

Практикум по решению логических уравнений

Законы алгебры логики и свойства логических операций
используются для упрощения логических выражений
(минимизации логических функций)

$$\begin{aligned} A \wedge \bar{A} &= 0 \\ A \wedge A &= A \\ A \wedge 1 &= A \\ A \wedge 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \vee \bar{A} &= 1 \\ A \vee A &= A \\ A \vee 1 &= 1 \\ A \vee 0 &= A \end{aligned}$$

Формулы склеивания:

$$\begin{aligned} (A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) &= A \\ (A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) &= A \end{aligned}$$

Законы инверсии
(де Моргана):

$$\begin{aligned} \overline{A \vee B} &= \bar{A} \wedge \bar{B} \\ \overline{A \wedge B} &= \bar{A} \vee \bar{B} \end{aligned}$$

Формулы
поглощения:

$$\begin{aligned} A \vee (A \wedge B) &= A \\ A \wedge (A \vee B) &= A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{0} &= 1 \\ \bar{1} &= 0 \end{aligned}$$

Закон двойного
отрицания:

$$\overline{\bar{A}} = A$$

Переместительный закон:

$$\begin{aligned} A \vee B &= B \vee A \\ A \wedge B &= B \wedge A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{(A \rightarrow B)} &= \bar{A} \& \bar{B} \\ A \rightarrow B &= \bar{A} \vee B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \leftrightarrow B &= (A \& B) \vee (\bar{A} \& \bar{B}) \\ &= (\bar{A} \vee B) \& (A \vee \bar{B}) \end{aligned}$$

Сочетательный закон:

$$\begin{aligned} (A \vee B) \vee C &= A \vee (B \vee C) \\ (A \wedge B) \wedge C &= A \wedge (B \wedge C) \end{aligned}$$

$$\bar{A} \& (A \vee B) = \bar{A} \& B$$

$$A \vee (\bar{A} \& B) = A \vee B$$



Сколько различных решений имеет уравнение

$$(K \vee L) \rightarrow (L \wedge M \wedge N) = 0,$$

где K, L, M, N - логические переменные?

или

$$J \vee \neg K \wedge L \wedge \neg M \wedge (N \vee \neg N) = 0,$$

где J, K, L, M, N - логические переменные?

Сколько существует различных наборов значений логических переменных x_1, x_2, \dots, x_5 , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных x_1, x_2, \dots, x_5 . В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

x_1	x_2	$x_1 \rightarrow x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

X1			0			1
		0	1			1
X2			0	1	1	1
X3		0	1	1	1	1
X4	0	1	1	1	1	1
X5	0	1	1	1	1	1

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Ответ : 6 решений

$$\left\{ \begin{array}{l} \neg X1 \vee X2 = 1 \\ \neg X2 \vee X3 = 1 \\ \dots \\ \neg X9 \vee X10 = 1 \end{array} \right.$$

A \rightarrow **B** импликация (ложна, если A=1, B=0)

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B} = \neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X1 \rightarrow X2 = 1 \\ X2 \rightarrow X3 = 1 \\ \dots \\ X9 \rightarrow X10 = 1 \end{array} \right.$$

$$\blacktriangleright (X1 \rightarrow X2) \wedge (X2 \rightarrow X3) \wedge \dots \wedge (X9 \rightarrow X10) = 1$$

Сколько различных решений имеет уравнение

$$\rightarrow (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (d \rightarrow e) \wedge (e \rightarrow f) = 1$$

7

$$\rightarrow (X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_3) \wedge \dots \wedge (X_{99} \rightarrow X_{100}) = 1$$

101

$$(X1 \rightarrow X2) \wedge (X2 \rightarrow X3) \wedge (X3 \rightarrow X4) \wedge (X4 \rightarrow X5)=1$$

$$(\neg Y1 \vee Y2) \wedge (\neg Y2 \vee Y3) \wedge (\neg Y3 \vee Y4) \wedge (\neg Y4 \vee Y5)=1$$

$$(X1 \rightarrow X2) \wedge (X2 \rightarrow X3) \wedge (X3 \rightarrow X4) \wedge (X4 \rightarrow X5)=1$$

$$(Y1 \rightarrow Y2) \wedge (Y2 \rightarrow Y3) \wedge (Y3 \rightarrow Y4) \wedge (Y4 \rightarrow Y5)=1$$

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) = 1$$

30

$$(x_1 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_5) \wedge \dots \wedge (x_9 \rightarrow x_{11}) = 1$$

$$(x_2 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_6) \wedge \dots \wedge (x_{10} \rightarrow x_{12}) = 1$$

42

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(x_5 \rightarrow x_1) = 1$$

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

x5	x1	Кол-во решений
0	0	1
0	1	Нет решений
1	1	1

2

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) = 1$$

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

z1	z2	z3	z4
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

$$30 - 20 = 10$$

x1	z1	Кол-во решений
0	0	$5 \cdot 4 = 20$

$$(X1 \rightarrow X2) \wedge (X2 \rightarrow X3) \wedge (X3 \rightarrow X4) \wedge (X4 \rightarrow X5) = 1$$

$$(Y1 \rightarrow Y2) \wedge (Y2 \rightarrow Y3) \wedge (Y3 \rightarrow Y4) \wedge (Y4 \rightarrow Y5) = 1$$

$$X5 \wedge Y5 = 0$$

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

x5	y5	Кол-во решений
1	1	$5*5=25$

$$36-25=11$$

$$(X1 \rightarrow X2) \wedge (X2 \rightarrow X3) \wedge (X3 \rightarrow X4) \wedge (X4 \rightarrow X5) = 1$$

$$(Y1 \rightarrow Y2) \wedge (Y2 \rightarrow Y3) \wedge (Y3 \rightarrow Y4) \wedge (Y4 \rightarrow Y5) = 1$$

$$(Z1 \rightarrow Z2) \wedge (Z2 \rightarrow Z3) \wedge (Z3 \rightarrow Z4) \wedge (Z4 \rightarrow Z5) = 1$$

$$X1 \vee Y1 \vee Z1 = 1$$

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$$216 - 125 = 91$$

проект экзаменационной модели для проведения
Единого государственного экзамена по информатике
в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6, z_1, z_2, \dots, z_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) \wedge (x_5 \rightarrow x_6) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) \wedge (y_5 \rightarrow y_6) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) \wedge (z_4 \rightarrow z_5) \wedge (z_5 \rightarrow z_6) = 1$$

$$x_6 \wedge y_6 \wedge z_6 = 0$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6, z_1, z_2, \dots, z_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

2 **1** **3**

$$X_1 \rightarrow X_1 \vee X_2 \rightarrow X_3 = 1$$

$$X_2 \rightarrow X_2 \vee X_3 \rightarrow X_4 = 1$$

$$X_3 \rightarrow X_3 \vee X_4 \rightarrow X_5 = 1$$

.....

$$X_8 \rightarrow X_8 \vee X_9 \rightarrow X_{10} = 1$$

$$\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_2 \rightarrow \mathbf{x}_3 \rightarrow \mathbf{x}_4 \rightarrow \mathbf{x}_5 = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{y}_1 \rightarrow \mathbf{y}_2 \rightarrow \mathbf{y}_3 \rightarrow \mathbf{y}_4 \rightarrow \mathbf{y}_5 = \mathbf{0}$$

$$21 * 11 = 231$$

Замена эквивалентности

Закон замены эквивалентности:

$$A \equiv B = AB \vee \neg A \neg B = (A \vee \neg B)(\neg A \vee B)$$

Замена инверсии эквивалентности:

$$\neg(A \equiv B) = \neg AB \vee A \neg B$$

Замена инверсии импликацией:

$$A \equiv B = (A \rightarrow B)(B \rightarrow A)$$

Досрочный ЕГЭ 2015

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(X_1 \wedge Y_1) \equiv (\neg X_2 \vee \neg Y_2)$$

$$(X_2 \wedge Y_2) \equiv (\neg X_3 \vee \neg Y_3)$$

...

$$(X_5 \wedge Y_5) \equiv (\neg X_6 \vee \neg Y_6)$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Ответ: 54

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg (X_1 \equiv Y_1)) \equiv (X_2 \equiv Y_2)$$

$$(\neg (X_2 \equiv Y_2)) \equiv (X_3 \equiv Y_3)$$

...

$$(\neg (X_8 \equiv Y_8)) \equiv (X_9 \equiv Y_9)$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Ответ: 1024

$$\neg(X1 \equiv X2) \vee (X3 \equiv X4) = 1$$

$$\neg(X3 \equiv X4) \vee (X5 \equiv X6) = 1$$

$$\neg(X5 \equiv X6) \vee (X7 \equiv X8) = 1$$

$$\neg(X7 \equiv X8) \vee (X9 \equiv X10) = 1$$

Ответ: 192