Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика» (Подготовка учащихся к ОГЭ)
(из опыта работы)

Киреева И.А., учитель математики МБОУ СОШ №10,

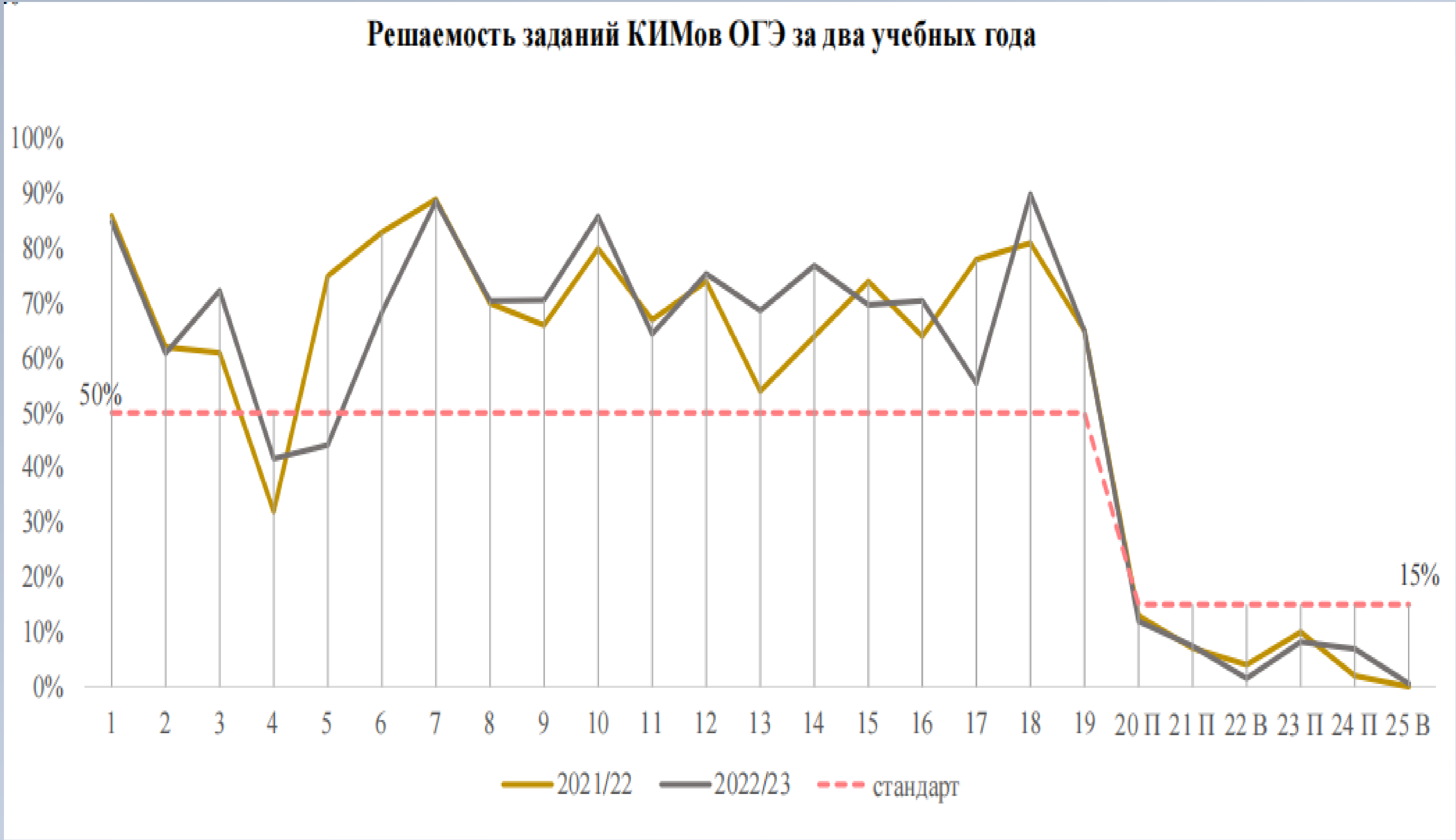
Мухоморкина Т.П., учитель математики МБОУ гимназия «Лаборатория Салахова»

Методические рекомендации

Каталог заданий второй части ОГЭ по математике

	Нумерация заданий						Общий балл
2022-2023 уч.г. (6 заданий)	№20	№21	№22	№24	№23	№25	
Максимальный балл	2	2	2	2	2	2	12

Структура заданий во второй части в 2023 году не изменилась, по сравнению с 2022г.


Решаемость заданий КИМов ОГЭ за два учебных года
100%
90%
80%
70%
60%
50%
40%
30%
20%
10%
0%
50%
15%
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20 П
21 П
22 В
23 П
24 П
25 В
2021/22
2022/23
стандарт

Поэлементный анализ выполнения ОГЭ по учебному предмету в разрезе ОУ

ОУ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20 П	21 П	22 В	23 П	24 П	25 В
Гимназия № 1	94%	77%	91%	66%	58%	74%	91%	74%	83%	95%	82%	88%	88%	90%	84%	85%	61%	93%	71%	37%	36%	7%	31%	27%	1%
Гимназия № 2	99%	77%	85%	59%	53%	80%	91%	83%	83%	97%	76%	90%	85%	84%	81%	86%	74%	95%	64%	27%	24%	2%	23%	19%	2%
Гимназия № 3	93%	71%	88%	49%	54%	72%	90%	76%	83%	93%	86%	83%	82%	88%	71%	84%	56%	96%	75%	21%	13%	3%	21%	18%	2%
Лицей № 1	97%	84%	95%	60%	58%	80%	91%	83%	85%	98%	82%	92%	83%	92%	88%	84%	60%	99%	88%	43%	45%	5%	25%	35%	3%
СЕНЛ	96%	85%	95%	58%	66%	83%	95%	86%	84%	95%	84%	94%	85%	89%	89%	90%	68%	98%	75%	35%	25%	3%	35%	25%	4%
Лицей № 3	94%	78%	85%	50%	62%	73%	90%	78%	81%	91%	76%	89%	86%	83%	77%	82%	72%	99%	68%	33%	14%	5%	15%	9%	0%
Лицей № 4	99%	77%	80%	46%	51%	77%	91%	66%	76%	88%	70%	77%	68%	72%	88%	86%	55%	95%	76%	6%	4%	0%	5%	1%	0%
СОШ № 10 с УИОП	93%	69%	81%	71%	54%	83%	98%	84%	87%	95%	85%	87%	86%	92%	85%	85%	72%	94%	77%	48%	35%	13%	21%	30%	6%
СОШ № 46 с УИОП	95%	72%	83%	48%	53%	80%	96%	82%	82%	96%	76%	93%	83%	88%	91%	87%	57%	98%	68%	28%	16%	6%	17%	19%	2%
СОШ № 1	89%	62%	78%	50%	57%	86%	91%	89%	83%	96%	74%	84%	62%	83%	72%	62%	49%	98%	82%	9%	7%	0%	5%	6%	0%
СОШ № 3	92%	61%	77%	36%	37%	40%	83%	48%	50%	73%	50%	68%	64%	63%	55%	65%	38%	84%	42%	0%	2%	0%	3%	1%	0%
СОШ № 4	94%	51%	70%	26%	53%	47%	81%	64%	40%	94%	47%	68%	62%	83%	57%	49%	40%	79%	60%	2%	0%	0%	0%	0%	0%
СОШ № 5	75%	54%	70%	34%	41%	65%	88%	69%	65%	83%	55%	73%	59%	71%	66%	71%	62%	87%	70%	3%	4%	0%	2%	1%	0%
СОШ № 6	81%	60%	64%	33%	39%	73%	89%	63%	68%	87%	70%	64%	64%	62%	64%	65%	61%	89%	63%	5%	1%	0%	6%	4%	0%
СОШ № 7	75%	64%	67%	41%	40%	78%	90%	67%	71%	82%	70%	63%	66%	69%	64%	62%	53%	93%	56%	5%	2%	0%	3%	2%	0%
СОШ № 8	92%	49%	71%	32%	32%	70%	93%	61%	66%	88%	68%	83%	70%	79%	74%	84%	43%	96%	63%	8%	3%	1%	7%	7%	0%
СШ № 9	82%	50%	75%	43%	43%	57%	84%	71%	67%	81%	60%	78%	60%	77%	64%	72%	62%	88%	64%	6%	3%	1%	2%	3%	0%
СШ № 12	92%	68%	77%	51%	46%	58%	88%	66%	63%	84%	58%	75%	64%	78%	61%	63%	48%	89%	60%	8%	5%	1%	6%	3%	1%
СТШ	85%	57%	72%	34%	39%	73%	87%	68%	73%	85%	65%	78%	74%	74%	68%	70%	46%	85%	58%	6%	3%	0%	4%	3%	0%
СОШ № 15	79%	54%	66%	55%	56%	67%	88%	70%	64%	88%	48%	66%	70%	77%	67%	64%	60%	85%	67%	8%	3%	0%	6%	1%	0%
СОШ № 18	71%	51%	58%	30%	38%	84%	90%	79%	77%	87%	66%	79%	70%	79%	68%	71%	60%	83%	68%	3%	0%	0%	3%	1%	0%
СОШ № 19	81%	43%	64%	30%	27%	72%	93%	78%	79%	92%	62%	86%	78%	85%	71%	72%	61%	90%	62%	12%	6%	2%	7%	4%	0%
СОШ № 20	85%	58%	70%	58%	54%	56%	89%	71%	61%	77%	63%	69%	68%	79%	65%	73%	77%	84%	73%	5%	2%	0%	2%	2%	0%
СОШ № 22	59%	68%	47%	37%	34%	63%	79%	59%	60%	72%	38%	50%	53%	52%	63%	55%	43%	72%	54%	3%	0%	0%	1%	1%	0%
СОШ № 24	73%	71%	63%	43%	59%	78%	86%	61%	80%	86%	71%	73%	63%	57%	73%	59%	47%	96%	67%	6%	6%	0%	11%	7%	0%
СОШ № 25	71%	54%	57%	36%	42%	62%	80%	46%	53%	74%	54%	53%	55%	68%	63%	60%	42%	90%	55%	6%	2%	2%	3%	5%	0%
СОШ № 26	84%	58%	63%	24%	36%	78%	90%	75%	70%	83%	63%	59%	66%	72%	73%	63%	54%	95%	65%	9%	5%	3%	6%	5%	0%
СОШ № 27	83%	49%	58%	25%	33%	82%	92%	86%	84%	93%	82%	76%	67%	80%	63%	70%	50%	93%	76%	12%	3%	0%	5%	1%	0%
СОШ № 29	88%	70%	73%	45%	49%	69%	89%	72%	70%	94%	66%	79%	74%	84%	80%	70%	49%	94%	60%	11%	3%	1%	19%	7%	1%
СШ № 31	80%	57%	62%	32%	38%	64%	93%	69%	66%	81%	61%	69%	66%	70%	67%	70%	54%	89%	59%	8%	1%	0%	2%	2%	0%
СОШ № 32	82%	49%	69%	37%	41%	52%	86%	61%	61%	78%	46%	67%	57%	78%	54%	56%	52%	86%	59%	6%	3%	1%	4%	3%	1%
СОШ № 44	88%	59%	75%	36%	33%	67%	86%	62%	77%	80%	53%	75%	63%	74%	67%	67%	52%	89%	65%	4%	2%	0%	3%	4%	0%
СОШ № 45	89%	61%	82%	37%	45%	62%	89%	67%	62%	90%	66%	76%	60%	78%	70%	66%	51%	92%	57%	10%	6%	0%	7%	6%	0%
ОСОШ	47%	41%	44%	41%	6%	38%	41%	47%	19%	44%	34%	50%	41%	38%	28%	28%	31%	56%	44%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
ЧОУ	91%	57%	69%	34%	40%	57%	80%	66%	71%	86%	60%	66%	69%	69%	69%	54%	29%	94%	80%	3%	1%	1%	0%	1%	0%
Общий итог	***85%***	***61%***	***72%***	***42%***	***44%***	***68%***	***89%***	***71%***	***71%***	***86%***	***64%***	***75%***	***69%***	***77%***	***70%***	***70%***	***55%***	***90%***	***65%***	***12%***	***7%***	***2%***	***8%***	***7%***	***1%***

	ниже станадарта (базовый 50%), (повышенный, высокий 15%)
	выше станадарта (базовый 50%), (повышенный, высокий 15%)

Задание №20

Уравнения, неравенства, системы уравнений

Критерии оценивания

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, допущена единственная вычислительная ошибка («Вычислительная ошибка» - это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения и деления)
0	Решение не соответствует ни одному из критериев

Задание №20

Уравнения, неравенства, системы

(№ 324468) Решите уравнение $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}-3=0$.

Пример 1. Решим систему двух уравнений второй степени с двумя переменными

$$\begin{cases} 2x^2+x-3y-16=0, \\ y-x^2+6=0. \end{cases} \quad (1)$$

Источник: сайт «Александр Ларин». Прототипы задач

Задание №20

Уравнения, неравенства, системы

Примеры решения. Мордкович А.Г., 8 класс. П.5

ПРИМЕР 1

Решить уравнение $\frac{2}{x+3} + 1 = \frac{x^2 - 10}{x^2 - 9}$.

Решение Равенства $A = B$ и $A - B = 0$ выражают одну и ту же зависимость между A и B. Учитывая это, перепишем данное уравнение в виде

$$\frac{2}{x+3} + 1 - \frac{x^2 - 10}{x^2 - 9} = 0.$$

Выполним преобразования левой части уравнения:

$$\frac{2}{x+3} + 1 - \frac{x^2 - 10}{x^2 - 9} = \frac{2^{\backslash x-3}}{x+3} + 1^{\backslash (x-3)(x+3)} - \frac{x^2 - 10}{(x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{2(x-3) + (x-3)(x+3) - (x^2 - 10)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x - 5}{(x-3)(x+3)}.$$

Итак, получили уравнение

$$\frac{2x - 5}{(x-3)(x+3)} = 0.$$

Дробь обращается в нуль тогда и только тогда, когда её числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля. Из уравнения $2x - 5 = 0$ находим $x = 2{,}5$. При этом значении знаменатель дроби не обращается в нуль.

Ответ 2,5.

Задание №20

Уравнения, неравенства, системы уравнений

Примеры решения. Мерзляк А.Г., 8 класс. П.7

Пример 1. Решите уравнение $\frac{(x-1)(x+1)}{x^2-4x+3}=0.$

Решение. Приравняем числитель дроби, стоящей в левой части уравнения, к нулю. Имеем: $(x-1)(x+1)=0$. Корнями этого уравнения являются числа -1 и 1.

Проверим, удовлетворяют ли эти корни условию $x^2-4x+3\neq 0$.

При $x=-1$ получаем, что $x^2-4x+3=8\neq 0$.

При $x=1$ получаем, что $x^2-4x+3=0$.

Следовательно, число -1 является корнем данного уравнения, а число 1 — нет.

Ответ: -1. ◄

Задание №20

Уравнения, неравенства, системы уравнений

Примеры решения. Макарычев Ю.Н., 8 класс. П.9.

Пример 2. Решим дробное рациональное уравнение

$$\frac{x-3}{x-5}+\frac{1}{x}=\frac{x+5}{x(x-5)}. \qquad (1)$$

▶ По аналогии с предыдущим примером умножим обе части уравнения на общий знаменатель дробей, т. е. на выражение $x(x-5)$. Получим целое уравнение

$$x(x-3)+x-5=x+5. \qquad (2)$$

Понятно, что каждый корень уравнения (1) является корнем уравнения (2). Но уравнение (2) может быть не равносильно исходному, так как мы умножили обе его части не на число, отличное от нуля, а на выражение, содержащее переменную, которое может обращаться в нуль. Поэтому не каждый корень уравнения (2) обязательно окажется корнем уравнения (1). Упростив уравнение (2), получим квадратное уравнение

$$x^2-3x-10=0.$$

Его корни — числа -2 и 5.

Проверим, являются ли числа -2 и 5 корнями уравнения (1). При $x=-2$ общий знаменатель $x(x-5)$ не обращается в нуль. Значит, число -2 — корень уравнения (1).

При $x=5$ общий знаменатель обращается в нуль и выражения $\frac{x-3}{x-5}$ и $\frac{x+5}{x(x-5)}$ теряют смысл. Поэтому число 5 не является корнем уравнения (1).

Итак, корнем уравнения (1) служит только число -2. ◁

Вообще при решении дробных рациональных уравнений целесообразно поступать следующим образом:

1) найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
2) умножить обе части уравнения на общий знаменатель;
3) решить получившееся целое уравнение;
4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Первый способ решения:

$\frac{1^{\backslash 1}}{x^2} + \frac{2^{\backslash x}}{x} - 3^{\backslash x^2} = 0^{\backslash x^2}, \;||x \neq 0$ *ОДЗ:* $x \neq 0$ №324468

$1 + 2x - 3x^2 = 0$

$-3x^2 + 2x + 1 = 0, \quad || \div (-1)$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16, \;\; 16 > 0;$ 2 корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$x_1 = \frac{2+\sqrt{16}}{2 \cdot 3};$ $x_2 = \frac{2-\sqrt{16}}{2 \cdot 3}$

$x_1 = 1$ $x_2 = -\frac{1}{3}$

Оба корня удовлетворяют условию ОДЗ: $x \neq 0$

Ответ: $1; \; -\frac{1}{3}$

Второй способ решения:

№324468

$$\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}-3=0$$

$$\frac{1+2x-3x^2}{x^2}=0$$

$$\begin{cases}-3x^2+2x+1=0\\ x^2\neq 0\end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ x\neq 0\end{cases}\\ \begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\ x\neq 0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$-3x^2+2x+1=0, \,||\div(-1)$$

$$3x^2-2x-1=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=2^2-4\cdot 3\cdot(-1)=16,$$

$$16>0;\ 2\ \text{корня}$$

$$x_1=\frac{2+\sqrt{16}}{6}=1$$

$$x_2=\frac{2-\sqrt{16}}{6}=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3}$$

Ответ: $1;\ -\frac{1}{3}$

Третий способ решения:

№324468

$\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$ ОДЗ: $x \neq 0$

1). Замена: $\frac{1}{x} = t$

$t^2 + 2t - 3 = 0$

$D_1 = k^2 - ac$

$D_1 = (1)^2 - 1 \cdot (-3) = 1 + 3 = 4, \;\; 4 > 0;$ 2 корня

$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$

$t_1 = -1 + \sqrt{4}$ $t_2 = -1 - \sqrt{4}$

$t_1 = 1$ $t_2 = -3$

2). Обратная замена:

$\frac{1}{x} = 1, \;\; || \cdot x \neq 0$ или $\frac{1}{x} = -3, || \cdot x \neq 0$

$x = 1$ $x = -\frac{1}{3}$

Оба корня удовлетворяют условию ОДЗ: $x \neq 0$

Ответ: $1; \; -\frac{1}{3}$

Задание №20

Уравнения, неравенства, системы уравнений

Примеры решения. Макарычев Ю.Н., 9 класс. П.22

Пример 1. Решим систему двух уравнений второй степени с двумя переменными

$$\begin{cases} 2x^2 + x - 3y - 16 = 0, \\ y - x^2 + 6 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Выразим из второго уравнения переменную y через переменную x. Получим $y = x^2 - 6$.

Подставим в первое уравнение вместо y выражение $x^2 - 6$. Получим систему, равносильную системе (1):

$$\begin{cases} 2x^2 + x - 3(x^2 - 6) - 16 = 0, \\ y = x^2 - 6. \end{cases} \quad (2)$$

В системе (2) первое уравнение есть уравнение второй степени с одной переменной. Решив его, найдём $x_1 = 2$, $x_2 = -1$.

Подставив в уравнение $y = x^2 - 6$ вместо x его значения 2 и -1, найдём соответствующие им значения y: $y_1 = -2$, $y_2 = -5$.

Значит, система (2), а следовательно, и равносильная ей система (1) имеют два решения: $(2; -2)$ и $(-1; -5)$.

Ответ: $(2; -2)$, $(-1; -5)$.

ИЛИ Ответ: $x_1=2$ $y_1= - 2$; $x_2= - 1$; $y_2= - 5$

Ошибки: ±2; -1; -5

или

2;-2;-1;-5

или

Потеря пары чисел

или меняют местами в паре чисел значения х и у

«Любую систему двух линейных уравнений с двумя переменными можно решить способом подстановки или способом сложения»

Типичные ошибки учащихся в №20:

- **Вычислительные** ошибки;
- Ошибки, не относящиеся к вычислительным: **незнание формул** квадратного уравнения и др.; неверные действия со **степенями;**
- Учащиеся не придерживаются **алгоритма** решения **дробно-рациональных** уравнений;
- Отсутствует **ОДЗ** или **проверка** для дробно-рационального уравнения

Типичные ошибки учащихся при выполнении №20:

- Запись **ОДЗ есть**, но при отборе корней **она не учитывается**, появляется посторонний корень;
- При использовании замены **забывают** выполнить **обратную замену;**
- При вычислении **дискриминанта** появляется **неверная** запись: $D = 16 = \sqrt{16} = 4$

Задание №21

Текстовая задача

Критерии оценивания

Баллы	**Содержание критерия**
2	Ход решения задачи верный. Получен верный ответ
1	Ход решения верный, допущена вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев

Задание №21

Текстовая задача

(№ 324512) Два автомобиля отправляются в 340-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 17 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Источник: сайт «Александр Ларин». Прототипы задач

Задание №21

Текстовая задача

Примеры решения. Мордкович А.Г., 8 класс. П.31

ПРИМЕР 2

Пристани A и B расположены на реке, причём B — на 80 км ниже по течению, чем A. Катер прошёл путь из A в B и обратно за 8 ч 20 мин. За какое время катер прошёл расстояние от A до B и расстояние от B до A, если известно, что его собственная скорость (скорость в стоячей воде) равна 20 км/ч?

Решение

I ЭТАП. *Составление математической модели.*

Пусть x км/ч — скорость течения реки. Тогда:

$(20 + x)$ км/ч — скорость движения катера по течению;

$(20 - x)$ км/ч — скорость движения катера против течения;

$\frac{80}{20 + x}$ ч — время движения катера по течению;

$\frac{80}{20 - x}$ ч — время движения катера против течения.

По условию на путь туда и обратно катер затратил 8 ч 20 мин, т. е. $8\frac{1}{3}$ ч, или $\frac{25}{3}$ ч. Но время, затраченное катером на путь из A в B и обратно, выражается суммой дробей $\left(\frac{80}{20 + x} + \frac{80}{20 - x}\right)$ ч.

Таким образом, мы приходим к уравнению

$$\frac{80}{20 + x} + \frac{80}{20 - x} = \frac{25}{3}.$$

II ЭТАП. *Работа с составленной моделью.*

Есть смысл разделить обе части уравнения почленно на 5 хотя бы для того, чтобы облегчить дальнейшие вычисления:

$$\frac{16}{20 + x} + \frac{16}{20 - x} = \frac{5}{3}.$$

Освободимся от знаменателей, учтя, что общим знаменателем служит $3(20 + x)(20 - x)$, и расставив дополнительные множители:

$$\frac{16^{\overline{3(20 - x)}}}{20 + x} + \frac{16^{\overline{3(20 + x)}}}{20 - x} = \frac{5^{\overline{(20 + x)(20 - x)}}}{3}.$$

Выполним дальнейшие преобразования:

$$48(20 - x) + 48(20 + x) = 5(400 - x^2);$$
$$5x^2 - 80 = 0;$$
$$x_{1,2} = \pm 4.$$

Оба эти значения удовлетворяют условию $3(20 + x)(20 - x) \neq 0$, значит, оба они являются корнями составленного рационального уравнения.

III ЭТАП. *Ответ на вопрос задачи.*

Во-первых, за x мы приняли скорость течения реки, а скорость отрицательным числом выражаться не может. Поэтому из двух значений 4 и −4 мы выбираем первое и отбрасываем второе.

Во-вторых, нас не спрашивают, чему равна скорость течения реки, а спрашивают, *какое время* катер плыл из A в B и из B в A.

Время движения из A в B выражается дробью $\frac{80}{20 + x}$. Подставив вместо x число 4, получим $\frac{80}{24}$, т. е. $\frac{10}{3}$, или $3\frac{1}{3}$. Учтём, что $3\frac{1}{3}$ ч = 3 ч 20 мин.

Время движения катера из B в A выражается дробью $\frac{80}{20 - x}$. Подставив вместо x число 4, получим $\frac{80}{16}$, т. е. 5 ч.

Ответ 3 ч 20 мин; 5 ч.

Задание №21

Текстовая задача

Примеры решения. Мерзляк. 8 класс. П.7

Пример 4. Турист проплыл на лодке 3 км по течению реки и 2 км против течения за 30 мин. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения равна 2 км/ч.

Решение. Пусть скорость лодки в стоячей воде равна x км/ч. Тогда её скорость по течению реки равна $(x + 2)$ км/ч, а против течения — $(x - 2)$ км/ч. Турист проплыл 3 км по течению за $\frac{3}{x+2}$ ч, а 2 км против течения — за $\frac{2}{x-2}$ ч. Поскольку весь путь был пройден за 30 мин $= \frac{1}{2}$ ч, то $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1}{2}$.

$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{3x - 6 + 2x + 4}{x^2 - 4} - \frac{1}{2} = 0;$$

$$\frac{10x - 4 - x^2 + 4}{2(x^2 - 4)} = 0;$$

$$\frac{10x - x^2}{2(x^2 - 4)} = 0;$$

$$\begin{cases} 10x - x^2 = 0, \\ 2(x^2 - 4) \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(10 - x) = 0, \\ x \neq 2, \\ x \neq -2; \end{cases}$$

$x = 0$ или $x = 10$.

Корень 0 не соответствует смыслу задачи. Следовательно, скорость лодки в стоячей воде равна 10 км/ч.

Ответ: 10 км/ч.

Задание №21

Текстовая задача

Примеры решения. Макарычев Ю.Н., 8 класс. П.9

Задача 2. К сплаву меди и цинка, содержащему 10 кг цинка, добавили 20 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве уменьшилось на 25%. Какова была первоначальная масса сплава?

Пусть первоначальная масса сплава была равна x кг. Тогда меди в нём было $(x - 10)$ кг и она составляла

$$\frac{x-10}{x} \cdot 100\%$$

от массы сплава. Масса нового сплава, полученного после добавления 20 кг цинка, оказалась равной $(x + 20)$ кг, а медь в нём составила

$$\frac{x-10}{x+20} \cdot 100\%.$$

По условию задачи содержание меди уменьшилось на 25%. Следовательно,

$$\frac{x-10}{x} \cdot 100\% - \frac{x-10}{x+20} \cdot 100\% = 25\%.$$

Отсюда

$$\frac{(x-10) \cdot 4}{x} - \frac{(x-10) \cdot 4}{x+20} = 1.$$

Решив это уравнение, найдём, что оно имеет два корня: $x_1 = 20$ и $x_2 = 40$. Оба корня удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 20 кг или 40 кг.

Важно обратить внимание учащихся при решении текстовых задач:

- На логически грамотное составление математической модели задачи
- **На внимательность при прочтении условия задачи (влечёт неверную трактовку** условия задачи)
- Рассматривают **частный случай**
- Каждый введенный компонент в уравнении, с указанием единиц измерения, должен быть объяснён

Важно обратить внимание учащихся при решении текстовых задач:

- На грамотное решение уравнения или системы уравнений
- Помнить, что решается задача, а не уравнение!

Задание №22

Графики функции

Критерии оценивания

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Основным условием положительной оценки за решение задание является верное построение графика. Верное построение графика включает в себя : масштаб, содержательная таблица значений или объяснение построения. **Выколотая точка обозначена в соответствие с ее координатами.**

Задание №22

Графики функций

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ПАРАБОЛЫ $y = ax^2 + bx + c$

1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось параболы.
2. Отметить на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы (чаще всего в качестве одной из таких точек берут точку с абсциссой $x = 0$), найти значения функции в этих точках; построить на координатной плоскости соответствующие точки.
3. Через полученные три точки провести параболу (для большей точности полезно взять ещё одну пару точек, симметричных относительно оси параболы; тогда строят параболу по пяти точкам).

Задание №22

Графики функций

(№ 324542) Постройте график функции $y=\begin{cases} x^2-4x+6, \text{ } если \text{ } x\geq 1, \\ 3x, \text{ } если \text{ } x<1 \end{cases}$

и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

(№ 324553) Постройте график функции $y=\dfrac{4|x|-1}{|x|-4x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Источник: сайт «Александр Ларин». Прототипы задач

Задание №22

Графики функций

№ 324542 Постройте график функции $y=\begin{cases} x^2-4x+6, & \text{если } x\geq 1 \\ 3x, & \text{если } x<1 \end{cases}$, и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно 2 общие точки.

1. Построим график функции $y=x^2-4x+6$, если $x\geq 1$. Вычислим координаты вершины параболы.

$x_0=-\frac{b}{2a}$, $x_0=\frac{4}{2}=2$

$y_0(2)=2^2-4\cdot 2+6=4-8+6=2$

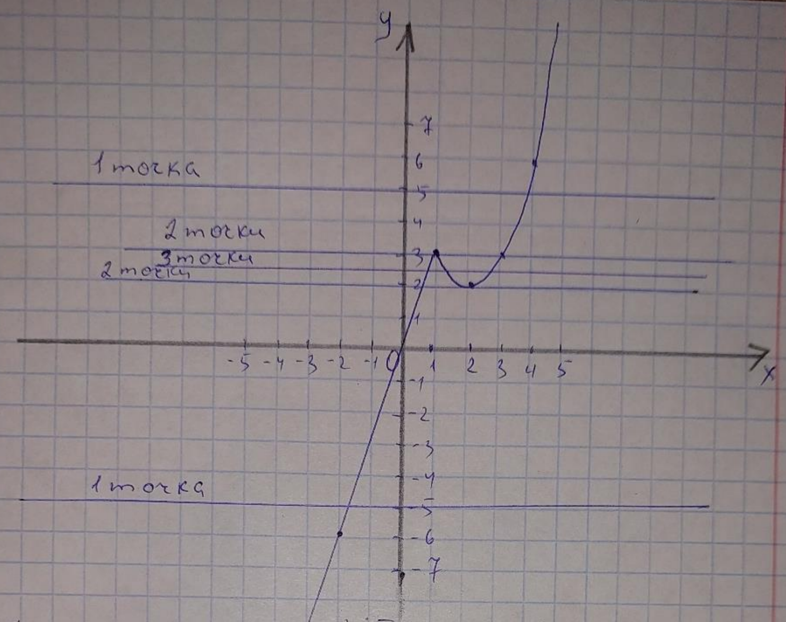
$(2;2)$ – вершина параболы.

x	1	2	3	4
y	3	2	3	6

2. Построим график функции $y=3x$, если $x<1$

x	-2	1
y	-6	3

→ или пишут выколота



Исследование: 1) При $m\in(-\infty;2)$ прямая $y=m$ имеет с графиком 1 общую точку;

2) При $m=2$, $m=3$ прямая $y=m$ имеет с графиком 2 общие точки;

3) При $m\in(2;3)$ прямая $y=m$ имеет с графиком 3 общие точки;

4) При $m>3$, прямая $y=m$ имеет с графиком 1 общую точку

Ответ: б) при $m=2$; $m=3$

Задание №22

Графики функций

Мордкович А.Г., 8 класс

Пример 5. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

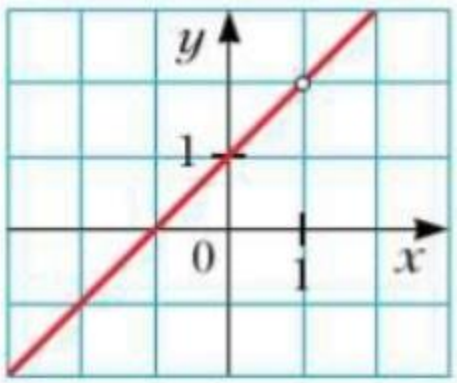
Решение. Данная функция определена при всех значениях x, кроме 1. Имеем:

$$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1, \text{ то есть } y = x+1,$$

где $x \neq 1$.

Следовательно, искомым графиком являются все точки прямой $y = x + 1$, за исключением одной точки, абсцисса которой равна 1 (рис. 2).

Рис. 2



Задание №23,25

Геометрия.

Критерии оценивания

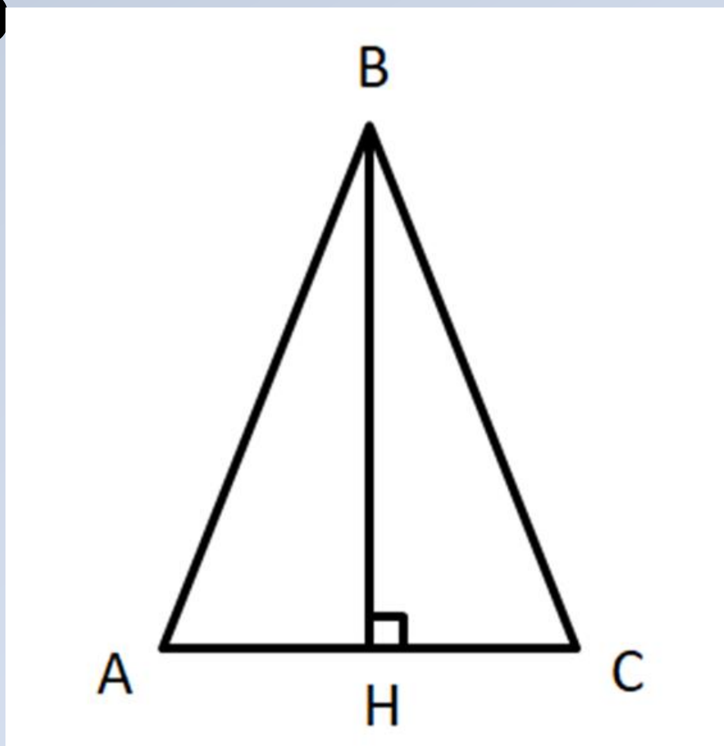
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Типичные ошибки учащихся при решении заданий по геометрии:

- **Неверная трактовка** условия задачи
- Несоответствие **букв** на рисунке **с условием** задачи
- Учащиеся решают **«свою задачу»**
- Рассматривают **частный случай**
- При решении вводят **несуществующие элементы**, которые **наделяют признаками** и **свойствами.** **Пример:** ***«Средняя линия параллелограмма; признак подобия треугольников по трём углам, косой угол и тд.»***
- Нет рисунка задачи.

Важно обратить внимание при решении заданий по геометрии:

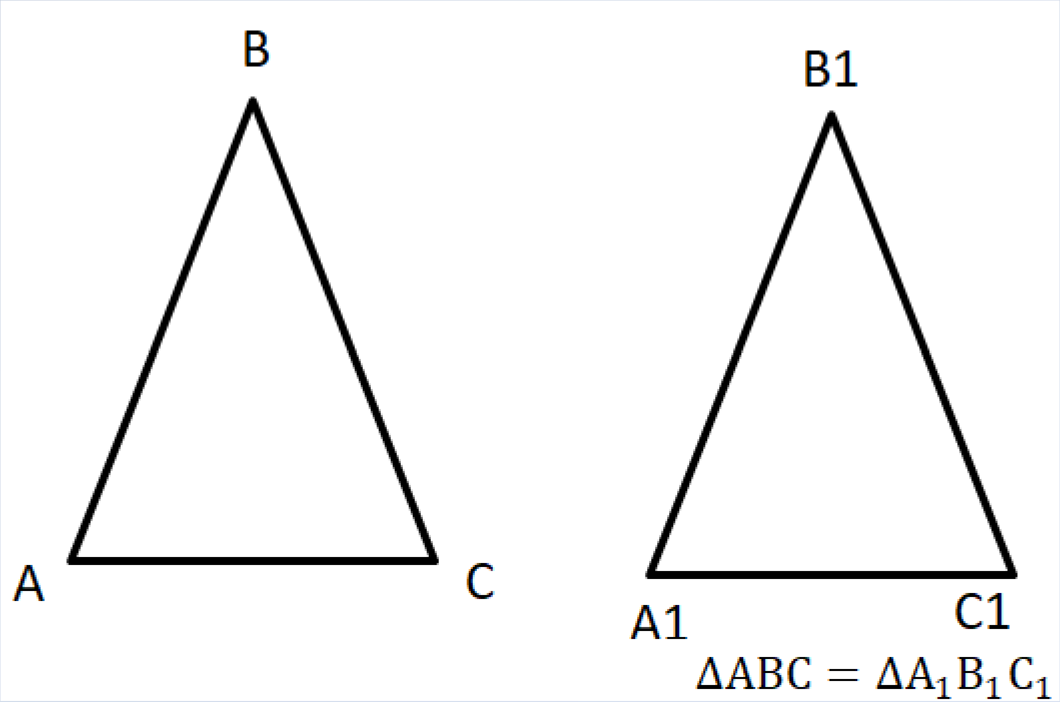
1. Рисунок должен быть обязательно



2. Чёткое соответствие обозначениям на рисунке условию задачи
3. Обоснование должно быть полным и грамотным

Важно обратить внимание при решении заданий по геометрии:

4. При доказательстве равенства треугольников и их подобия важно требовать от учащихся грамотную запись



Задание №24

Геометрия. Задача на доказательство

Критерии оценивания

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Спасибо за внимание!