МБОУ лицей имени генерал-майора Хисматулина В.И.

Особенности решения текстовых задач

(часть 2, задание 21)

Учитель математики
Гнусина Марина Николавна

18.11.2021г

Известно, что решение текстовых задач представляет большие трудности для учащихся. Известно и то, какой именно этап решения особенно труден. Это самый первый этап – анализ текста задачи. Учащиеся плохо ориентируются в тексте задачи, в ее условиях и требовании

ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1. Анализ условия задачи (чтение задачи, определение типа задачи, выделение данных, которые известны и требуется найти)

2. Схематическая запись задачи (рисунок, схема, чертеж)

3. Поиск способа решения (определение связи между данными задачи, формул, составление плана решения задачи, приведение величин к «одинаковой» соразмерности, составление таблицы)

4. Составление уравнение или системы уравнений

как математической модели задачи

5. Решение полученного уравнения или системы уравнений

(запись решения и результата)

6. Проверка решения

7. Формулировка ответа

На первом шаге рассматриваются приемы анализа условия задач.

<u>*Приемы анализа текста задачи*</u>:

- «Чтобы узнать, надо знать».
- Переформулировка вопроса задачи, замена поставленного вопроса.
- Постановка вопроса к данному условию задачи.
- Нахождение данных, необходимых для ответа на поставленный вопрос.
- Исследование задач с недостающими, лишними , противоречивыми данными
- Сравнение условий нескольких задач.

АНАЛИЗ ТЕКСТА ЗАДАЧИ

1) внимательное чтение задачи;

2) первичный анализ текста: выделение вопроса задачи и ее условия;

3) оформление краткой записи текста задачи;

4) выполнение чертежей, рисунков по тексту задачи.

ПОИСК СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1) проведение вторичного (более детального) анализа текста задачи: выделение данных и искомых, установление связей между данными, между данными и искомыми;

2) выяснение полноты постановки задачи;

3) осуществление поиска решения, составление плана решения задачи;

4) перевод словесного текста задачи на математический язык;

5) привлечение теоретических знаний для решения задачи.

ОФОРМЛЕНИЕ НАЙДЕННОГО СПОСОБА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1) оформление решения;

2) запись результата решения задачи.

. ИЗУЧЕНИЕ НАЙДЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1) контроль решения задачи;

2) оценка результатов решения;

3) анализ способов решения и их обобщение;

4) составление новых задач.

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ В ОГЭ

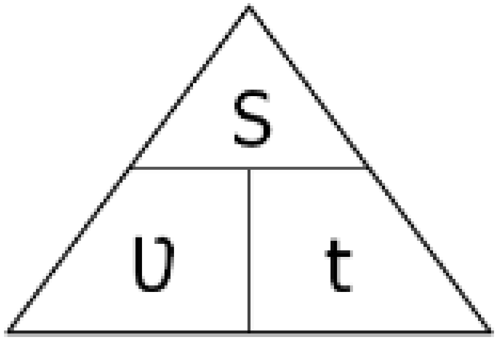
- задачи на «числовые зависимости» (арифметическая и геометрическая прогрессии);
- задачи на производительность, совместную работу;
- задачи на проценты и доли;
- задачи на смеси и сплавы (на концентрацию);
- задачи на движение

ЗАДАЧИ НА «ДВИЖЕНИЕ»

Действие движения характеризуется тремя компонентами: **пройденный путь, скорость и время**.

Известно соотношение между ними:

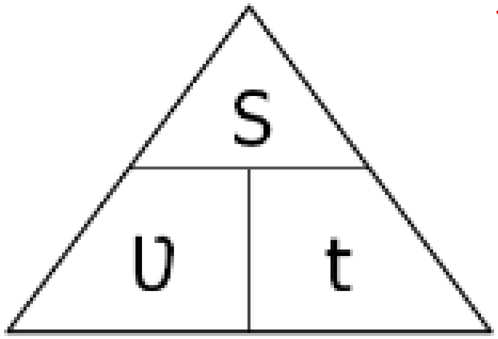
Путь = скорость • время

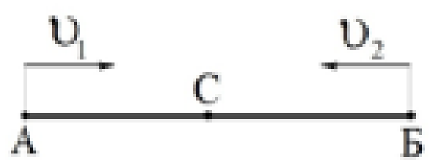
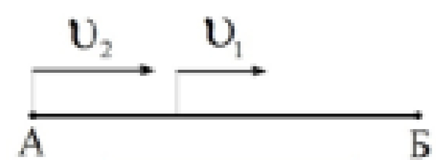
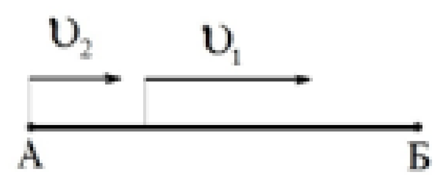


ОСНОВНЫМИ ТИПАМИ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ ЯВЛЯЮТСЯ СЛЕДУЮЩИЕ

1) задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
2) задачи на движение по замкнутой трассе;
3) задачи на движение по воде;
4) задачи на среднюю скорость;
5) задачи на движение протяжённых тел.

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО ПРЯМОЙ



	встречное	вдогонку
на сближение	 $\upsilon_{сб}=\upsilon_1+\upsilon_2$	 $\upsilon_{сб}=\upsilon_1-\upsilon_2$
на удаление	 $\upsilon_{уд}=\upsilon_1+\upsilon_2$	 $\upsilon_{уд}=\upsilon_1-\upsilon_2$
	В противоположных направлениях	с отставанием

ДВИЖЕНИЕ НАВСТРЕЧУ

Если расстояние между двумя движущимися навстречу друг другу телами равно s, а их скорости v1и v2, то время t, через которое они встретятся, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}$$

ДВИЖЕНИЕ НАВСТРЕЧУ

Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Решение. Через час после выезда первого автомобиля расстояние между автомобилями стало равно

$$435-60 = 375 \text{ (км), поэтому}$$

автомобили встретятся через время

$$t = \frac{375}{60+65} \text{(ч)}.$$

Таким образом, до момента встречи первый автомобиль будет находиться в пути 4 часа и проедет 60 • 4= 240 (км). Ответ. 240.

ДВИЖЕНИЕ ВДОГОНКУ

Если расстояние между двумя телами равно s, они движутся по прямой в одну сторону со скоростями и соответственно (v1 >v2) так, что первое тело следует за вторым, то время t, через которое первое тело догонит второе, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

ДВИЖЕНИЕ ВДОГОНКУ

Два пешехода отправляются в одном направлении одновременно из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 3OO метрам?

Решение. Время t в часах, за которое расстояние между пешеходами станет равным 3OO метрам, т. е. 0,3 км, находим по формуле

$$t = \frac{0,3}{1,5} = 0,2 \text{ (ч)}.$$

Следовательно, это время составляет 12 минут.

Ответ. 12.

ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ (ЗАМКНУТОЙ ТРАССЕ)

Рассмотрим движение двух точек по окружности длины s в одном направлении при одновременном старте со скоростями v1 и v2 (v1 > v2) и ответим на вопрос: через какое время первая точка будет опережать вторую ровно на один круг? Считая, что вторая точка покоится, а первая приближается к ней со скоростью v1—v2, получим, что условие задачи будет выполнено, когда первая точка поравняется в первый раз со второй. При этом первая точка пройдет расстояние, равное длине одного круга, и искомая формула ничем не отличается от формулы, полученной для задачи на движен ку:

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}$$

ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ (ЗАМКНУТОЙ ТРАССЕ)

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть скорость второго автомобиля x км/ч. Поскольку 40 минут составляют 2/3 часа и это — то время, за которое первый автомобиль будет опережать второй на один круг, составим по условию задачи уравнение

$$\frac{14}{80-x}=\frac{2}{3},$$

откуда 160 — 2x = 42, т. е. x = 59.
Ответ: 59

ДВИЖЕНИЕ ПО ВОДЕ

В задачах на движение по воде скорость течения считается неизменной.

При движении по течению скорость течения прибавляется к скорости плывущего тела, при движении против течения — вычитается из скорости тела.

Скорость плота считается равной скорости течения.

ПАМЯТКА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

Путь = скорость · время

При движении по реке:

Скорость по течению = собственная скорость транспорта + скорость течения реки

Скорость против течения = собственная скорость транспорта - скорость течения реки

Движение по воде

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт пешеход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Решение: Пусть искомая величина равна 2х. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{x}{28}+\frac{x}{22}+5=30,$$

откуда

$$\frac{x}{28}+\frac{x}{22}=25, \quad \frac{11x+14x}{28\cdot 11}=25, \quad \frac{25x}{308}=25, \quad x=308.$$

Значит, искомое расстояние равно 616 км.

ДВИЖЕНИЕ ПО ВОДЕ

Пример: От лесоповала вниз по течению реки движется со скоростью 3 км/ч плот. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 16 минут 40 секунд. Найдите длину плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в километрах

ДВИЖЕНИЕ ПО ВОДЕ

Решение: Пусть длина плота x км. Тогда скорость моторки по течению 18 км/ч, а против течения 12 км/ч. Так как 16 минут 40 секунд = 5/18 часа, то

$$\frac{x}{18} + \frac{x}{12} = \frac{5}{18}$$

2x + 3x = 10;

5x = 10;

x = 2.

Ответ: 2

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

Напомним, что средняя скорость вычисляется по формуле

$$v = \frac{S}{t},$$

где S — путь, пройденный телом, а t — время, за которое этот путь пройден. Если путь состоит из нескольких участков, то следует вычислить всю длину пути и всё время движения. Например, если путь состоял из двух участков протяженностью s_1 и s_2, скорости на которых были равны соответственно v_1 и v_2, то

$$S = s_1 + s_2, \quad t = t_1 + t_2,$$

где

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2}.$$

Средняя скорость

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Обозначим длину всей трассы через $3s$. Тогда первую треть трассы велосипедист проехал за время $t_1 = \frac{s}{12}$, вторую треть — за время $t_2 = \frac{s}{16}$, последнюю треть — за время $t_3 = \frac{s}{24}$. Значит, время, потраченное им на весь путь, равно

$$t_1 + t_2 + t_3,$$

т. е.

$$\frac{s}{12} + \frac{s}{16} + \frac{s}{24} = \frac{9s}{48}.$$

Поэтому искомая средняя скорость находится по формуле

$$v = 3s : \frac{9s}{48} = 3s \cdot \frac{48}{9s} = 16 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ. 16.

ДВИЖЕНИЕ ПРОТЯЖЁННЫХ ТЕЛ

В задачах на движение протяженных тел требуется, как правило, определить длину одного из них.

Наиболее типичная ситуация: определение длины поезда, проезжающего мимо столба или протяженной платформы. В первом случае поезд проходит мимо столба расстояние, равное длине поезда, во втором случае — расстояние, равное сумме длин поезда и платформы.

Движение протяжённых тел

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение. Будем считать, что первый сухогруз неподвижен, а второй приближается к нему со скоростью x (м/мин), равной разности скоростей второго и первого сухогрузов. Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние l = 400+80 + 120+600 = 1200 (м).

Поэтому $x = \frac{1200}{12} = 100$ (м/мин), т. е. 6 км/ч.

ЗАДАЧИ «НА РАБОТУ»

Работу характеризуют три компонента действия:

Время работы,

Объем работы,

Производительность (количество произведенной работы в единицу времени).

Существует следующее соотношение между этими компонентами:

Объем работы = время работы •производительность

ЗАДАЧИ «НА РАБОТУ»

Ключевой в задачах на работу является следующая задача: первый мастер может выполнить некоторую работу за a часов, а второй мастер — за b часов. За какое время выполнят работу оба мастера, работая вдвоем?

Поскольку объем работы не задан, его можно принять равным единице. Тогда первый мастер за один час выполнит часть работы, равную $1/a$, второй —$1/b$, оба мастера — часть работы, равную $1/a+1/b$

Значит, всю работу они выполнят за время

$$t = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}.$$

ЗАДАЧИ «НА РАБОТУ»

Пример: Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение. За 3 часа первый рабочий сделал —3/15 всей работы. Оставшиеся 12/15 работы рабочие делали уже вместе и потратили на это

$$\frac{12}{15} : \frac{2}{15} = 6\ (\text{ч}).$$

Значит, время, затраченное на выполнение всего заказа, составляет 9 часов. Ответ. 9.

ЗАДАЧИ «НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ»

Задачи на совместную работу	Задачи на движение
А (работа)	S (расстояние)
Р (производительность)	v (скорость)
Т (время)	Т (время)

ДВА ТОКАРЯ ВМЕСТЕ ИЗГОТОВИЛИ 350 ДЕТАЛЕЙ. ПЕРВЫЙ ТОКАРЬ ДЕЛАЛ В ДЕНЬ 40 ДЕТАЛЕЙ И РАБОТАЛ 5 ДНЕЙ, ВТОРОЙ РАБОТАЛ НА 2 ДНЯ МЕНЬШЕ. СКОЛЬКО ДЕТАЛЕЙ В ДЕНЬ ДЕЛАЛ ВТОРОЙ ТОКАРЬ?

	Прозводительность, деталей	Время, дней	Количество, деталей
1т.	40	5	350
2т.	? х	На 2 меньше	

Из **А** в **В** выехали одновременно два автомобиля. Первый проехал весь путь с постоянной скоростью. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 14 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 105 км/ч. Прибыли в В одновременно. Скорость первого - ? Если известно, что она больше 50 км/ч. Ответ в км/ч.

РЕШЕНИЕ

	V, км/ч	S, км	t,ч
1	x	1	$\frac{1}{x}$
2	X-14	0,5	$\frac{1}{2(x-1)}$
	105	0,5	$\frac{1}{2*105}$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2\,(x-14)} + \frac{1}{2*105}$$

Ответ: 84 км/ч

ЗАДАЧИ «НА БАССЕЙНЫ И ТРУБЫ»

Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

ПЕРВАЯ ТРУБА ПРОПУСКАЕТ НА 6 ЛИТРОВ ВОДЫ В МИНУТУ МЕНЬШЕ, ЧЕМ ВТОРАЯ ТРУБА. СКОЛЬКО ЛИТРОВ ВОДЫ В МИНУТУ ПРОПУСКАЕТ ПЕРВАЯ ТРУБА, ЕСЛИ БАК ОБЪЕМОМ 360 ЛИТРОВ ОНА ЗАПОЛНЯЕТ НА 10 МИНУТ МЕДЛЕННЕЕ, ЧЕМ ВТОРАЯ ТРУБА?

	Скорость, л/мин	Время, мин	Объем, л
1труба	х	360/х	360
2труба	Х+40	360/(х+40)+10	360

ЗАДАЧИ «НА БАССЕЙНЫ И ТРУБЫ»

Решение. Пусть первая труба пропускает x литров воды в минуту, $x > 0$. Тогда вторая труба пропускает $x + 6$ литров воды в минуту. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+6} = 10,$$

откуда, разделив обе части уравнения на 10, получим

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+6} = 1.$$

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю:

$$\frac{36(x+6) - 36x}{x(x+6)} = 1,$$

откуда

$$x(x+6) = 36 \cdot 6 \quad \text{и} \quad x^2 + 6x - 216 = 0.$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются числа -18 и 12, из которых только последнее удовлетворяет условию $x > 0$.

Ответ. 12.

ПАМЯТКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

Процентом числа называется его сотая часть.

Решение задач на проценты сводится к основным трем действиям с процентами:

Например: 1% от числа 500 – это число 5.

-нахождение процента от числа:

Пример: Найти 3 % от числа 500;

15 % от числа 60.

-нахождение числа по его процентам:

Пример: Найти число, 12% которого равны 30.

нахождение % отношения чисел:

Пример: Сколько % составляет 120 от 600?

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

При решении задач на проценты важно четко понимать, что процент— это просто сотая часть числа. Поэтому если величину а увеличить на 3, 15 или 27 %, то получим соответственно 1,03а, 1,15а, 1,27а. Если же величину а уменьшить на 3, 15 ми 27 %, то получим соответственно 0,97а, 0,85а, 0,73а.

Попробуйте ответить на следующий вопрос: а дороже Ь на 25 ^{0}/0, на сколько процентов Ь дешевле а? Кажется, ответ очевиден: на 25 %. Но это не так. В самом деле,

$$a = 1{,}25b = \frac{5}{4}b,$$

значит,

$$b = \frac{4}{5}a = 0{,}8a,$$

т. е. b дешевле а на 20%

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

Рассмотрим еще один пример. В городе два магазина. В первом висит объявление о снижении цен на 60%, во втором — о снижении цен в 2,5 раза. Спрашивается, в какой магазин пойти покупателю, если цены в обоих магазинах до снижения были одинаковыми? Большинство почему-то выбирает второй магазин, хотя ответ здесь: в ближайший к дому. И впрямь, уменьшение величины а на 60 % дает 0,4а. Но уменьшение величины а в 2,5 раза приводит к тому же результату: получаем

$$\frac{a}{2,5} = 0,4a.$$

Поэтому, решая даже кажущиеся очень простыми задачи на проценты, следует немножко подумать и посчитать, прежде чем радостно вписывать в бланк неправильный ответ. Разумеется, это относится и к любым другим задачам.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

Отметим ещё следующее. Последовательное увеличение величины на некоторое число %, а затем уменьшение результата на то же число % не приводит к начальной величине: ведь второе действие мы совершаем уже с другой величиной. То же самое можно сказать и об обратной последовательности действий.

Любопытно, что в любом случае получим в итоге величину, меньшую начальной.

Например, увеличив а на 10%, получим 1,1а. Уменьшив полученную величину на 10%, получим 1,1а*0,9=0,99а– полученная величина меньше начальной на 1%. При этом порядок действий не играет роли: если сначала уменьшить а на 10%, а затем результат увеличить на 10%, получим те же самые 0,99*а=0,9а*1,1

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

В общем случае, при увеличении величины a на k % получим величину

$$a_1 = a\left(1 + \frac{k}{100}\right).$$

Если же теперь уменьшить a_1 на k %, получим

$$a_2 = a_1\left(1 - \frac{k}{100}\right) = a\left(1 + \frac{k}{100}\right)\left(1 - \frac{k}{100}\right),$$

т. е.

$$a_2 = a\left(1 - \left(\frac{k}{100}\right)^2\right) < a.$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ

Пять рубашек дешевле куртки на 25 %. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

Решение. Обозначим через Р стоимость одной рубашки, через К — стоимость куртки.

Из условия задачи следует, что 5P = 0,75k,

откуда P = 0,15k, и, следовательно,

7P = 1,05k.

Значит, семь рубашек дороже куртки на 5%.

Ответ: 5.

ЗАДАЧИ НА «КОНЦЕНТРАЦИЮ», НА «СМЕСИ И СПЛАВЫ»

В задачах этого типа обычно присутствуют три величины, соотношение между которыми позволяет составлять уравнение:

Концентрация (доля чистого вещества в смеси);

Количество чистого вещества в смеси (или сплаве);

Масса смеси (сплава).

Соотношение между этими величинами следующее:

$\boxed{\text{Масса смеси}} \cdot \boxed{\text{концентрация}} = \boxed{\text{количество чистого вещества}}$

ЗАДАЧИ НА «КОНЦЕНТРАЦИЮ», НА «СМЕСИ И СПЛАВЫ»

В качестве модельной задачи рассмотрим следующую. Смешали a литров n-процентного водного раствора некоторого вещества с b литрами m-процентного водного раствора этого же вещества. Требуется найти концентрацию получившейся смеси. Воспользуемся ключевой идеей: проследим за изменениями, происходящими с чистым веществом. В первом растворе его было

$$\frac{a}{100} \cdot n = \frac{an}{100} \text{ (литров)},$$

во втором растворе —

$$\frac{b}{100} \cdot m = \frac{bm}{100} \text{ (литров)}.$$

Значит, количество чистого вещества в полученной смеси будет равно

$$\frac{an}{100} + \frac{bm}{100} \text{ (литров)},$$

а всего этой смеси получится $a + b$ литров. Теперь уже найти искомую концентрацию k не представляет труда:

$$k = \frac{\frac{an}{100} + \frac{bm}{100}}{a+b} \cdot 100 = \frac{an+bm}{a+b} \%.$$

Заметим, что растворы в этой задаче можно было бы заменить двумя сплавами разной массы и с разным содержанием чистого вещества (например, одного из двух металлов). Решение при этом практически не изменится, поменяются лишь единицы измерения и названия веществ.

ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ВЛАГИ

- При решении подобных задач следует определить ту величину, которая не меняется при высыхании (уменьшении влажности). Неизменной в данных процессах остается масса сухого вещества, т. е. продукта, в котором полностью отсутствует вода. В рассматриваемых задачах эту величину будем обозначать х.

ЗАД6АЧА

Виноград содержит 91 % влаги, а изюм —79%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

Решение. Используем ключевую идею: будем следить за массой «чистого», т. е. в данном случае «сухого» вещества в винограде и изюме. Пусть для получения 21 килограмма изюма требуется х кг винограда. Из условия следует, что масса «сухого» вещества в х кг винограда равна 0,09х кг. Поскольку эта масса равна массе «сухого» вещества в 21 килограмме изюма, то по условию задачи можно составить уравнение

$0{,}09x = 0{,}93 * 21$, откуда

$9x = 93*21$,

т. е. $x = 217$ кг. Ответ. 217.

ЗАДАЧИ «НА АРИФМЕТИЧЕСКУЮ ПРОГРЕССИЮ»

Том Сойер и Гекльберри Финн красят забор длиной 100 метров. Каждый следующий день они красят больше, чем в предыдущий, на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме они покрасили 20 метров забора. За сколько дней был покрашен весь забор?

Решение. Пусть ребята в первый день покрасили a_1 метров забора, во второй — a_2 метров и т.д., в последний — a_n метров забора. Тогда

$$a_1 + a_n = 20 \text{ (м)},$$

а за n дней было покрашено

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 10n$$

метров забора.

Поскольку всего было покрашено 100 метров забора, имеем: $10n = 100$, откуда $n = 10$.

ЗАДАЧИ «НА АРИФМЕТИЧЕСКУЮ ПРОГРЕССИЮ»

У гражданина Петрова 1 августа 2000 года родился сын. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 1000 рублей. Каждый следующий год 1 августа он пополнял вклад на 1000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 31 июля начислял 20 % на сумму вклада. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 2200 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 2200 рублей, а банк ежегодно начислял 44 % на сумму вклада. Через сколько лет после рождения сына суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

Решение. Через n лет величина первого вклада будет равна

$$1000 + 1000 \cdot 1{,}2 + \ldots + 1000 \cdot 1{,}2^n =$$

$$= 1000 \cdot \frac{1{,}2^{n+1} - 1}{1{,}2 - 1} = 5000(1{,}2^{n+1} - 1) \text{ (руб.)}.$$

В это же время величина второго вклада будет равна

$$2200 + 2200 \cdot 1{,}44 + \ldots + 2200 \cdot 1{,}44^{n-6} =$$

$$= 2200 \cdot \frac{1{,}44^{n-5} - 1}{1{,}44 - 1} = 5000(1{,}44^{n-5} - 1) \text{ (руб.)}.$$

Приравняем эти суммы и решим полученное уравнение:

$$5000(1{,}2^{n+1} - 1) = 5000(1{,}44^{n-5} - 1).$$

Отсюда

$$1{,}2^{n+1} = 1{,}44^{n-5}, \quad \text{или} \quad 1{,}2^{n+1} = 1{,}2^{2(n-5)}.$$

Значит,

$$n + 1 = 2n - 10,$$

т. е. $n = 11$.

Ответ. 11.

ДЛЯ ВЫРАБОТКИ У УЧАЩИХСЯ ВНУТРЕННЕЙ ПОТРЕБНОСТИ ПРОВЕРЯТЬ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕОБХОДИМО НАУЧИТЬ ИХ:

1. При решении задачи обязательно объясните себе, почему решаете так, а не иначе.

2. После решения задачи прочитайте снова текст задачи и проверьте, все ли требования задачи выполнены, правильно ли.

3. Составьте план решения задачи. Какой пункт в решении задачи будет последним? (Работа над задачей заканчивается проверкой ее решения).

СПОСОБОВ ПРОВЕРКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МНОГО

- - Самый элементарный – прикидка ответа (установление границ искомого числа). Прикидка позволяет заметить неправильность рассуждения, несоответствие между величинами, но для многих задач не применим.
- - Самый полезный, универсальный – составление и решение обратной задачи. Этот способ проверки развивает мышление, рассуждение, но громоздкий и отнимает много времени.
- - Самый надежный способ проверки – решение задачи другим способом.

Для проведения работы над задачей после ее решения используют следующие приемы: преобразование задачи,

- сравнение задач,
- самостоятельное составление аналогичных задач,
- обсуждение разных способов решения задачи.