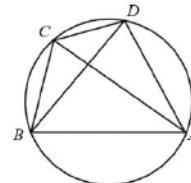


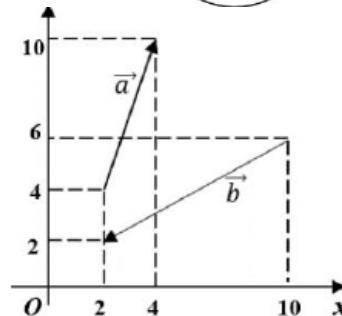
Контрольно измерительные материалы по математике (профиль)

Вариант 30 2024

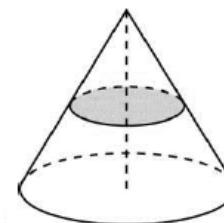
1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол CAD равен 27° , угол ABD равен 56° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



2 Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



3 Площадь полной поверхности конуса равна 147. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении $2:5$, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



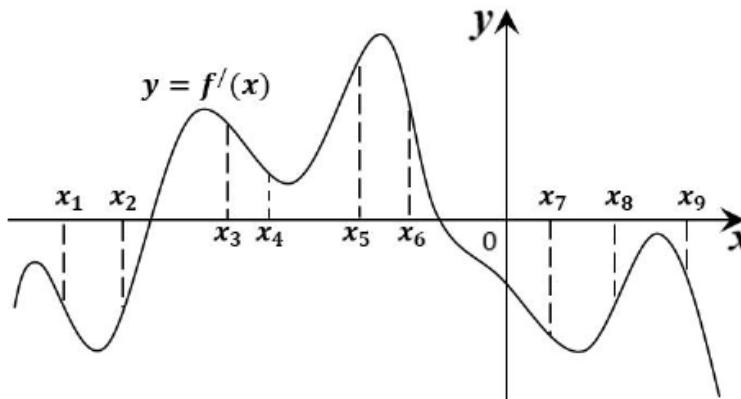
4 На олимпиаде по математике 720 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 210 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

5 Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 3% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

6 Найдите корень уравнения $\log_2(7+x) = \log_2(1-x) + 2$

7 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{8\frac{4}{7}} - \sqrt{2\frac{1}{7}}\right) : \sqrt{\frac{5}{21}}$

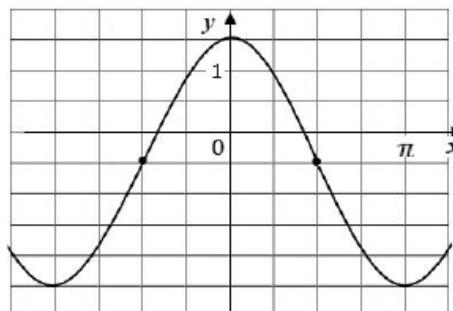
8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



9 Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 28$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 7$ м/с 2 . За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 42 метра. Ответ выразите в секундах.

10 Имеются два сосуда. Первый содержит 35 кг, а второй — 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 33 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

12 Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2+961}$



11 На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .

2 часть

13 а) Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos 2x - 1}{\log_2(\sin x)} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 24, а высота равна 2. На ребрах AB , AC и AS отмечены точки M , N и K соответственно, причем $AM=AN=6$ и $AK=7/2$.

а) Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.
б) Найдите расстояние от точки M до плоскости SBC .

15 Решите неравенство $\log_{81}(x+2) + \log_{(x^2+4x+4)} 27 \leq \frac{5}{4}$

16 В июле 2025 года планируется взять кредит на 1200 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на $(r - 5)\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2033 года долг должен быть полностью погашен.

Известно, что общая сумма выплат по кредиту составит 2205 тыс. руб. Найдите, сколько рублей составит платёж в 2033 году.

17 В равнобедренной трапеции $ABCD$ высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.

- Докажите, что основание AD в два раза больше основания BC .
- Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$. Найдите BC , если известно, что в трапецию можно вписать окружность и расстояние от вершины C до середины отрезка OD равно $2\sqrt{2}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3 - x^2 + 2x} = a - 2|x|$$

имеет ровно два различных корня.

19 На доске написаны числа 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82, 91. Из любого количества этих чисел можно составить число, не изменяя их порядок.

- Может ли из этих чисел получиться число кратное 11?
- Может ли из этих чисел получиться число кратное 198?
- Сколько может получиться чисел кратных 33?