

**Контрольно-измерительные материалы
Математика (профильный уровень), ЕГЭ
Вариант 30**

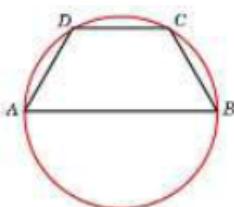
Часть 1

1. Решите уравнение $\frac{x+5}{7x+11} = \frac{x+5}{6x+1}$. Если уравнение

имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

2. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

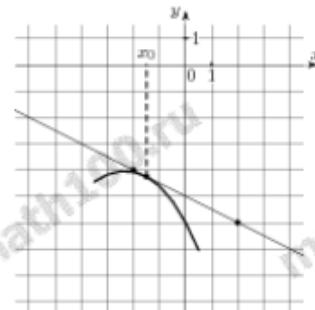
3. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 13,5. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.



4. Найдите $3\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{5}$.

5. Объем одного куба в 64 раза больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

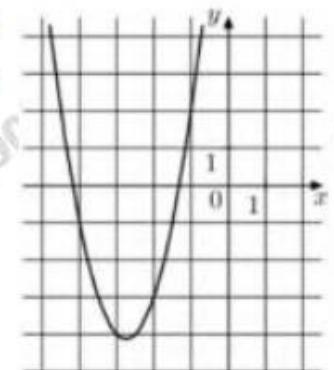
6. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



8. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

7. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин 2 , $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя выше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$, где a, b и c — целые. Найдите $f(2)$.



10. В городе 44% взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 14,4% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 10%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

11. Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 - 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-6; 1]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

12. а) Решите уравнение

$$25^{\log_5(\sin x)} + 0,5 \cdot 2^{\log_4(3\cos^2 x)} = 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

13. Высота конуса равна 6, а радиус основания равен 8.

а) Докажите, что наибольшая площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через его вершину, равна 50.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до этой плоскости.

14. Решите неравенство:

$$\frac{(2x^2 - 19x + 45)\log_7(x-4)}{x^2 - 13x + 42} \leq 0.$$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1 000 000 рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

—1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

—со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

—15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

—15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

—к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

16. Окружность, построенная на стороне AD параллелограмма $ABCD$ как на диаметре, проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма.

а) Докажите, что $ABCD$ — ромб.

б) Эта окружность пересекает сторону AB в точке M , причём $AM : MB = 2 : 1$. Найдите диагональ AC , если $AD = \sqrt{6}$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2\pi^2(x-1)^2 + 4a\cos(2\pi x) - 9a^3 = 0$$

имеет единственный корень.

18. а) Можно ли вычеркнуть несколько цифр из числа 123456789 так, чтобы получилось число, кратное 72?

б) Можно ли вычеркнуть несколько цифр из числа 846927531 так, чтобы получилось число, кратное 72?

в) Какое наибольшее количество цифр можно вычеркнуть из числа 124875963 так, чтобы получилось число, кратное 72?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.