

Контрольно-измерительные материалы

Математика (профильный уровень), ЕГЭ

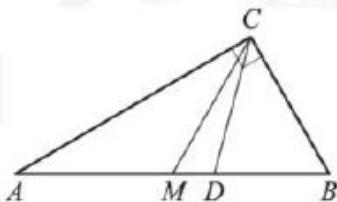
Вариант 22

Часть 1

1 Найдите корень уравнения $7^{-6-x} = 343$.

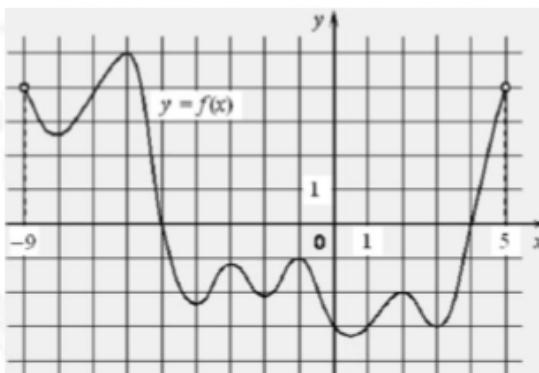
2 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

3 Острый угол B прямоугольного треугольника равен 66° . Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

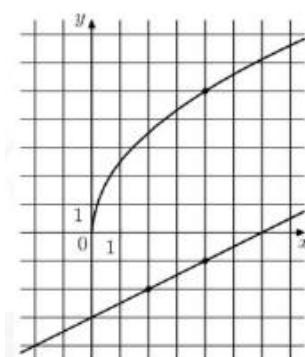


5 Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.

6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



9 На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке А. Найдите абсциссу точки А.



7 Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полёта будет не меньше 2,1 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 21$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

8 На изготовление 540 деталей первый рабочий затрачивает на 12 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 600 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

10 Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянны. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

11 Найдите наименьшее значение функции

$$y = (x - 9)^2(x + 4) - 4 \text{ на отрезке } [7; 16].$$

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $\log_2(x^2) - 16 \log_2(2x) + 31 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3; 6]$.

13 В пирамиде $SABC$ известны длины рёбер: $AB = AC = \sqrt{29}$, $BC = SA = 2\sqrt{5}$, $SB = SC = \sqrt{13}$.

а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .

б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC .

14 Решите неравенство

$$\log_7(2x^2 + 12) - \log_7(x^2 - x + 12) \geq \log_7\left(2 - \frac{1}{x}\right).$$

16 Данна трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC – биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.

15

15-го января был взят в банке кредит на 1 000 000 рублей на $(n + 1)$ месяц.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если общая сумма выплат после его полного погашения составила 1 378 000 рублей.

17

Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$|x^2 - 4x + a - 5| \leq 10$$

выполняется для всех $x \in [a - 5; a]$.

18

На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

- а) Приведите пример последовательных 5 ходов.
- б) Можно ли сделать 10 ходов?
- в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.