X4) \wedge \ldots \wedge (Y7 \to X7) = 1$

| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Итог 36

| | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 | Y6 | Y7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

# СтатГрад 29 ноября 2016 г.
# Вариант 10203

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (y1 \rightarrow y2) \wedge (y1 \rightarrow x1) = 1$$

$$(x2 \rightarrow x3) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y2 \rightarrow x2) = 1$$

…

$$(x8 \rightarrow x9) \wedge (y8 \rightarrow y9) \wedge (y8 \rightarrow x8) = 1$$

$$(y9 \rightarrow x9) = 1$$

$(x1 \rightarrow x2) \wedge (y1 \rightarrow y2) \wedge (y1 \rightarrow x1) = 1$

$(x2 \rightarrow x3) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y2 \rightarrow x2) = 1$

$(x8 \rightarrow x9) \wedge (y8 \rightarrow y9) \wedge (y8 \rightarrow x8) = 1$

$(y9 \rightarrow x9) = 1$

$$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge \ldots \wedge (x8 \rightarrow x9) = 1$$
$$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge \ldots \wedge (y8 \rightarrow y9) = 1$$
$$(y1 \rightarrow x1) \wedge (y2 \rightarrow x2) \wedge \ldots \wedge (y9 \rightarrow x9) = 1$$

| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| | y1 | y2 | y3 | y4 | y5 | y6 | y7 | y8 | y9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

**№ 179 (Поляков)** Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4) = 1$$
$$(x_3 \to x_4) \to (x_5 \to x_6) = 1$$
$$(x_5 \to x_6) \to (x_7 \to x_8) = 1$$
$$x_1 \wedge x_3 \wedge x_5 \wedge x_7 = 1$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_8$ – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

$$(Y1 \rightarrow Y2) \wedge (Y2 \rightarrow Y3) \wedge (Y3 \rightarrow Y4) = 1$$

| Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$x_1 \wedge x_3 \wedge x_5 \wedge x_7 = 1$$

$$1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1$$

$$Y1 = X1 \rightarrow X2 = 0$$

$$1 \rightarrow 0$$

**Итог 5**

# Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x1 \equiv x2) \rightarrow (x2 \equiv x3)=1 \\ (x2 \equiv x3) \rightarrow (x3 \equiv x4)=1 \\ (x3 \equiv x4) \rightarrow (x4 \equiv x5)=1 \\ \ldots\ldots \\ (x6 \equiv x7) \rightarrow (x7 \equiv x8)=1 \end{cases}$$

16

# СтатГрад 16 марта 2018 г.
# Вариант 10403

$(X1 \vee \neg X2) \wedge (X2 \vee \neg X3) \wedge (X3 \vee \neg X4) \wedge (X4 \vee \neg X5) \wedge (X5 \vee \neg X6) = 1$

$(\neg Y1 \vee Y2) \wedge (\neg Y2 \vee Y3) \wedge (\neg Y3 \vee Y4) \wedge (\neg Y4 \vee Y5) \wedge (\neg Y5 \vee Y6) = 1$

$X1 \vee Y1 = 1$

| x6 | x5 | x4 | x3 | x2 | x1 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| y1 | y2 | y3 | y4 | y5 | y6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

x1 v y1 =0

$0_1 \quad 0_6 = 6$

49 – 6 = 43