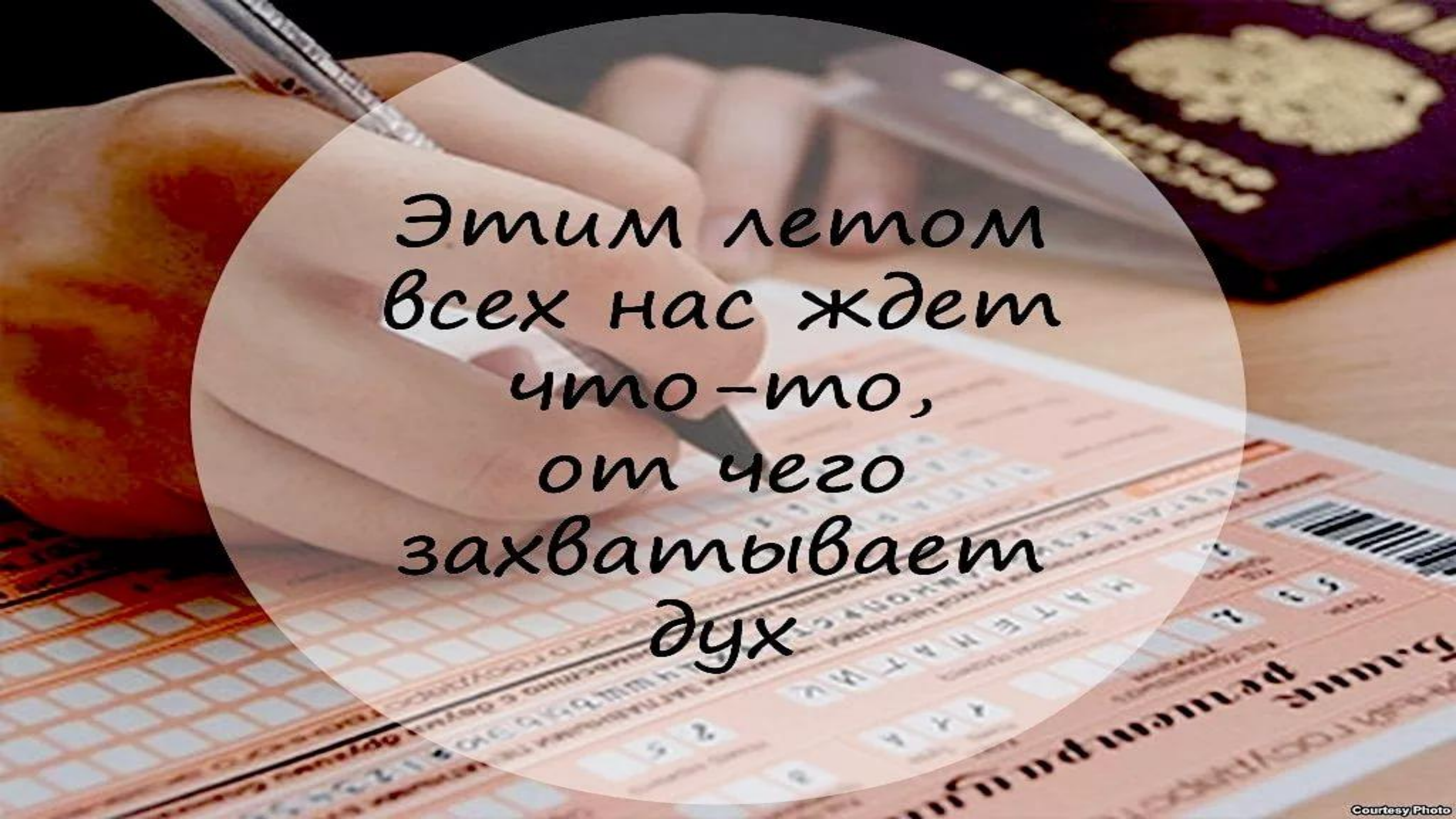

Этим летом
всех нас ждет
что-то,
от чего
захватывает
дух
Courtesy Photo

Требования к оформлению заданий с развернутым ответом на ЕГЭ по математике

ФИПИ

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

«Федеральный институт педагогических измерений»

- Нормативно-правовые документы
- Демоверсии, спецификации, кодификаторы
- Для предметных комиссий субъектов РФ
- Аналитические и методические материалы
- Для выпускников
- ГВЭ-11
- Итоговое сочинение
- Открытый банк заданий ЕГЭ
- ВПР-11
- Тренировочные сборники для учащихся с ОВЗ

Для предметных комиссий субъектов РФ

Методические материалы для председателей и членов РПК по проверке выполнения заданий с развернутым ответом ЕГЭ 2019

- ФИЗИКА (10.6 Mb)
- ИНФОРМАТИКА и ИКТ (527.5 Kb)
- ХИМИЯ (420 Kb)
- РУССКИЙ ЯЗЫК (2 Mb)
- ОБЩЕСТВОЗНАНИЕ (14.9 Mb)
- ЛИТЕРАТУРА (759.5 Kb)
- ИСТОРИЯ (9.1 Mb)
- АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК (письменная часть) (2.9 Mb)
- АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК (устная часть) (3.7 Mb)
- БИОЛОГИЯ (3.6 Mb)

Версия для слабовидящих

Итоговое сочинение

Открытый банк заданий ЕГЭ

Открытый банк заданий ОГЭ

Открытый банк оценочных средств по

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО НАДЗОРУ В СФЕРЕ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Методические материалы для председателей и членов предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ 2019 года

МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОЦЕНИВАНИЮ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

ЗАДАНИЕ 13 ЕГЭ–2018

- **Задание №13** – тригонометрическое, логарифмическое или показательное уравнение.
- Выделение решения уравнения в отдельный пункт *а* прямо указывает участникам экзамена на необходимость полного решения предложенного уравнения: при отсутствии в тексте конкретной работы ответа на вопрос п. *а* задание №13 оценивается 0 баллов.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: : а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in Z$; $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in Z$; б) $-\frac{8\pi}{3}$; $-\frac{7\pi}{3}$.

1 3)а) $\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

$\cos 2x + 2 = \sqrt{3}\cdot(-\sin x)$

$1 - 2\sin^2 x + 2 = -\sqrt{3}\cdot\sin x$

$-2\sin^2 x + 3 + \sqrt{3}\sin x = 0$

Пусть $\sin x = y$

Тогда

$-2y^2 + 3 + \sqrt{3}y = 0$

$D = \sqrt{3 - 4\cdot 3\cdot(-2)} = \sqrt{27} > 0$ 2 корня

$y_1 = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{27}}{-4} = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{-4} = \frac{2\sqrt{3}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y_2 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{27}}{-4} = \frac{-4\sqrt{3}}{-4} = \sqrt{3}$

Обратно $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \sin x = \sqrt{3}$

$x = (-1)^n\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n$ $n \in Z$ $\quad$ нет решен

$\sin x \in [-$

б)

При $n = 0$

$x = -\frac{\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -1$

$x = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -2$

$x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n = -3$

$x = \frac{\pi}{3} - 3\pi = -\frac{8\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $x = (-1)^n\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n$ $n \in Z$

б) $-\frac{8\pi}{3}$; $-\frac{7\pi}{3}$

- ***Комментарий.***
- Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, но отбор корней нельзя назвать обоснованным, так как перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку. Типичный пример выставления 1 балла.

Пример

а) Решите уравнение $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in Z;$ б) $-\frac{7\pi}{6}$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$

Пусть $\log_4(4\sin x)=t$, тогда:

$2t^2-5t+2=0$

$D=25-16=9=(3)^2$

$t_1=\frac{5+3}{4}=2;\quad t_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2};$

(1) $\log_4(4\sin x)=2;$

$4\sin x=16;$

$\sin x=4$ – таких x не существует, так как $\sin\in[-1;1];$

(2) $\log_4(4\sin x)=\frac{1}{2};$

$4\sin x=2;$

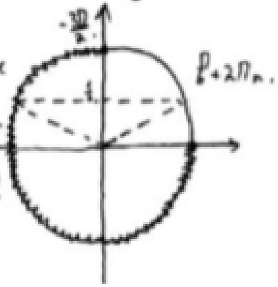
$\sin x=\frac{1}{2};$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$ и $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n.$

б) $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$

Рассмотрим на единичной окружности данный отрезок и корни:

~~но~~ корень $\frac{\pi}{6}+2\pi n$ ни при каких условиях не будет лежать на $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$. Корень $\frac{5\pi}{6}+2\pi n$ попадет на этот отрезок в точке $\frac{5\pi}{6}-2\pi=-\frac{7\pi}{6}$.



Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n;$ б) $-\frac{7\pi}{6}$.

- ***Комментарий.***
- Обоснованно получен верный ответ в пункте а, но отбор корней с помощью тригонометрической окружности в этом решении нельзя считать обоснованным. Типичный пример выполнения задания на 1 балл.

ЗАДАНИЕ 15 ЕГЭ–2018

- **Задание №15 -** это неравенство – дробно-рациональное, логарифмическое или показательное.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Решите неравенство: $2^x-6-\dfrac{9\cdot2^x-37}{4^x-7\cdot2^x+12}\le\dfrac{1}{2^x-4}$

Ответ: $(-\infty;0]$; $(\log_2 3;2)$; $(2;3]$.

- ***Комментарий.***
- Обоснованно получен верный ответ.
- **Оценка эксперта: 2 балла.**

№15.

$2^x-6-\frac{9\cdot2^x-37}{4^x-7\cdot2^x+12}\le\frac{1}{2^x-4}$;

$2^x=t$;

$t-6-\frac{9t-37}{t^2-7t+12}\le\frac{1}{t-4}$;

$t-6-\frac{9t-37}{(t-3)(t-4)}\le\frac{1}{t-4}$;

$t-6-\frac{9t-37+t-3}{(t-3)(t-4)}\le0$;

$t-6-\frac{10(t-4)}{(t-3)(t-4)}\le0$;

$\frac{(t-4)((t-6)(t-3)-10)}{(t-3)(t-4)}\le0$;

$\frac{(t-4)(t^2-9t+8)}{(t-3)(t-4)}\le0$;

$\frac{(t-4)(t-1)(t-8)}{(t-3)(t-4)}\le0$;

$0<2^x\le1$ $\quad 3<2^x<4 \quad 4<2^x\le8$

$x\le0$; $\quad \begin{cases}x>\log_2 3;\\ x<2;\end{cases} \quad \begin{cases}x>2;\\ x\le3;\end{cases}$

Ответ: $(-\infty;0]\cup(\log_2 3;2)\cup(2;3]$.

ОДЗ: $x\ne2$

$x\ne\log_2 3$

$4^x-7\cdot2^x+12\ne0$

$(2^x-3)(2^x-4)\ne0$

$t>0$;

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$

15. $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4-16}{\log_4^2 x-9}$

ОДЗ. $x>0$, $x\in(0;+\infty)$

$\dfrac{\log_4 64+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4 64+\log_4 x}-\dfrac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$

$\dfrac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}-\dfrac{4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$

Пусть $\log_4 x=t$, тогда

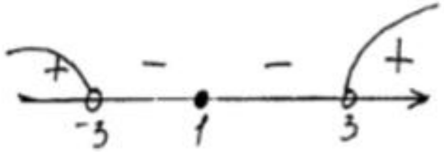
$\dfrac{3+t}{t-3}+\dfrac{t-3}{3+t}-\dfrac{4t-16}{t^2-9}\geq 0$

$\dfrac{(t+3)(t+3)+(t-3)(t-3)}{(t-3)(t+3)}-\dfrac{4t+16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$

$\dfrac{t^2+3t+3t+9+t^2-3t-3t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)}\geq 0$

$\dfrac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$

$\dfrac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\geq 0$



$\log_4 x<-3$ $\qquad$ $\log_4 x=1$ $\qquad$ $\log_4 x>3$

$x<\frac{1}{64}$ $\qquad$ $x=4$ $\qquad$ $x>64$

Ответ: $x\in\left(-\infty;\frac{1}{64}\right)\cup(4)\cup(64;+\infty)$

- ***Комментарий.***
- При решении неравенства допущена ошибка при решении простейшего логарифмического неравенства. Ответ получен неверный. В решении содержится ошибочное утверждение, связанное с ОДЗ.
- **Оценка эксперта: 0 баллов.**

Метод рационализации

Если $f(x)$ монотонно возрастающая функция, то разность $f(a) - f(b)$ совпадает по знаку с разностью $a - b$.

Как работает эта идея применительно к решению неравенств? Пусть, например, имеется неравенство

$\frac{f(x)-f(a)}{g(x)-g(b)} > 0$ (1)

где $f(x)$ и $g(x)$ монотонно возрастающие функции.

Тогда разность $f(x) - f(a)$ можно заменить разностью $x - a$ (того же знака), а разность $g(x) - g(b)$ можно заменить разностью $x - b$ (того же знака).

Получим рациональное неравенство $\frac{x-a}{x-b} > 0$, (2) решаемое методом интервалов.

При этом неравенство (2) является следствием неравенства (1). Это означает, что неравенство (2) содержит все решения неравенства (1) и, возможно, некоторые другие решения.

Чтобы, отфильтровать лишние решения, нужно множество решений неравенства (2) пересечь с областью определения функций $f(x)$ и $g(x)$.

Решить неравенство: $log_{x^2}(x+2) < 1$.

Решение:

$$\begin{cases} x+2>0, \\ x^2>0, \\ x^2 \neq 1. \end{cases} \qquad x \in (-2;-1) \cup (-1;0) \cup (0;1) \cup (1;+\infty)$$

Преобразуем неравенство к виду $\frac{lg(x+2)}{lgx^2} - 1 < 0$;

$$\frac{lg(x+2)-lgx^2}{lgx^2} < 0;$$

$$lgx^2 = lgx^2 - 0 = lgx^2 - lg1;$$

$$\frac{lg(x+2)-lgx^2}{lgx^2-lg1} < 0.$$

В силу монотонного возрастания функции $y = lgx$.

$$\frac{x+2-x^2}{x^2-1} < 0.$$

ЗАДАНИЕ 17 ЕГЭ–2018

- **Задание №17 -** это текстовая задача с экономическим содержанием

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, **но решение недостаточно обосновано**	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Пример.

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

$$1+\frac{r}{100}+0,9\frac{r}{100}+0,8\frac{r}{100}+0,7\frac{r}{100}+0,6\frac{r}{100}+0,5\frac{r}{100}>1,2$$

$$4,5\frac{r}{100}>0,2$$

$$9\frac{r}{100}>0,4$$

$$\frac{r}{100}>\frac{4}{90}$$ ближайшие 2 числа 4 и 5

$$\frac{4}{100}<\frac{4}{90}$$ не подходит, берём на 1 больше.

$$\frac{5}{100}=\frac{1}{20}>\frac{4}{90}$$

$$\frac{90}{1800}>\frac{80}{1800}$$ => Ответ. $r=5$

- *Комментарий.*
- В решении без объяснений записано неравенство. Неравенство явно не решено. Таким образом, решение недостаточно обоснованное.
- **Оценка эксперта: 2 балла.**

Важные моменты при оформлении второй части профильного ЕГЭ по математике.

- **ОДЗ.** Писать ОДЗ можно, но если написали это слово, то писать его нужно целиком. Например, если в знаменателе есть логарифм, то нужно написать не только, что его аргумент больше 0, но и, что сам знаменатель не равен 0. И так со всеми имеющимися ограничениями. Иначе, это будет неправильное ОДЗ и оценка 0 баллов. Если пишите только часть ограничений, то не пишите слово "ОДЗ". Просто что-нибудь вроде фразы "Должны выполняться условия".
- **ОТБОР КОРНЕЙ ПО ОКРУЖНОСТИ.** Обязательно нарисовать на окружности дугу, соответствующую нужному промежутку, обязательно подписать границы этой дуги, поставить точки (решения уравнения) и пояснить, как были отобраны корни, попадающие на дугу.
- **МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ.** Использовать можно, доказывать не обязательно, но надо пояснять. Например, фразой "По методу рационализации в силу строго монотонного возрастания функции $y=\log_a(x)$ при $a>1$ и строго монотонного убывания функции $y=\log_a(x)$ при $0 < a < 1$ "
- **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГОТОВЫХ ФОРМУЛ** в задаче 17. Без вывода нельзя. Этих формул нет в учебниках, а всё, чего в учебниках нет надо выводить.
- **ОТВЕТЫ НА ПУНКТЫ** а) и б) в задаче 19. Просто слова "да/нет" недостаточно. Нужен пример или обоснование.


Эйнштейн ! Ты уже двадцать пять лет не можешь сдать ЕГЭ по физике. И вместо того, чтобы, как любой нормальный ученик, выбрал бы один правильный ответ, упрямо бормочешь, что все относительно . . .
E=mc²

Желаем успешной сдачи выпускных экзаменов!