

# Практикум по решению логических уравнений

## Законы алгебры логики и свойства логических операций

используются для упрощения логических выражений  
(минимизации логических функций)

$$A \wedge \bar{A} = 0$$

$$A \wedge A = A$$

$$A \wedge 1 = A$$

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee \bar{A} = 1$$

$$A \vee A = A$$

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \vee 0 = A$$

Формулы  
поглощения:  
 $A \vee (A \wedge B) = A$

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$$

$$A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$$

$$\bar{A} \wedge (A \vee B) = \bar{A} \wedge B$$

Формулы склеивания:

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$$

Законы инверсии  
(де Моргана):

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

Закон двойного  
отрицания:  
 $\bar{\bar{A}} = A$

$$\bar{0} = 1$$

$$\bar{1} = 0$$

$$\overline{(A \rightarrow B)} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$$

$$A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B}) \\ = (\bar{A} \vee B) \wedge (A \vee \bar{B})$$

Переместительный закон:

$$A \vee B = B \vee A$$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

Сочетательный закон:

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$$



Сколько различных решений имеет уравнение

$$(K \vee L) \rightarrow (L \wedge M \wedge N) = 0,$$

где K, L, M, N - логические переменные?

**или**

$$J \vee \neg K \wedge L \wedge \neg M \wedge (N \vee \neg N) = 0,$$

где J, K, L, M, N - логические переменные?

Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, \dots, x_5$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1, x_2, \dots, x_5$ . В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

$x_1$	$x_2$	$x_1 \rightarrow x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

X1		0		1
		0	1	1
X2		0	1	1
		0	1	1
X3		0	1	1
		0	1	1
X4		0	1	1
		0	1	1
X5	0	1	1	1

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Ответ : 6 решений

$$\left. \begin{array}{l} \neg X_1 \vee X_2 = 1 \\ \neg X_2 \vee X_3 = 1 \\ \dots \\ \neg X_9 \vee X_{10} = 1 \end{array} \right\}$$

$A \rightarrow B$  импликация (ложна, если  $A=1, B=0$ )

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{X1} \rightarrow \mathbf{X2} = 1 \\ \mathbf{X2} \rightarrow \mathbf{X3} = 1 \\ \dots \\ \mathbf{X9} \rightarrow \mathbf{X10} = 1 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow (\mathbf{X1} \rightarrow \mathbf{X2}) \wedge (\mathbf{X2} \rightarrow \mathbf{X3}) \wedge \dots \wedge (\mathbf{X9} \rightarrow \mathbf{X10}) = 1$$

Сколько различных решений имеет уравнение

➡  $(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (d \rightarrow e) \wedge (e \rightarrow f) = 1$

7

➡  $(X1 \rightarrow X2) \wedge (X2 \rightarrow X3) \wedge \dots \wedge (X99 \rightarrow X100) = 1$

101

$$(X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_3) \wedge (X_3 \rightarrow X_4) \wedge (X_4 \rightarrow X_5) = 1$$
$$(\neg Y_1 \vee Y_2) \wedge (\neg Y_2 \vee Y_3) \wedge (\neg Y_3 \vee Y_4) \wedge (\neg Y_4 \vee Y_5) = 1$$
$$(X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_3) \wedge (X_3 \rightarrow X_4) \wedge (X_4 \rightarrow X_5) = 1$$
$$(Y_1 \rightarrow Y_2) \wedge (Y_2 \rightarrow Y_3) \wedge (Y_3 \rightarrow Y_4) \wedge (Y_4 \rightarrow Y_5) = 1$$

$$\{ (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) = 1$$

30

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_5) \wedge \dots \wedge (x_9 \rightarrow x_{11}) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_6) \wedge \dots \wedge (x_{10} \rightarrow x_{12}) = 1 \end{array} \right.$$

42

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(x_5 \rightarrow x_1) = 1$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$x_5$	$x_1$	Кол-во решений
0	0	1
0	1	Нет решений
1	1	1

2

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) = 1$$

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

z1	z2	z3	z4
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

$$30 - 20 = 10$$

x1	z1	Кол-во решений
0	0	5*4=20

$$(X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_3) \wedge (X_3 \rightarrow X_4) \wedge (X_4 \rightarrow X_5) = 1$$

$$(Y_1 \rightarrow Y_2) \wedge (Y_2 \rightarrow Y_3) \wedge (Y_3 \rightarrow Y_4) \wedge (Y_4 \rightarrow Y_5) = 1$$

$$X_5 \wedge Y_5 = 0$$

<b>x1</b>	<b>x2</b>	<b>x3</b>	<b>x4</b>	<b>x5</b>
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

<b>x5</b>	<b>y5</b>	<b>Кол-во решений</b>
1	1	<b>5*5=25</b>

$$36-25=11$$

$$(X_1 \rightarrow X_2) \wedge (X_2 \rightarrow X_3) \wedge (X_3 \rightarrow X_4) \wedge (X_4 \rightarrow X_5) = 1$$

$$(Y_1 \rightarrow Y_2) \wedge (Y_2 \rightarrow Y_3) \wedge (Y_3 \rightarrow Y_4) \wedge (Y_4 \rightarrow Y_5) = 1$$

$$(Z_1 \rightarrow Z_2) \wedge (Z_2 \rightarrow Z_3) \wedge (Z_3 \rightarrow Z_4) \wedge (Z_4 \rightarrow Z_5) = 1$$

$$X_1 \vee Y_1 \vee Z_1 = 1$$

x1	x2	x3	x4	x5
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

$$216-125=91$$

проект экзаменационной модели для проведения  
Единого государственного экзамена по информатике  
в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования

Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6, z_1, z_2, \dots, z_6$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_4 \rightarrow x_5) \wedge (x_5 \rightarrow x_6) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) \wedge (y_4 \rightarrow y_5) \wedge (y_5 \rightarrow y_6) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) \wedge (z_4 \rightarrow z_5) \wedge (z_5 \rightarrow z_6) = 1$$

$$x_6 \wedge y_6 \wedge z_6 = 0$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6, z_1, z_2, \dots, z_6$ , при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

2 1 3

$X_1 \rightarrow X_1 \vee X_2 \rightarrow X_3 = 1$

$X_2 \rightarrow X_2 \vee X_3 \rightarrow X_4 = 1$

$X_3 \rightarrow X_3 \vee X_4 \rightarrow X_5 = 1$

.....

$X_8 \rightarrow X_8 \vee X_9 \rightarrow X_{10} = 1$

4

$$x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow x_5 = 1$$

$$y_1 \rightarrow y_2 \rightarrow y_3 \rightarrow y_4 \rightarrow y_5 = 0$$

$$21*11=231$$

## Замена эквивалентности

---

Закон замены эквивалентности:

$$A \equiv B = AB \vee \neg A \neg B = (A \vee \neg B)(\neg A \vee B)$$

Замена инверсии эквивалентности:

$$\neg(A \equiv B) = \neg AB \vee A \neg B$$

Замена инверсии импликацией:

$$A \equiv B = (A \rightarrow B)(B \rightarrow A)$$

# Досрочный ЕГЭ 2015

Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(X_1 \wedge Y_1) \equiv (\neg X_2 \vee \neg Y_2)$$

$$(X_2 \wedge Y_2) \equiv (\neg X_3 \vee \neg Y_3)$$

...

$$(X_5 \wedge Y_5) \equiv (\neg X_6 \vee \neg Y_6)$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$ , при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

**Ответ: 54**

# Демо ЕГЭ 2016

Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg (X_1 \equiv Y_1)) \equiv (X_2 \equiv Y_2)$$

$$(\neg (X_2 \equiv Y_2)) \equiv (X_3 \equiv Y_3)$$

...

$$(\neg (X_8 \equiv Y_8)) \equiv (X_9 \equiv Y_9)$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1, x_2, \dots, x_6, y_1, y_2, \dots, y_6$ , при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

**Ответ: 1024**

$$\neg(X_1 \equiv X_2) \vee (X_3 \equiv X_4) = 1$$
$$\neg(X_3 \equiv X_4) \vee (X_5 \equiv X_6) = 1$$
$$\neg(X_5 \equiv X_6) \vee (X_7 \equiv X_8) = 1$$
$$\neg(X_7 \equiv X_8) \vee (X_9 \equiv X_{10}) = 1$$

Ответ: 192