



**МБОУ Сургутский естественно-научный лицей**

*Семинар «Решение экзаменационных заданий, вызывающих наибольшие трудности на ЕГЭ»*

*Рациональные подходы к решению экономических задач (задание 16 ЕГЭ по математике профильного уровня)*

*Червинская Мария Викторовна, учитель математики высшей квалификационной категории МБОУ Сургутский естественно-научный лицей*

23 апреля 2026 г.

# ВАЖНО



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
единого государственного экзамена 2026 года  
по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

подготовлен федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2026 г. МАТЕМАТИКА, 11 класс. Профильный уровень. 2 / 38

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Пояснения к демонстрационному варианту  
контрольных измерительных материалов единого государственного  
экзамена 2026 года по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов (КИМ) единого государственного экзамена (ЕГЭ) 2026 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2026 г. Полный перечень элементов содержания, который контролируется на едином государственном экзамене 2026 г., и квалификатор проверяемых требований к результатам освоения образовательной программы среднего общего образования и содержания для проведения единого государственного по математике.



В демонстрационном варианте представлены конкретные задания, не исчерпывающие всего многообразия в формулировках заданий на каждой позиции варианта экзамена работы.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности представление о структуре будущих КИМ, количестве их форм и уровне сложности.

Приведённые критерии оценки выполнения заданий с ответом, включённые в этот вариант, дают представление о том, к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

В демонстрационном варианте представлено по нескольким

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО НАДЗОРУ В СФЕРЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Методические материалы для председателей и членов предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развёрнутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ 2026 года

## МАТЕМАТИКА

Дайте развернутый ответ.

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

Номер: 5FCD16 ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ИЗМЕНИТЬ СТАТУС

Дайте развернутый ответ.

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

Номер: 1F03D1 ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ИЗМЕНИТЬ СТАТУС

# Проверяемые умения

№ задания	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы	Коды проверяемых требований (по кодификатору)	Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне (в мин.)	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне (в мин.)
16	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	6	1–3	П	2	30	25

## Критерии оценивания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

# Основные виды:

- Кредиты:
  - Таблицы;
  - Дифференцированный платеж;
  - Аннуитетный платеж.
- Вклады;
- Оптимизационные задачи.

# ТЕОРИЯ

## Основные обозначения и совсем не много теории.

$S$  — сумма кредита

$S_1$  — полная сумма выплат

$r$  — процентная ставка

$p = r/100$  или  $p = 1 + r/100$  удобное обозначение (которое никак не будем называть)

$n$  — количество лет (месяцев) на которое взят кредит

Если нам надо найти **на сколько увеличился долг** после начисления процентов, то это

$$p \cdot S, \text{ где } p = r/100.$$

Если нам надо найти **сколько стал долг** после начисления процентов, то это

$$p \cdot S, \text{ где } p = 1 + r/100.$$

Отметим очевидное соотношение:

$$S_1 = S + \% \text{-ты уплаченные банку}$$

Все кредиты будем делить на два типа (у них принципиально разные схемы решений):

1. Известно или легко вычисляется **изменение долга**.

Такие платежи близки к дифференцированным платежам.

2. Известны или легко вычисляются **выплаты**.

Такие платежи близки к аннуитетным платежам.

# Таблицы

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июнь 2016	Июнь 2017	Июнь 2018	Июнь 2019	Июнь 2020
Долг (в млн рублей)	$S$	$0.8S$	$0.5S$	$0.1S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

$S$  – сумма кредита

$$r = 15\% \Rightarrow p = 0,15$$

$S_1$  – полная сумма выплат

$$S_1 = S + \% \text{ упр. банку}$$

$$S_1 = S + 0,15(S + 0,8S + 0,5S + 0,1S) < 50$$

$$S + 0,15 \cdot 2,4S < 50$$

$$1,36S < 50$$

$$S < \frac{50}{1,36} = \frac{5000}{136} = \frac{625}{17} = 36 \frac{13}{17}$$

$$S = 36 \text{ млн. руб.}$$

Ответ: 36 млн. руб.

# Дифференцированный платеж

Ведём следующие обозначения.

$S$  — сумма кредита

$S_1$  — полная сумма выплат

$n$  — количество лет (месяцев) на которое взят кредит

$b = \frac{S}{n}$  — ежегодная (ежемесячная) выплата

$r$  — процентная ставка

$p = \frac{r}{100}$  (в этом виде платежа  $p$  удобнее так обозначить)

Величины  $S_1$ ,  $S$ ,  $p$ ,  $n$  связаны следующей формулой:

$$S_1 = S + S \cdot p \cdot \frac{n+1}{2}$$

$n b = S$

~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~   ~~$b$~~

$S = 9b \rightarrow 8b \rightarrow 7b$   
...  
 $b$

$$S_1 = S + p (b \cdot n + b \cdot (n-1) + \dots + b) = S + p (n + (n-1) + \dots + 1) \cdot b = S + p \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \underbrace{(nb)}_S = S + p \cdot \frac{n+1}{2} \cdot S \cdot \frac{n+1}{2} \cdot n$$

# Дифференцированный платеж

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

$S$  — сумма кредита,  $S = 5$  млн. руб

$S_1 = 7,5$  млн. руб — полная сумма выплат  
 $n$  — кол-во лет  $b = \frac{S}{n} \Rightarrow S = b \cdot n$

$r = 20\% \Rightarrow$   
 $p = 0,2$

$S_1 = S + \% \text{ год. банку}$

$$S_1 = S + 0,2 \cdot (b \cdot n + b \cdot (n-1) + \dots + b) = S + 0,2(n + (n-1) + \dots + 1) \cdot b = S + 0,2 \cdot \frac{n+1}{2} \cdot (n \cdot b) = S + 0,1 \cdot (n+1) \cdot S$$

$$\begin{aligned} S + 0,1(n+1) \cdot S &= 7,5 \\ 5 + 0,5n + 0,5 &= 7,5 \\ 0,5n &= 2 \\ n &= 4 \text{ (года)} \end{aligned}$$

ответ: 4 года

# Дифференцированный платеж

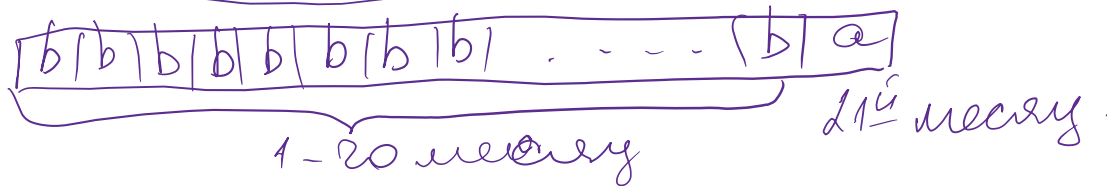
15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 300 тысяч рублей на 21 месяц.

Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 20-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

диф. пл.



$S_1$  - сумма  
выплат - ?

$S = 300$  тыс. руб - сумма кредита

$S_1 = S + \% \text{ от } S$   
 $a$  - сумма на начало 21-го месяца

$$b = \frac{S - a}{20} \Rightarrow S = 20b + a$$

$$S_1 = S + 0,02 \left( \underbrace{(20b + a) + (19b + a) + \dots + (b + a)}_{21 \text{ мес.}} + a \right) = S + \frac{0,01}{2} \frac{(20b + a) + a}{2} \downarrow$$

$$= S + 0,21(S + a) = 300 + 0,21 \cdot (300 + 100) = 384 \text{ тыс. руб}$$

ответ: 384 тыс. руб.

# Аннуитетный платеж

## Обозначения:

$S$  — сумма кредита

$S_1$  — полная сумма выплат

$a$  — ежегодная (ежемесячная) выплата

$n$  — количество лет (месяцев) на которое взят кредит

$r$  — процентная ставка

$$p = 1 + \frac{r}{100}$$

Величины  $S$ ,  $a$ ,  $r$ ,  $n$  связаны следующей формулой:

$$S \cdot p^n = a \cdot (p^{n-1} + p^{n-2} + \dots + p + 1). \quad \checkmark$$

$$n = 3$$

$$((S \cdot p - a) \cdot p - a) \cdot p - a = 0$$

$$(S p^2 - a p - a) \cdot p - a = 0$$

$$S p^3 - a p^2 - a p - a = 0$$

$$S p^3 = a (p^2 + p + 1)$$

$$n = 4$$

$$S p^4 = a (p^3 + p^2 + p + 1)$$

$$n = 2$$

$$S p^2 = a (p + 1)$$

$$n > 4$$

# Аннуитетный платеж

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами?

$S = 9\,930\,000$  руб - сумма кредита

$a$  - ежегодный платеж - ?

$n = 3$  год - кол-во лет

$r = 10\% \Rightarrow p = 1,1$

$$((Sp - a)p - a)p - a = 0$$

$$Sp^3 = a(p^2 + p + 1)$$

$$a = \frac{Sp^3}{p^2 + p + 1} = \frac{9930000 \cdot 1,1^3}{1,1^2 + 1,1 + 1} = \frac{9930000 \cdot 1,331}{1,21 + 2,1}$$

$$= \frac{9930 \cdot 1331}{3,31} = 3993000 \text{ р.}$$

ответ: 3 993 000 руб.

# Аннуитетный платеж

31 декабря 2014 года Олег взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторые процент годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a$  процент), затем Олег переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 328 050 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 587 250, то за 2 года. Под какой процент Олег взял деньги в банке?

$S$  – сумма кредита

$r$  – % – ?

$$p = 1 + \frac{r}{100} !$$

$a = 328050$  руб – если 4 года

4 года

$b = 587250$  руб – если 2 года

2 года

$$Sp^4 = a(p^3 + p^2) + (p+1)$$

$$Sp^4 = a(p^2(p+1) + (p+1))$$

$$Sp^4 = a(p+1)(p^2+1)$$

$$Sp^2 = b(p+1)$$

$$Sp^4 = b(p+1)p^2$$

$$| \cdot p^2 \quad (p \neq 0)$$

$$a(p+1)(p^2+1) = b(p+1)p^2$$

$$| : (p+1)$$

$$ap^2 + a = bp^2$$

$$ap^2 - bp^2 = -a$$

$$p^2(a-b) = -a$$

$$p^2 = \frac{a}{b-a}$$

$$p = \sqrt{\frac{a}{b-a}}$$

$$\textcircled{p} = \sqrt{\frac{a}{b-a}} = \sqrt{\frac{328050}{587250 - 328050}} =$$

$$= \sqrt{\frac{32805}{25920}} = \sqrt{\frac{6561}{5184}} = \sqrt{\frac{729}{576}} = \sqrt{\frac{81}{64}} = \frac{9}{8} = 1,125$$

$$r = p - 1 = 1,125 - 1 = 0,125 = 12,5\%$$

Ответ: 12,5%

# Вклады

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года.

Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

$S$  - сумма вклада, млн. руб.  $S \in \mathbb{Z}$

$r\% = 10\% \Rightarrow r = 1,1$ ; 3<sup>й</sup>, 4<sup>й</sup> год = + 3 млн. руб.

$S_{\min} = ?$   $S_1$  - оконч. сумма  $S_1 > 20$  млн. руб.

$$S_1 = \underbrace{S}_1 r + \underbrace{(S r)}_2 r + \underbrace{(S r^2 + 3)}_3 r + \underbrace{((S r^2 + 3) r + 3)}_4 r > 20$$

$$S r + S r^2 + S r^3 + 3 r + (S r^3 + 3 r + 3) r > 20$$

$$\underline{S r} + \underline{S r^2} + \underline{S r^3} + \underline{3 r} + \underline{S r^4} + \underline{3 r^2} + \underline{3 r} > 20$$

$$S (r + r^2 + r^3 + r^4) > 20 - 3 r^2 - 6 r$$

$$S > \frac{20 - 3 r^2 - 6 r}{r + r^2 + r^3 + r^4} = \frac{20 - 3 \cdot 1,21 - 6 \cdot 1,1}{1,1 + 1,21 + 1,331 + 1,4641} = \frac{9,77}{5,1051} =$$

$$= \frac{97700}{51051} \approx \underline{\underline{1,9}}$$

$$S = 2 \text{ млн. руб.}$$

Ответ: 2 млн.

# Задачи на оптимизацию

Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Вадим платит рабочему 200 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 300 рублей.

Вадим готов выделять 1 200 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

$t_1, t_2$  — кол-во единиц товара на 1<sup>м</sup> и 2<sup>м</sup> заводах  
 $t_1^2, t_2^2$  — время работы на каждом заводе

$$200 \cdot t_1^2 + 300 t_2^2 = 1200000 \quad | :100$$

$$2t_1^2 + 3t_2^2 = 12000$$

$$t_1^2 = \frac{12000 - 3t_2^2}{2}$$

$$t_1 = \sqrt{6000 - \frac{3}{2}t_2^2}$$

Общее кол-во ед. тов:

$$T = t_1 + t_2 = \sqrt{6000 - \frac{3}{2}t_2^2} + t_2$$

$$T \rightarrow \max \quad t_2 = \pm 40$$

$-40 < 0$  не подходит.

$$t_2 = 40 \text{ (ед.)}$$

$$t_1 = \sqrt{6000 - \frac{3}{2}t_2^2} = 60$$

$$40 + 60 = 100 \text{ (ед.)}$$

Ответ: 100 ед.

# Полезные ссылки:

- Книги по математике  
<https://mathstart.ru/library>
- Школьная математика (Маракулин А.Ю.) <https://marakulin.ru/>
- Распечатай и реши (Ширяева Е.)  
<https://time4math.ru/>
- ШКОЛКОВО  
<https://3.shkolkovo.online/catalogs>