Рекомендации по подготовке к выполнению задания №15 (неравенства) ЕГЭ профильного уровня

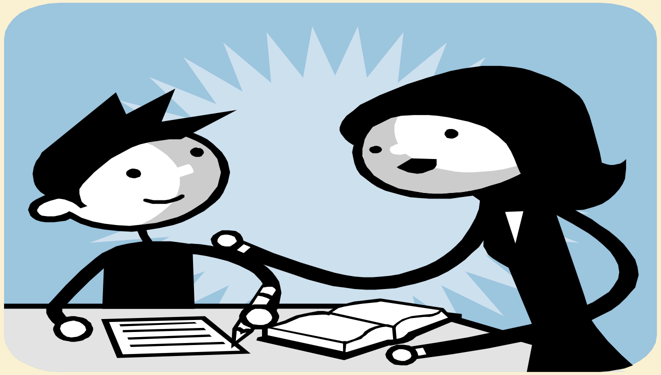
Золотая Ирина Георгиевна,
учитель математики
МБОУ СОШ № 10 с УИОП

Что можно ожидать в качестве задания 15 на экзамене?

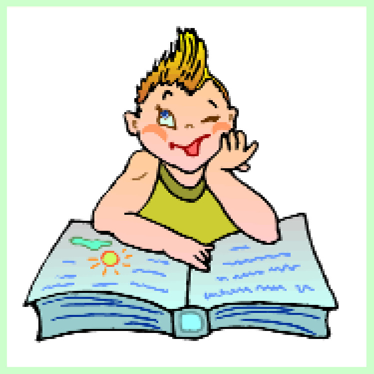
Тип заданий по кодификатору требований

Характеристика заданий

Неравенство или система неравенств



Неравенство или система неравенств, содержащие степени, дроби, корни, логарифмы (в том числе с переменными в основании)



Что можно ожидать в качестве задания 15 на экзамене?

- **Неравенство или система неравенств**
- 2.2.1 Квадратные неравенства
- 2.2.2 Рациональные неравенства
- 2.2.3 Показательные неравенства
- 2.2.4 Логарифмические неравенства
- 2.2.5 Системы линейных неравенств
- 2.2.6 Системы неравенств с одной переменной
- 2.2.7 Равносильность неравенств, систем неравенств
- 2.2.8 Использование свойств и графиков функций при решении
- неравенств
- 2.2.9 Метод интервалов
- 2.2.10 Изображение на координатной плоскости множества
- решений неравенств с двумя переменными и их систем

Критерии проверки задания 15

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек……., ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Комплекс умений по предмету, проверяемых на ЕГЭ

- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели

Начальные знания и умения, необходимые для решения задания №15

- Уметь решать простейшие рациональные неравенства,
- понимать, что нестрогое неравенство справедливо как в случае соответствующего строгого неравенства, так и в случае равенства, но никак не в случае одновременного их выполнения, а также не забывать отбрасывать те значения неизвестной, которые не входят в ОДЗ,

Нужно знакомить учащихся с методами сравнения числовых выражений:

- сравнения с нулем разности выражений;
- сравнения с единицей отношения выражений;
- разделения выражений;
- свойств функций и графиков;
- классических неравенств и т.д

Основные методы решений неравенств

- метод равносильных переходов;
- метод замены;
- метод интервалов и обобщенный метод интервалов;
- решение неравенства на промежутках.

Кроме того, в ряде репетиционных работ для решения неравенств использовались нестандартные методы:

- метод рационализации;
- метод оценки, в частности, использование классических неравенств.

Виды неравенств и методы их решения.

Простейшие неравенства.

Метод замены переменной.

Метод замены переменной.

Потенцирование.

Логарифмирование.

Метод рационализации (замены множителей).

Метод оценки. Графический метод.

При решении таких неравенств необходимо учитывать ОДЗ и характер монотонности функции.

Показательные неравенства

Решение показательных неравенств часто сводиться к решению неравенств

$$a^x > a^в \quad \text{или} \quad a^x < a^в$$

Эти неравенства решаются с помощью свойства возрастания или убывания показательной функции

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$

- если $a > 1$, то $f(x) > g(x)$
- если $0 < a < 1$, то $f(x) < g(x)$

Логарифмические неравенства

- ***Логарифмическими неравенствами*** называют неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a u(x)$, где $a \neq 1$; $a > 0$; $f(x)$, $u(x)$ - выражения, содержащие x.
- ***Если в неравенствах неизвестное находится под знаком логарифма, то неравенства относят к логарифмическим неравенствам.***

Методы решения логарифмических неравенств

- ***Метод потенцирования.***
- ***Применение простейших свойств логарифмов.***
- ***Метод разложения на множители.***
- ***Метод замены переменной.***
- ***Применение свойств логарифмической функции.***

Решение логарифмических неравенств

- № 1. Решите неравенство
  - $\mathbf{1 + \boldsymbol{log_6}(4 - \boldsymbol{x}) \leq \boldsymbol{log_6}\left(16 - \boldsymbol{x}^2\right)}$.
- *Решение.*
- 1) Находим область определения данного неравенства
- $\begin{cases} 4 - x > 0, \\ 16 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4, \\ x \in (-4; 4) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-4; 4)$.
- 2) Преобразуем данное неравенство
- $log_6(16 - x^2) \geq log_6(4 - x) + log_6 6 \Leftrightarrow$
  $log_6(16 - x^2) \geq log_6\left(6(4 - x)\right) \Leftrightarrow 6 > 1$, следовательно,
  $16 - x^2 \geq 6(4 - x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 4) \leq 0$
  $\Leftrightarrow x \in [2; 4]$.

№ 2. Решите неравенство

$$\log_3\frac{1}{x}+\boldsymbol{log_3(x^2+3x-9)\le log_3\left(x^2+3x+\frac{1}{x}-10\right)}.$$

Решение.

1) Находим область определения данного неравенства

$$\begin{cases}\frac{1}{x}>0,\\ x^2+3x-9>0,\\ x^2+3x+\frac{1}{x}-10>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0,\\ x\in\left(-\infty;\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{-3+3\sqrt{5}}{2};+\infty\right),\\ \frac{x^3+3x^2-10x+1}{x}>0.\end{cases}$$

2) Преобразуем данное неравенство

$log_3\left(\frac{1}{x}(x^2+3x-9)\right)\le log_3\left(x^2+3x+\frac{1}{x}-10\right)\Leftrightarrow$

$log_3\left(x+3-\frac{9}{x}\right)\le log_3\left(x^2+3x+\frac{1}{x}-10\right)\Leftrightarrow 3>1$, следовательно, $x+3-\frac{9}{x}\le x^2+3x+\frac{1}{x}-10\Leftrightarrow\frac{x^3+2x^2-13x+10}{x}\ge 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 0,\\ x^3+2x^2-13x+10=0.\end{cases}$

Решаем уравнение $x^3+2x^2-13x+10=0$.

Сумма коэффициентов $1+2-13+10=0$, следовательно один из корней $x=1$.

Разделим четырёхчлен $(x^3+2x^2-13x+10)$ на двучлен $(x-1)$, получаем

$$(x^3+2x^2-13x+10):(x-1)=x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$$

Тогда $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = (x-1)(x-2)(x+5)$,

$=$

следовательно, $\frac{(x-1)(x-2)(x+5)}{x} \geq 0$, решая методом интервалов данное неравенство, определяем

$x \in (-\infty; -5] \cup (0; 1] \cup [2; +\infty)$.

Учитывая, что $x > \frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$, находим значения неизвестной величины $x \in [2; +\infty)$.

Ответ. $[2; +\infty)$.

№ 3. Решите неравенство

$$log_{8x^2-23x+15}(2x-2) \le 0\ .$$

Решение.

1) Преобразовываем данное неравенство

$$log_{8x^2-23x+15}(2x-2) \le log_{8x^2-23x+15} 1$$

2) Неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} \frac{(2x-2)-1}{8x^2-23x+15-1} \le 0, \\ 2x-2>0, \\ 8x^2-23x+15>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-3}{8x^2-23x+14} \le 0, \\ x>1, \\ 8(x-1)\left(x-\frac{15}{8}\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{2\left(x-\frac{3}{2}\right)}{8\left(x-\frac{7}{8}\right)(x-2)} \le 0, \\ x>1, \\ x \in (-\infty;1\ ) \cup \left(\frac{15}{8};+\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty;\frac{7}{8}\right) \cup \left[\frac{3}{2};2\right), \\ x>1, \\ x \in (-\infty;1) \cup \left(\frac{15}{8};+\infty\right) \end{cases}$$

$x \in \left(\frac{15}{8}; 2\right)$.

Ответ. $\left(\frac{15}{8}; 2\right)$.

№ 4. Решите неравенство

$$\boldsymbol{2\,log_{(x^2-4x+5)^2}\left(4x^2+1\right) \le log_{x^2-4x+5}\left(3x^2+4x+1\right)} .$$

Решение.

1) Преобразовываем данное неравенство

$$\frac{2}{2}log_{x^2-4x+5}(4x^2+1) \le log_{x^2-4x+5}(3x^2+4x+1)$$

$$\Leftrightarrow log_{x^2-4x+5}(4x^2+1) \le log_{x^2-4x+5}(3x^2+4x+1) .$$

2) Учитывая преобразования неравенства, данное неравенство равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{(4x^2+1)-(3x^2+4x+1)}{(x^2-4x+5)-1} \le 0, \\ 4x^2 + 1 > 0, \\ 3x^2 + 4x + 1 > 0, \\ x^2 - 4x + 5 > 0, \\ (x^2 - 4x + 5)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2-4x}{x^2-4x+4} \le 0, \\ x \in (-\infty; +\infty), \\ 3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) > 0, \\ x \in (-\infty; +\infty), \\ x \in (-\infty; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{x(x-4)}{(x-2)^2} \le 0, \\ x \in (-\infty; +\infty), \\ x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0; 2) \cup (2; 4], \\ x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in [0; 2) \cup (2; 4] \; .$$

Ответ. $[0; 2) \cup (2; 4]$.

- № 5. Решите неравенство

- $$\log_{1,5x+1}(3x+7)\cdot\log_{1+\frac{3x}{2}}\frac{24x+56}{(3x+2)^3}\le -2\ .$$

- **Решение.**

- 1) Находим область определения данного неравенства:

- $$\begin{cases} 3x+7>0, \\ 1,5x+1>0, \\ 1,5x+1\ne 1, \\ \frac{24x+56}{(3x+2)^3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\frac{7}{3}, \\ x>-\frac{2}{3}, \\ x\ne 0, \\ \frac{8(3x+7)}{(3x+2)^3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\left(-\frac{2}{3};0\right)\cup(0;+\infty), \\ x\in\left(-\infty;-\frac{7}{3}\right)\cup\left(-\frac{2}{3};+\infty\right) \end{cases}$$

- $$\Leftrightarrow x\in\left(-\frac{2}{3};0\right)\cup(0;+\infty)\ .$$

- 2) Преобразовываем данное неравенство
- $log_{1,5x+1}(3x+7)\cdot\left(log_{1+1,5x}(24x+56)-log_{1+1,5x}(3x+2)^3\right)+2\le 0$
- $\Leftrightarrow log_{1,5x+1}(3x+7)\cdot\left(log_{1+1,5x}(8(3x+7))-log_{1+1,5x}\left(2(1,5x+1)\right)^3\right)+2\le 0$
- $\Leftrightarrow log_{1,5x+1}(3x+7)\cdot\left(log_{1+1,5x}8+log_{1+1,5x}(3x+7)-log_{1+1,5x}(8(1,5x+1)^3)\right)+2\le 0 \Leftrightarrow$
- $log_{1,5x+1}(3x+7)\cdot\left(log_{1+1,5x}(3x+7)-log_{1+1,5x}(1,5x+1)^3\right)+2\le 0 \Leftrightarrow$
- $log_{1,5x+1}(3x+7)\cdot\left(log_{1+1,5x}(3x+7)-3\right)+2\le 0 \Leftrightarrow$
- $\left(log_{1,5x+1}(3x+7)\right)^2-3\,log_{1+1,5x}(3x+7)+2\le 0$.
- 3) Применяем метод замены переменной.
- Пусть $log_{1,5x+1}(3x+7)=a$, тогда неравенство можно
- представить в виде:
- $a^2-3a+2\le 0\Leftrightarrow (a-1)(a-2)\le 0\Leftrightarrow a\in[1;2]$.
- 4) Выполним обратную замену:
- $1\le log_{1,5x+1}(3x+7)\le 2\Leftrightarrow$

- $\begin{cases} log_{1,5x+1}(3x+7) \ge 1, \\ log_{1,5x+1}(3x+7) \le 2. \end{cases}$
- 5) Решаем неравенство $log_{1,5x+1}(3x+7) \ge 1$
- $\Leftrightarrow log_{1,5x+1}(3x+7) \ge log_{1,5x+1}(1,5x+1) \Leftrightarrow$
- $\begin{cases} \frac{1,5x+1-(3x+7)}{1,5x+1-1} \le 0, \\ 1,5x+1 > 0, \\ 3x+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1,5x-6}{1,5x} \le 0, \\ x > -\frac{2}{3}, \\ x > -\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1,5(x+4)}{1,5x} \le 0, \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$
- $\begin{cases} \frac{x+4}{x} \ge 0, \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -4] \cup (0; +\infty), \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$.

- $\begin{cases} log_{1,5x+1}(3x+7) \geq 1, \\ log_{1,5x+1}(3x+7) \leq 2. \end{cases}$
- 5) Решаем неравенство $log_{1,5x+1}(3x+7) \geq 1$
- $\Leftrightarrow log_{1,5x+1}(3x+7) \geq log_{1,5x+1}(1,5x+1) \Leftrightarrow$
- $\begin{cases} \frac{1,5x+1-(3x+7)}{1,5x+1-1} \leq 0, \\ 1,5x+1 > 0, \\ 3x+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1,5x-6}{1,5x} \leq 0, \\ x > -\frac{2}{3}, \\ x > -\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1,5(x+4)}{1,5x} \leq 0, \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$
- $\begin{cases} \frac{x+4}{x} \geq 0, \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -4] \cup (0; +\infty), \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$.

- $x \in \left[\frac{2\sqrt{6}}{3}; +\infty\right)$.
- 7) Получаем систему неравенств $\begin{cases} x \in (0; +\infty), \\ x \in \left[\frac{2\sqrt{6}}{3}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow$
- $x \in \left[\frac{2\sqrt{6}}{3}; +\infty\right)$.
- *Ответ*. $\left[\frac{2\sqrt{6}}{3}; +\infty\right)$.

Метод рационализации

Часто, при решении логарифмических неравенств, встречаются задачи с переменным основанием логарифма. Так, неравенство вида

$$\log_{a(x)} b(x) > \log_{a(x)} c(x)$$

является стандартным школьным неравенством. Как правило, для его решения применяется переход к равносильной совокупности систем:

$$\log_{a(x)} b(x) > \log_{a(x)} c(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < a(x) < 1 \\ 0 < b(x) < c(x) \end{cases} \\ \begin{cases} a(x) > 1 \\ b(x) > c(x) > 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Метод рационализации

Недостатком данного метода является необходимость решения семи неравенств, не считая двух систем и одной совокупности. Уже при данных квадратичных функциях решение совокупности может потребовать **много времени**. Можно предложить альтернативный, менее трудоемкий метод решения этого стандартного неравенства. Это метод рационализации неравенств, известный в математической литературе под названием декомпозиции.

<u>**Метод рационализации**</u> заключается **в замене** сложного выражения F(x) **на более простое выражение** G(x), при котором неравенство G(x) >0 равносильно неравенству

F(x) >0 в области определения выражения F(x).

Алгоритм применения метода рационализации

- найти ОДЗ;
- применить принцип рационализации;
- решить полученное (более простое) неравенство;
- найти общее решение с учетом ОДЗ

https://

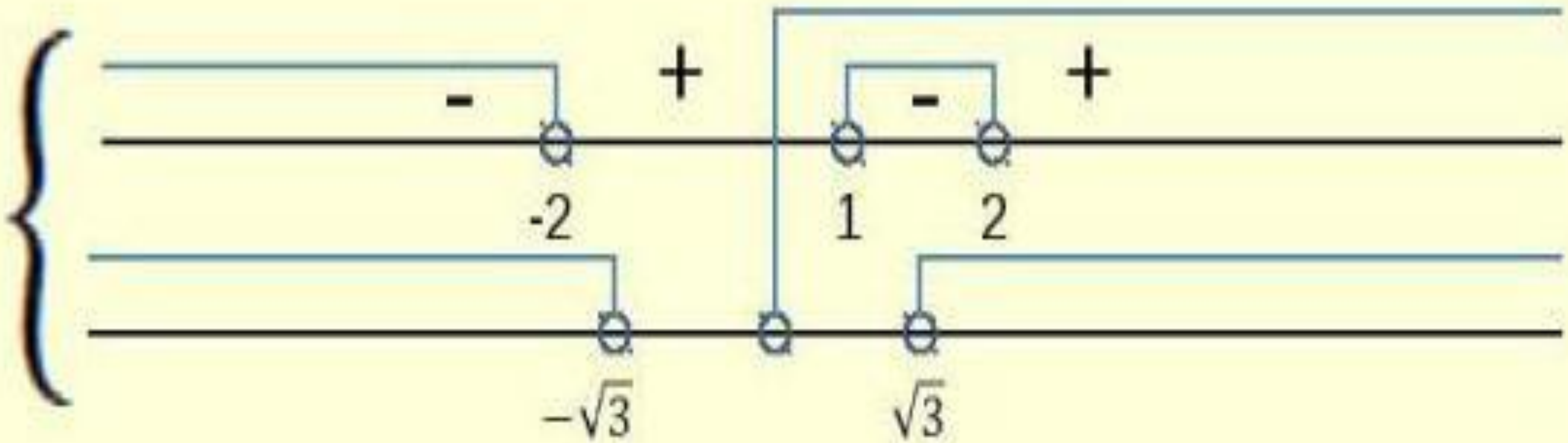
	Выражение F	Выражение G
1 1а 1б	$log_a f - log_a g$ $log_a f - 1$ $log_a f$	$(a-1)(f-g)$ $(a-1)(f-a)$ $(a-1)(f-1)$
2 2а 2б	$log_h f - log_h g$ $log_h - 1$ $log_h f$	$(h-1)(f-g)$ $(h-1)(f-h)$ $(h-1)(f-1)$
3	$log_f h - log_g h$ $(g \neq 1, f \neq 1)$ $h^f - h^g \ (h > 0)$	$(f-1)(g-1)(h-1)(g-f)$ $(h-1)(f-g)$
4 4а	$h^f - 1$ $f^h - g^h$ $(f > 0, g > 0)$	$(h-1)f$ $(f-g)h$
5	$\|f\| - \|g\|$	$(f-g)(f+g)$
6		

Пример 1:

Решить неравенство: $\log_x(x^2-3)<0$

Решение:

$$\begin{cases}(x-1)(x^2-3-1)<0\\ x>0\\ x\neq 1\\ x^2-3>0\end{cases}\qquad \begin{cases}(x-1)(x-2)(x+2)<0\\ x>0\\ x\neq 1\\ (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})>0\end{cases}$$



ОТВЕТ: $(-\sqrt{3};2)$

Пример 2:

Решить неравенство:

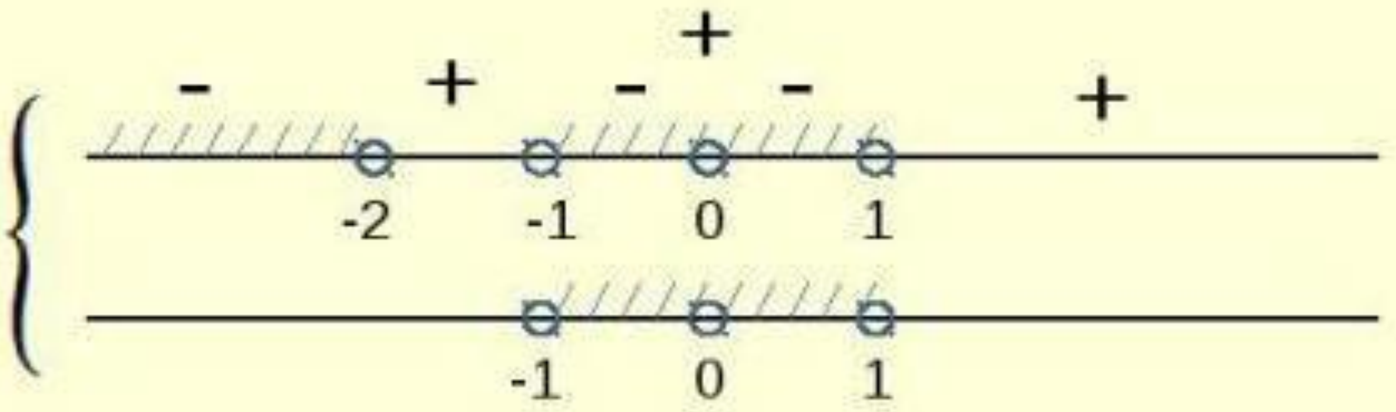
Решение:

$$\log_{x+3}\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right) > 0$$

$$\begin{cases} (x+3-1)\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}-1\right) > 0; \\ x+3>0; \\ x+3 \neq 1; \\ \frac{1+x^2}{1-x^2} > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+2)\frac{2x^2}{1-x^2} > 0; \\ x > -3; \\ x \neq -2; \\ 1-x^2 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2x^2(x+2)}{(x-1)(x+1)} < 0; \\ x > -3; \\ x \neq -2; \\ (x-1)(x+1) < 0; \end{cases}$$



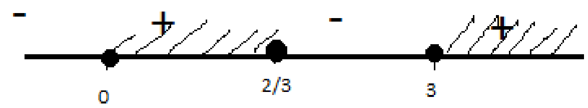
ОТВЕТ: $(-1; 0) \cup (0; 1)$

Пример 3:

$$\log_{\frac{x}{3}}(3x^2 - 2x + 1) \geq 0$$

Шаг 1: найдем ОДЗ неравенства.

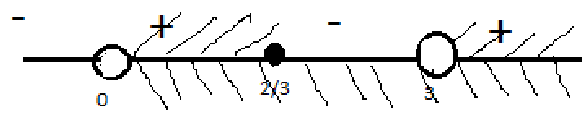
$$\begin{cases} \frac{x}{3} > 0, \\ \frac{x}{3} \neq 1 \\ 3x^2 - 2x + 1 > 0 \end{cases}$$



С учетом ОДЗ

Решая данную систему получаем

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 3 \\ x \in R \end{cases}$$



Получаем $x \in (0; 3) \cup (3; +\infty)$

Шаг 2: Применяем метод рационализации.

Для этого выражение $\log_a b > 0$ заменим на $(a-1)(b-1) \geq 0$

$$\left(\frac{x}{3} - 1\right)(3x^2 - 2x + 1 - 1) \geq 0$$

Упрощаем полученное неравенство и решаем его методом интервалов

$$(x-3)x(3x-2) \geq 0$$

Шаг 3: записываем ответ с учетом ОДЗ

Ответ: $x \in (0;2/3] \cup (3; +\infty)$

$$\log_{(4-x)}(x+4)\log_{(x+5)}(6-x) \leq 0$$

Шаг 1: найдем ОДЗ неравенства.

$$\begin{cases} 4-x>0, \\ 4-x\neq 1 \\ 4+x>0 \\ x+5>0 \\ x+5\neq 1 \\ 6-x>0 \end{cases}$$

Решая данную систему получаем

$$\begin{cases} x<4, \\ x\neq 3 \\ x>-4 \\ x>-5 \\ x\neq -4 \\ x<6 \end{cases}$$

Получаем $x \in (-4;3) \cup (3;4)$

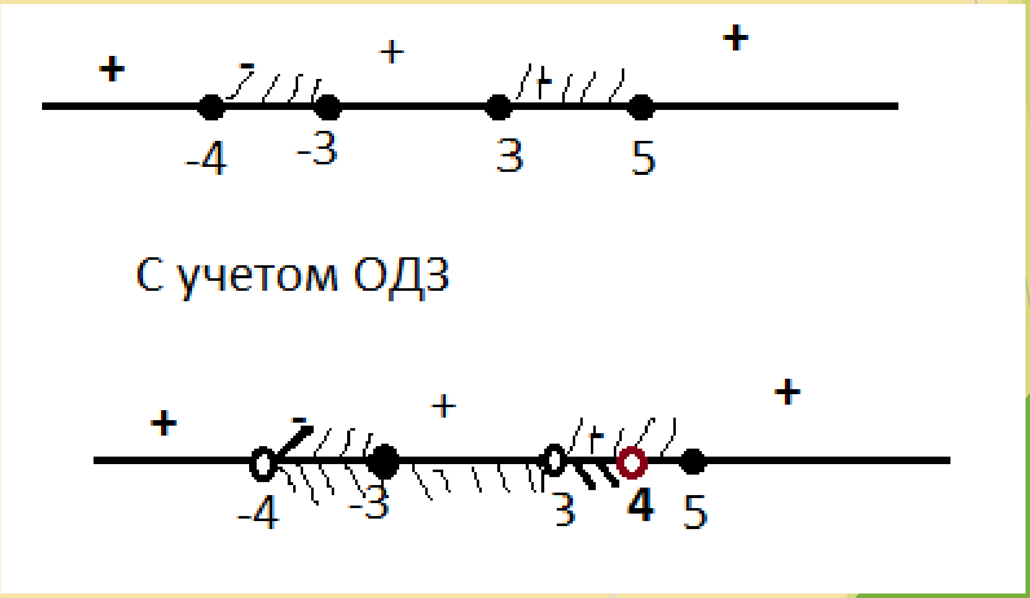
Шаг 2: Применяем метод рационализации.
Для этого каждое из выражений $\log_a b$ заменим на $(a-1)(b-1)$

$$(4-x-1)(x+4-1)(x+5-1)(6-x-1) \le 0$$

Упрощаем полученное неравенство и решаем его методом интервалов

$$(3-x)(x+3)(x+4)(5-x) \le 0$$

Ответ: $x \in (-4; -3] \cup (3; 4)$



$$\log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2-12|x|+37)-\log_{1+\frac{x^2}{37}}(x^2-12|x|+37)\geq 0$$

Шаг 1: найдем ОДЗ неравенства.

$$\begin{cases} 1-\frac{x^2}{37}>0, \\ 1-\frac{x^2}{37}\neq 1 \\ x^2-12|x|+37>0 \\ 1+\frac{x^2}{37}>0 \\ 1+\frac{x^2}{37}\neq 1 \end{cases}$$

Заметим, что $x^2-12|x|+37=|x|^2-12|x|+36+1=(|x|-6)^2+1$

$$\begin{cases} (\sqrt{37}-x)(\sqrt{37}+x)>0, \\ x\neq 0 \\ (|x|-6)^2+1>0 \\ 1+\frac{x^2}{37}>0 \\ 1+\frac{x^2}{37}\neq 1 \end{cases}$$

шая данную систему получаем

$$\begin{cases} -\sqrt{37}<x<\sqrt{37}, \\ x\neq 0 \\ x\in R \\ x\in R \\ x\neq 0 \end{cases}$$

Получаем $x\in(-\sqrt{37};0)\cup(0;\sqrt{37})$

Шаг 2: Применяем метод рационализации.
Для этого каждое из выражений $\log_a b$ заменим на $(a-1)(b-1)$

$$(1-\frac{x^2}{37}-1)(x^2-12|x|+37-1)-(1+\frac{x^2}{37}-1)(x^2-12|x|+37-1)\geq 0$$

$$-\frac{x^2}{37}(x^2-12|x|+36)-(\frac{x^2}{37})(x^2-12|x|+36)\geq 0$$

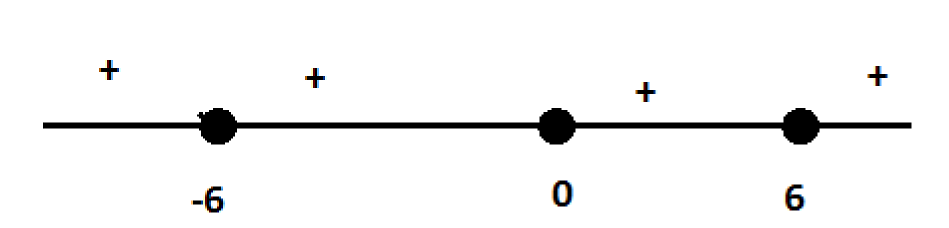
Упрощаем полученное неравенство и приводим подобные слагаемые

$$-2\cdot\frac{x^2}{37}(x^2-12|x|+36)\geq 0| : (-2)$$

$$\frac{x^2}{37}(x^2-12|x|+36)\leq 0$$

$$\frac{x^2}{37}(|x|-6)^2\leq 0$$

Дорешиваем полученное неравенство любым известным способом.



Ответ: $x\in\{-6\}\cup\{6\}$

- Рассмотрим таблицы, позволяющие рационализировать показательный неравенства .
- **Таблица для рационализации в показательных неравенствах:**
- f и g— функции от x, h— функция или число, V— один из знаков ›,≤,≥,‹.Таблица работает при условии h›0,h≠1.

$h^f \vee h^g$	$(h-1)(f-g) \vee 0$
$h^f \vee 1$	$(h-1)\cdot f \vee 0$
$f^h \vee g^h$	$(f-g)\cdot h \vee 0$
$\sqrt{f} \vee \sqrt{g}$	$f \vee g$

- Опять же, по сути, нужно запомнить первую и третью строчки таблицы. Вторая строка -частный случай первой, а четвертая строка — частный случай третьей.

,

- Пример:

$(x^2-x-2)^{2x-6} \geq (x^2-x-2)^{3-4x}$

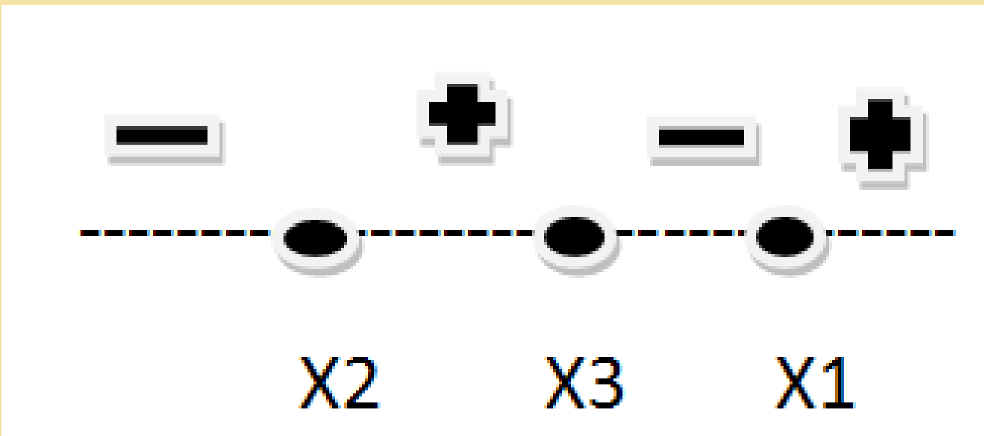
$$\begin{cases} X^2-x-2>0 \\ x^2-x-2 \neq 1 \\ ((X^2-x-2)-1)((2x-6)-(3-4x)) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-1 \end{array}\right. \\ x \neq \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \\ (x^2-x-3)(6x-9) \geq 0 \end{cases}$$

, , $x1 = \dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$, $x_2 = \dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$ $\underline{x_3 = 1{,}5}$

Упорядочим корни:

Так как 3‹ √13 ‹4,то   x2‹x3‹x1



; +∞)

$$\frac{1-\sqrt{13}}{2} \qquad \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{4^{x^2+3x-2}-(0,5)^{2x^2+2x-1}}{5^x-1}\leq 0.$$

$$\frac{2^{2x^2+6x-4}-2^{-(2x^2+2x-1)}}{5^x-5^0}\leq 0.$$

$$h(x)^{f(x)}=(h(x)-1)(f(x)-1)$$

$$h(x)^{f(x)}-h(x)^{g(x)}$$

$$(h(x)-1)(f(x)-1)-(h(x)-1)(g(x)-1)=$$

$$=(h(x)-1)(f(x)-g(x))$$

$h(x)^{f(x)}-h(x)^{g(x)}$ и $(h(x)-1)(f(x)-g(x))$

Основные ошибки при применении метода рационализации допускаемые учениками

а) проводят рационализацию без учета области определения данного неравенства;

б) применяют метод рационализации к неравенствам, не приведенным к стандартному виду F(x) ˅ 0;

в) формально применяют метод рационализации к выражениям вида $log_a f(x) + log_a g(x)$ заменяя на выражение $f(x) + g(x)$;

Таблица наиболее часто встречающихся замен

№	Исходное выражение ($F(x)$)	Выражение после замены ($G(x)$)
1	$\log_{h(x)} f(x) - \log_{h(x)} g(x)$ $(h(x) \neq 1)$	$(h(x)-1)(f(x)-g(x))$
2	$\log_{h(x)} f(x) - 1$ $(h(x) \neq 1)$	$(h(x)-1)(f(x)-h(x))$
3	$\log_{h(x)} f(x)$ $(h(x) \neq 1)$	$(h(x)-1)(f(x)-1)$
4	$\log_{f(x)} h(x) - \log_{g(x)} h(x)$ $(f(x) \neq 1, g(x) \neq 1)$	$(f(x)-1)(g(x)-1) \times$ $\times (h(x)-1)(g(x)-f(x))$
5	$h(x)^{p(x)} - h(x)^{q(x)}$	$(h(x)-1)(p(x)-q(x))$
6	$h(x)^{p(x)} - 1$	$(h(x)-1))p(x)$
7	$f(x)^{p(x)} - g(x)^{p(x)}$	$(f(x)-g(x))p(x)$
8	$\lvert p(x)\rvert - \lvert q(x)\rvert$	$(p(x)-q(x))(p(x)+q(x))$
9	$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$, $(f(x) \geq 0$ *и* $g(x) \geq 0)$	$f(x) - g(x)$
10	$\lvert p(x)\rvert - \sqrt{g(x)}$ $(g(x) \geq 0)$	$p^2(x) - g(x)$

Спасибо всем

УСПЕХОВ НА ЕГЭ!