

Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 29

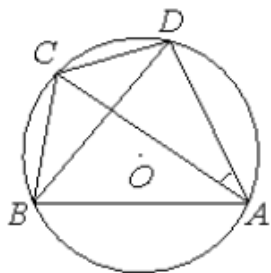
Часть 1

1 Найдите корень уравнения: $\log_{(3-x)} 25 = 2$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

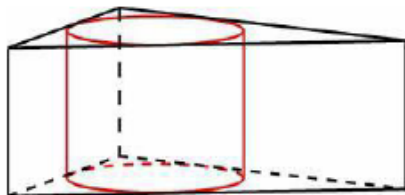
2 По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,85. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

3 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 82° , угол ABD равен 49° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.

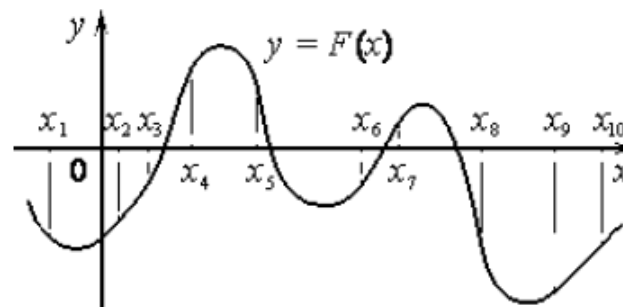


4 Найдите значение выражения $9^{3\sqrt{7}-1} \cdot 9^{1-\sqrt{7}} : 9^{2\sqrt{7}}$

5 Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 5.

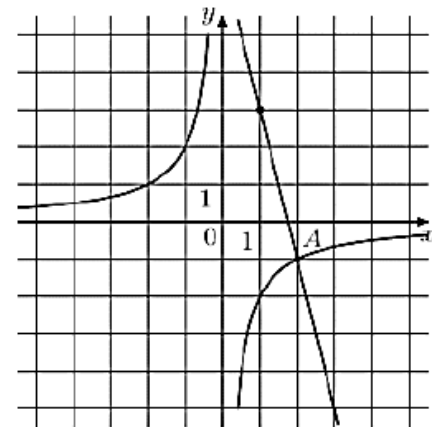


6 На рисунке изображён график $y=F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ отрицательна?



7 Катер должен пересечь реку шириной $L=100$ м и со скоростью течения $u=0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} ctga$, где a – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом a (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

8 Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,6 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 400 метрам?



9 На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.

10 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 30% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 90% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

11 Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x}{x^2 + 9} \quad \text{на отрезке } [1;4]$$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

12 а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin^3 x - \sqrt{2} \sin x + \cos^2 x = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

13 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ стороны основания равны 4, а боковые ребра 5.

а) Докажите, что плоскость $A_1 C_1 E$ перпендикулярна плоскости $BB_1 E_1$.

б) Найдите угол между плоскостями $A_1 C_1 E$ и ABC .

14 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$$

15 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

16 Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 4$ и $AM:MC = 1:3$.

17 Найдите значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y-7) = xy - 5(x+2) \\ x \leq 6 \\ \frac{a(x-6) - 2}{y-2} = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18 Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три группы так, чтобы в каждой группе было хотя бы одно число. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

а) Могут ли быть одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?

б) Могут ли быть одинаковыми все три значения средних арифметических?

в) Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из получаемых трёх средних арифметических.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.