

# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Профильный уровень Образец реального варианта

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

#### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

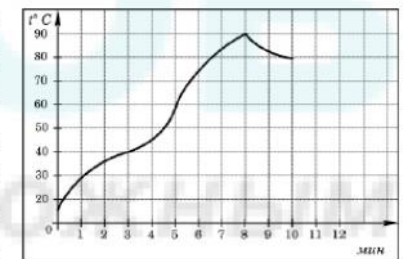
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

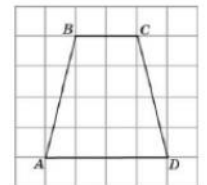
### Часть 1

1. Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 27 кг вишни?

2. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60 градусов С до температуры 90 градусов С.



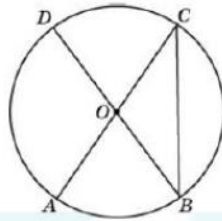
3. Найдите среднюю линию трапеции  $ABCD$ , если стороны квадратных клеток равны 1.



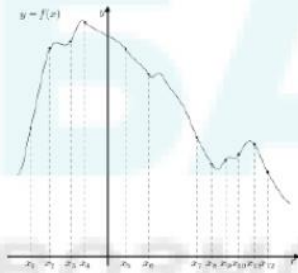
4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 8 спортсменов из Сербии, 3 спортсмена из Хорватии и 6 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

5. Найдите корень уравнения  $\sqrt{34 + 2x} = 6$ .

6. Отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $38^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и двенадцать точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 2, а боковое ребро равно 3.

### Часть 2

9. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

10. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий  $v = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,5$  атмосферы, медленно

опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха,

определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$  (Дж), где

$\alpha = 5,75$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха,  $p_1$  (атм) — начальное давление, а  $p_2$  (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления  $p_2$  можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

11. Моторная лодка прошла против течения реки 140 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 12 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку минимума функции  $y = (x + 16)e^{x-16}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2 \cos^2 \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) + \sin 2x = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$ .

14. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно 5. На ребрах  $AB$  и  $SB$  отмечены точки  $M$  и  $K$  соответственно, причем  $AM = 2$ ,  $SK = 1$ .

а) Докажите, что плоскость  $CKM$  перпендикулярна плоскости  $ABC$ .

б) Найдите объём пирамиды  $BCKM$ .

15. Решите неравенство:

$$x^2 \log_{512}(9-x) \leq \log_2(x^2 - 18x + 81).$$

16. На сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  соответственно, причем  $AC_1 : C_1B = 7 : 12$ ,  $BA_1 : A_1C = 3 : 1$ ,  $AB_1 : B_1C = 3 : 4$ . Отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $D$ .

а) Докажите, что четырехугольник  $ADA_1B_1$  – параллелограмм.

б) Найдите  $CD$ , если отрезки  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны,  $AC = 21$ ,  $BC = 16$ .

17. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2018, 2019 и 2020 гг. долг остаётся равным  $S$  тыс. рублей;
- выплаты в 2021 и 2022 годах равны по 625 тыс. рублей;

- к июлю 2022 года долг будет выплачен полностью. Найдите общую сумму выплат за пять лет.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_5(64 - y^2) = \log_5(64 - a^2x^2) \\ x^2 + y^2 = 2x + 8y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 2, к каждому числу из второй группы – цифру 4, а числа из третьей группы остались без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 7 раз?
- б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 14 раз?
- в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?