

# Контрольно-измерительные материалы

## Математика (профильный уровень), ЕГЭ

### Вариант 39

#### Часть 1

**1** Найдите корень уравнения  $7^{1+2x} = 49^{2x}$ .

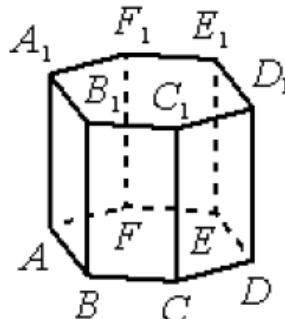
**2** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Чехии, 5 из Словакии, 5 из Австрии и 10 из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швейцарии.

**3** Площадь параллелограмма ABCD равна 84. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.

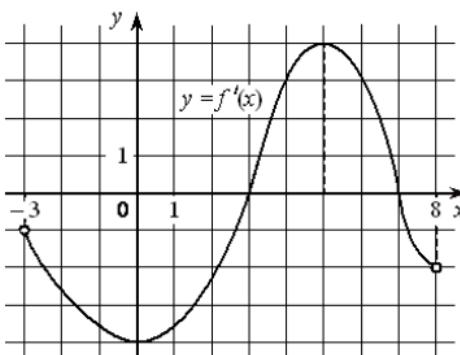
**4** Найдите значение выражения  $\frac{15\sqrt{5} \cdot 5 \cdot 10\sqrt{5}}{6\sqrt{5}}$

**5** Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, E, F, B<sub>1</sub> правильной шестиугольной призмы

A B C D E F A<sub>1</sub> B<sub>1</sub> C<sub>1</sub> D<sub>1</sub> E<sub>1</sub> F<sub>1</sub>, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 6.



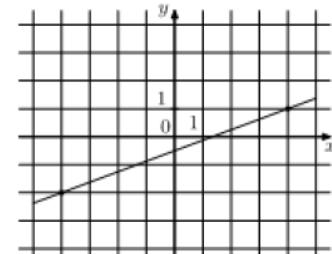
**6** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$ .



**7** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора получена экспериментально:  $T = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1450$  К,  $a = -30$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 180$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя выше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через сколько минут после начала работы нужно отключить прибор?

**8** В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

**9** На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(12)$ .



**10** Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишениям. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,5. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно три мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно две мишени»?

**11** Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$  на отрезке  $[9; 36]$ .

**12** а) Решите уравнение  $-\sqrt{2} \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + x\right) \cdot \sin x = \cos x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\frac{9\pi}{2}; 6\pi]$ .

**13** В правильной треугольной пирамиде MABC боковые ребра равны 10, а сторона основания равна 12. Точки K и L делят стороны основания AB и AC соответственно так, что  $AK : KB = CL : LA = 1 : 5$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MKL является равнобедренным треугольником.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью MKL.

**14** Решите неравенство

$$\frac{\log_8 x}{\log_8\left(\frac{x}{64}\right)} \geq \frac{2}{\log_8 x} + \frac{3}{\log_8^2 x - \log_8 x^2}.$$

**15**

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет.

Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $g\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $g$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

**16**

Около остроугольного треугольника ABC с различными сторонами описали окружность с диаметром BN. Высота BH пересекает эту окружность в точке K. Известно, что угол BAC равен  $35^\circ$ , угол ACB равен  $65^\circ$ .

а) Докажите, что  $AN = CK$ .

б) Найдите KN, если радиус окружности равен 12.

**17**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 9y + 5x + 20)\sqrt{x+5}}{\sqrt{7-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**18**

На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 4 и 9 (возможно, только одна из этих цифр).

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 107?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 289?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 3986?