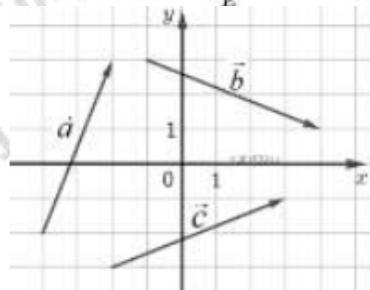
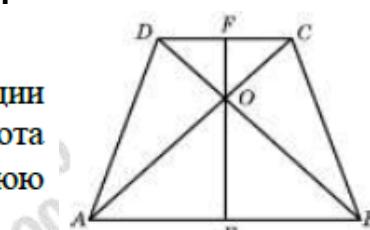


1. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение $(\vec{c} - \vec{b}) \cdot \vec{a}$.



3. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза, а высота останется прежней?

4. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

5. Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 различных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца?

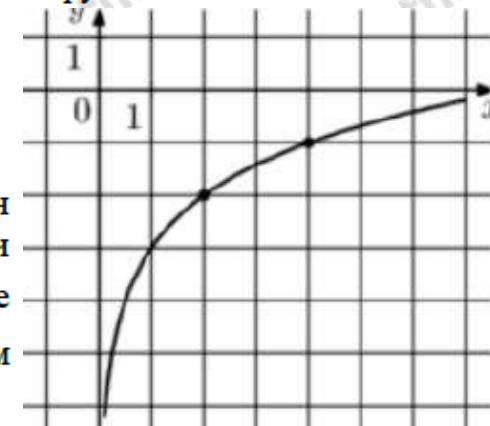
6. Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

7. Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

8. Прямая $y = 6x - 3$ является касательной к графику функции $y = 3x^2 + bx$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

9. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 1,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах

10. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рубля.



11. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x при котором $f(x) = 3$.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^5 - 20x^3 - 54$ на отрезке $[-4; -1]$.

2 часть

13. а) Решите уравнение $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=15$
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[1; 5]$.

14. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат. Плоскость α пересекает рёбра SA, SB, SC, SD в точках L, K, N и M соответственно, причём $SK : KB = 3 : 1$, а точки L и M – середины рёбер SA и SD .

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ является трапецией, длины оснований которой относятся как $2 : 3$.

б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостями ABC и α равен 30° , а площадь сечения пирамиды плоскостью α равна $10\sqrt{2}$, а площадь основания пирамиды равна 32.

15. Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}} - \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}} \leq 2 \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}}$$

16. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 20% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 5 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 12 млн рублей.

17. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1, A_1 и B_1 соответственно, причем $AC_1 : C_1B = 7 : 12$, $BA_1 : A_1C = 3 : 1$, $AB_1 : B_1C = 3 : 4$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .

а) Докажите, что четырёхугольник ADA_1B_1 – параллелограмм.

б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 21$, $BC = 16$.

18. При каких значениях параметра $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ система

уравнений

$$\begin{cases} x \sin \alpha + 2y \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha, \\ (\cos \alpha + 1)x + 3y = 3 \end{cases}$$

имеет бесконечное число решений?

19. Дед покупал капусту, которая может весить 2, 4 и 6 кг. Суммарный вес кочанов капусты равен N кг. Его сосед попросил тоже купить ему капусту и поделить поровну.

а) Существуют ли значения весов кочанов капусты при $N = 20$, которые нельзя поделить поровну?

б) Существуют ли значения кочанов капусты при $N = 48$, которые нельзя поделить поровну?

в) Найдите все значения N , при которых возможно будет поделить капусту поровну.