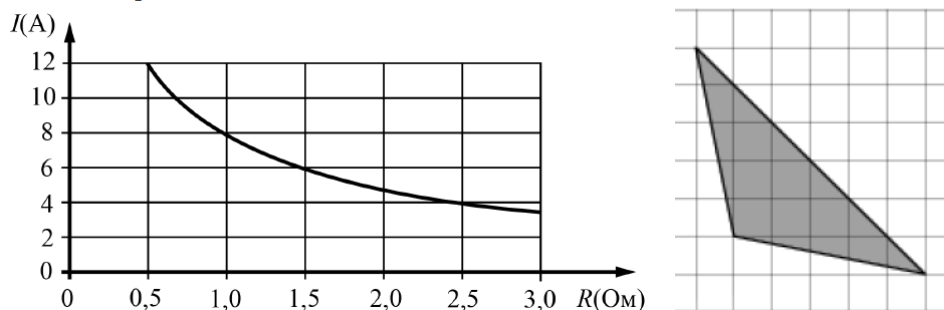


Вариант 11

1 Теплоход рассчитан на 1000 пассажиров и 30 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

2 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Каково сопротивление цепи (в омах), если сила тока составляет 6 А?



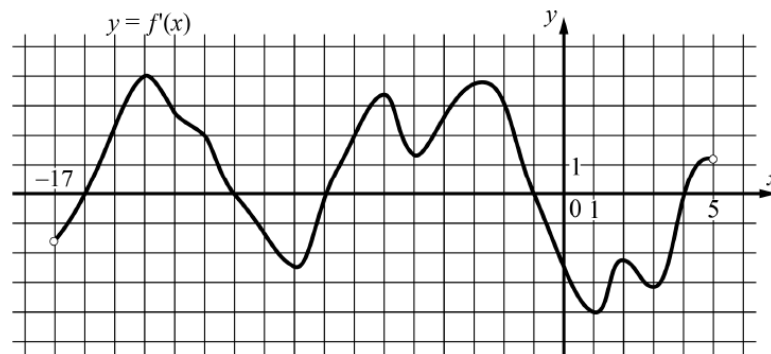
3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

4 В сборнике билетов по химии всего 25 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Углеводороды». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Углеводороды».

5 Найдите корень уравнения $\log_3(6 - 4x) = 4\log_3 2$.

6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 3$, $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите AC .

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-17; 5)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-15; 0]$.



8 Дано два шара. Радиус первого шара в 14 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

9 Найдите значение выражения $4^{0,03} \cdot 8^{0,98}$.

10 Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 21$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3$ м/с².

За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м).

Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 60 метров. Ответ выразите в секундах.

11 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 165 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 1 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

12 Найдите наибольшее значение функции $y = 2x^2 - 11x + 7 \ln x + 12$ на отрезке $\left[\frac{11}{12}, \frac{13}{12}\right]$.

13 а) Решите уравнение $\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 3 \cos x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}, 0\right]$.

14 На окружности основания конуса с вершиной S отмечены точки A , B и C так, что $AB = BC$. Медиана AM треугольника ACS пересекает высоту конуса.

а) Точка N — середина отрезка AC . Докажите, что угол MNB прямой.

б) Найдите угол между прямыми AM и SB , если $AS = 2$, $AC = \sqrt{6}$.

15

Решите неравенство $\frac{10^x - 2 \cdot 5^x - 25 \cdot 2^x + 50}{\sqrt{x+3}} \geq 0$.

16

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диаметр CC_1 перпендикулярен стороне AD и пересекает её в точке M , а диаметр DD_1 перпендикулярен стороне AB и пересекает её в точке N .

а) Пусть AA_1 также диаметр окружности. Докажите, что $\angle DNM = \angle BA_1D_1$.

б) Найдите углы четырёхугольника $ABCD$, если угол CDB вдвое меньше угла ADB .

17

В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 2 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	S	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите S , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 327 тысяч рублей.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-6)^2 + (y-4)^2) \leq 0, \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

19

Пусть $S(n)$ и $K(n)$ обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа n соответственно.

а) Существует ли такое натуральное число n , что $K(n) = 2S(n) + 23$?

б) Существует ли такое натуральное число n , что $K(n) = 3S(n) + 23$?

в) Для какого наименьшего натурального числа n выполнено равенство $K(n) = 8S(n) + 83$?