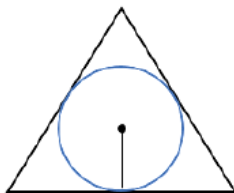
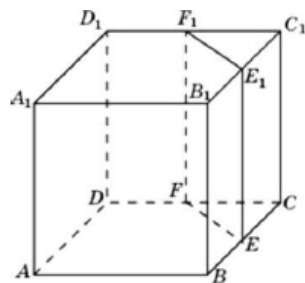


- 1 Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 9. Найдите высоту этого треугольника.



- 2 Даны векторы  $\vec{a}(9; 12)$  и  $\vec{b}(-3; 4)$ . Найдите косинус угла между ними.

- 3 Объём куба равен 96. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



- 4 Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов — первые два дня по 16 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

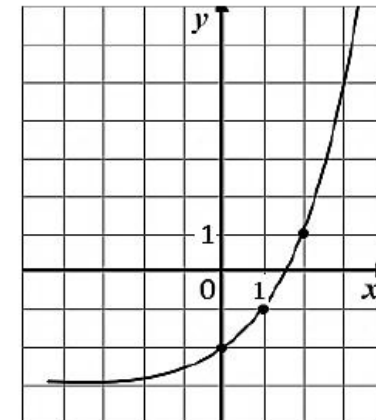
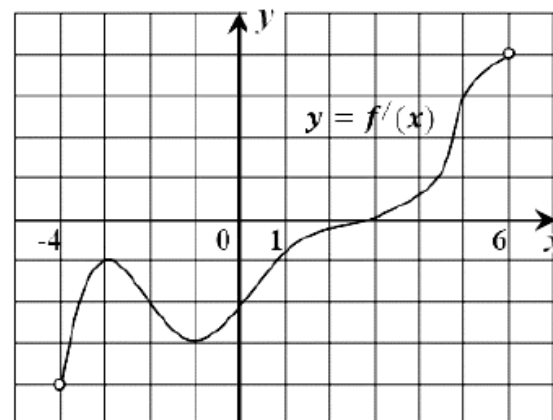
- 5 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,5. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,9?

- 6 Найдите корень уравнения  $\frac{x+48}{5x+7} = \frac{x+48}{7x+5}$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

- 7 Найдите значение выражения  $(1 - \log_2 10)(1 - \log_5 10)$

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 6)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x$  или совпадает с ней.



- 9 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \alpha \rho g r^3$ , где  $\alpha = 4,2$  — постоянная,  $r$  — радиус аппарата в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ Н/кг}$ ). Каким может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 656250 Н? Ответ выразите в метрах.

- 10 Смешали 12 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 8 литрами 25-процентного водного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

- 11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 29$ .

## 2 часть

- 13 а) Решите уравнение  $4 \cos^3 x + 3 \cos x - 4\sqrt{3} = -4\sqrt{3} \sin^2 x$ .  
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .
- 14 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 4$  и  $BC = \sqrt{33}$ , все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  – точка  $F$  так, что  $SF = BE = 3$ .  
 а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна  $SB$ .  
 б) Пусть плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от  $Q$  до плоскости  $ABC$ .
- 15 Решите неравенство  
 $\log_{0,125}(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_{0,5}(x^2 - 1) - \log_{0,5}(5 - x)$
- 16 15-го января планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:  
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.  
 Известно, что на седьмой месяц кредитования выплата составит 40 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?
- 17 В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = AC = 15$ ,  $BC = 18$ . На стороне  $AB$  отметили точки  $M_1$  и  $M_2$  так, что  $AM_1 < AM_2$ . Через точки  $M_1$  и  $M_2$  провели прямые, перпендикулярные стороне  $AB$  и отсекающие от треугольника  $ABC$  пятиугольник, в который можно вписать окружность.  
 а) Докажите, что  $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$ .  
 б) Найдите площадь данного пятиугольника.

- 18 Найдите значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$|x^2 - 4x + a - 3| \leq 8$$

выполняется для всех  $x \in [a - 3; a]$ .

- 19 Назовем натуральное число интересным, если предпоследняя цифра в его десятичной записи равна 9. Например, числа 90, 193 и 2090 интересные, а 9, 919 и 2020 — нет.  
 а) Можно ли представить число 3170 в виде суммы четырех интересных чисел?  
 б) Можно ли представить число 2121 в виде суммы четырех интересных чисел?  
 в) Сумма  $n$  интересных чисел равна 2121. Найдите наименьшее значение  $n$ .