

# Неравенства и их системы

Хамутова Р.М.,  
учитель математики

# Что такое неравенство?

- **Неравенством** мы будем называть два числовых или буквенных выражения, соединенных знаками  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ .

$$x-2 > 2x-3;$$

$$x-y \leq 2$$

- **Решить неравенство** означает найти такие значения переменной  $x$ , при которых данное неравенство становится верным числовым неравенством.
- Значение переменной, при котором неравенство становится верным, называется **решением неравенства**

# Свойства неравенств:

- **Свойство 1.**

Если к левой и правой части неравенства прибавить или вычесть одно и то же число, то знак неравенства не изменится.

- $x - 2 > 0$ ;
- $x - 2 + 2 > 0 + 2$ ;
- $x > 0$ .

# Свойства неравенств:

- **Свойство 2.**
- Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то знак неравенства не изменится.
- $12 > 2x$ ;
- $12:2 > 2x:2$ ;
- $6 > x$ ;

# Свойства неравенств:

- **Свойство 3.**
- Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же **отрицательное число**, то знак неравенства **изменится** на противоположный.
- -  $2x > 12$  ;
- -  $2x : (-2) < 12 : (-2)$  ;
- $x < -6$ .

# Строгие и нестрогие неравенства

- Неравенства, содержащие знаки  $>$ ,  $<$  называют **строгими**. А неравенства, содержащие знаки  $\geq$ ,  $\leq$  называют **нестрогими**.

$$x-4 \leq 2$$

$$x-4 < 2$$

**Пример:** Решить неравенство  $5(x - 1) + 7 \leq 1 - 3(x + 2)$

$$5(x - 1) + 7 \leq 1 - 3(x + 2)$$

$$5x - 5 + 7 \leq 1 - 3x - 6$$

$$5x + 3x \leq 1 - 6 + 5 - 7$$

$$\underline{5x} + \underline{3x} \leq \underline{1} - \underline{6} + \underline{5} - \underline{7}$$

$$8x \leq -7$$

$$\overset{1}{\cancel{8}} \frac{x}{\cancel{8}} \leq \frac{-7}{8}$$

$$\overset{1}{\cancel{1}} x \leq -\frac{7}{8}$$



$$x \in \left( -\infty ; -\frac{7}{8} \right]$$

Пример . Решить неравенство

$$x - \frac{x-3}{5} + \frac{2x-1}{10} \leq 4$$

$$10 \times \left( x - \frac{x-3}{5} + \frac{2x-1}{10} \right) \leq 10 \times 4$$

$$10x - \cancel{10} \times \frac{x-3}{\cancel{5}_1} + \cancel{10} \times \frac{2x-1}{\cancel{10}_1} \leq 40$$

$$10x - 2(x-3) + 2x - 1 \leq 40$$

$$10x - 2x + 2x \leq 40 - 6 + 1$$

$$10x - \cancel{2x} + \cancel{2x} \leq \underline{40} - \underline{6} + \underline{1}$$
$$10x \leq 35$$

$$\frac{\cancel{10}_1 x}{\cancel{10}_1} \leq \frac{\cancel{35}_7}{\cancel{10}_2}$$

$$x \leq \frac{7}{2}$$

$$x \leq 3,5$$



$$x \in (-\infty ; 3,5]$$

# Система неравенств

- **Система неравенств** – это запись, представляющая собой некоторое число записанных друг под другом неравенств, объединенных слева фигурной скобкой, и обозначающая множество всех решений, являющихся одновременно решениями каждого неравенства системы.



**Решить систему неравенств** – это  
значит найти значение переменной, при котором  
верно каждое из неравенств системы.

## Решение:

***Если надо решить систему неравенств, то:***

- решаем каждое неравенство системы отдельно
- изображаем полученные решения на числовой прямой и смотрим пересечения этих решений.
- эта общая часть и является решением данной системы неравенств.

# Решим систему неравенств

(состоящую из линейных неравенств)

$$\begin{cases} 5x + 1 > 6 \\ 2x - 4 < 3 \end{cases}$$

**Решение:** решим каждое неравенство отдельно

$$5x + 1 > 6$$

$$5x > 6 - 1$$

$$5x > 5$$

$$x > 1$$

$$2x - 4 < 3$$

$$2x < 4 + 3$$

$$2x < 7$$

$$x < 3,5$$

x



**Ответ:**

# Решим систему неравенств

$$\begin{cases} 5x + 12 \leq 3x + 20 \\ x < 2x + 3 \\ 2x + 7 \geq 0 \end{cases}$$

**Решение:** решим каждое неравенство отдельно

$$\underline{5x + 12 \leq 3x + 20}$$

$$5x - 3x \leq -12 + 20$$

$$2x \leq 8$$

$$x \leq 4$$

$$\underline{x < 2x + 3}$$

$$x - 2x < 3$$

$$-x < 3$$

$$x > -3$$

$$\underline{2x + 7 \geq 0}$$

$$2x \geq -7$$

$$x \geq -7/2$$

$$x \geq -3,5$$

Изобразим на числовой прямой:



**Ответ:**

# Решение двойных неравенств

Решить неравенство:  $0 < 4x + 2 \leq 6$

Решение: составим систему: 
$$\begin{cases} 4x + 2 > 0 \\ 4x + 2 \leq 6 \end{cases}$$

Решим каждое неравенство системы отдельно:

$$1) \quad 4x + 2 > 0$$

$$x > -0,5$$

$$2) \quad 4x + 2 \leq 6$$

$$x \leq 1$$

Полученные результаты изобразим на числовой прямой:



**Ответ:**

# Решим систему неравенств

(в которую входит квадратное неравенство)

Решить систему неравенств: 
$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ 9 - 4x < 0 \end{cases}$$

**Решение:** решим каждое неравенство системы отдельно

1)  $x^2 - 5x + 4 \leq 0$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

т.к.  $a+b+c=0$ , то  $x_1=1$ ;  $x_2=4$

2)  $9 - 4x < 0$

$$-4x < -9$$

$$x > 9/4 = 2,25$$

Полученные результаты изобразим на числовой прямой:



# Решим систему неравенств

Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 < 0 \\ 2x^2 - 3x - 5 > 0 \end{cases}$$

**Решение:** решим каждое неравенство отдельно

$$x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$2x^2 - 3x - 5 > 0$$

Найдем корни соответствующих квадратных уравнений

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

По свойствам коэффициентов имеем:

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 2$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 5/2 = 2,5$$

Изобразим на числовой оси:



- 
- **Спасибо за внимание!**