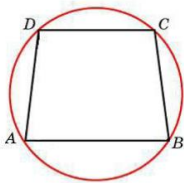


Вариант 8_2023, ЕГЭ Профиль

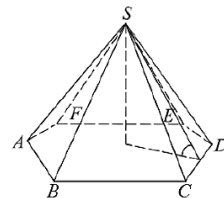
1 часть

- 1 Найдите корень уравнения $\log_{27} 3^{2x-4} = 4$
- 2 Почти одновременно 16 человек, в том числе Андрей, заказали по телефону пиццу, все разных видов. Оператор перепутал 8 и 15 заказы. С какой вероятностью Андрею привезут его пиццу?
- 3 Основания равнобедренной трапеции равны 24 и 32. Радиус описанной окружности равен 20. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.

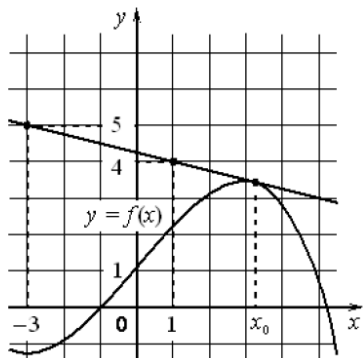


- 4 Найдите значение выражения
$$\frac{19 \cdot \sqrt[3]{24\sqrt{a}} - 22 \cdot \sqrt[4]{18\sqrt{a}}}{4 \cdot \sqrt[6]{12\sqrt{a}}}$$

- 5 Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 7, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объем пирамиды.



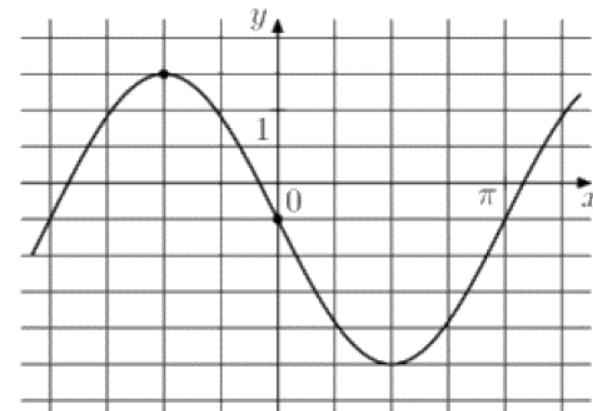
- 6 На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



- 7 Если достаточно быстро вращать ведро с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет неотрицательной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в кг., v — скорость движения ведерка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 90 см? Ответ выразите в м/с.

- 8 Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2011 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2012 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2013 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2014 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2016 года, если прибыль из оборота не изымалась?

- 9 На рисунке изображен график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .



- 10 Симметричную монету бросают 16 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадает ровно 8 орлов» больше вероятности события «выпадает ровно 7 орлов».
- 11 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 5e^x - 2$ на отрезке $[-2; 1]$
- 12 а) Решите уравнение $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$
- 13 $SABCD$ — правильная пирамида с вершиной S . Из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD .
- а) Доказать, что угол $AHC = 90^\circ$.
- б) Найдите объем пирамиды, если $HA = 1$ и $HC = 7$.
- 14 Решите неравенство $\frac{1}{\log_3 x + 4} + \frac{2}{\log_3 3x} \left(\frac{2}{\log_3 x + 4} - 1 \right) \leq 0$
- 15 15-го января планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что на седьмой месяц кредитования выплата составит 25 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?
- 16 Медианы AA_1, BB_1, CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.
- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 12$.

- 17 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = ax - 2a - 1 + |x^2 - x - 2|$$

меньше -2.

- 18 Для любого натурального числа n ($n \geq 1$) обозначим через $O(n)$ количество нечётных цифр в десятичной записи этого числа. Например, $O(123) = 2$, а $O(2048) = 0$.
- а) Существует ли такое натуральное число n , что $O(2 \cdot n) = O(n) + 2$?
- б) Существует ли такое натуральное число n , что $O(5n + 2n - 1) > n$?
- в) Для какого наименьшего натурального числа n выполнено неравенство $O(11 \cdot n) > 2 \cdot O(n)$?