**Теория чисел**

**Определение.** Число N имеет остаток r при делении на m, если N = km+r, .

ab (mod m) – a сравнимо с b по модулю m (т.е. целые числа a и b дают равные остатки при делении на m)

m

1. **ab (mod m) или ab,** a, b z, mN

тогда и только тогда, когда (a-b) m

1. Если **ab (mod m), сd (mod m),** то
   * a+cb+d (mod m);
   * a-cb-d (mod m);
   * acbd (mod m);
   * anbn(mod m), nN.

**Малая теорема Ферма.**

Пусть p – простое число. A – не делится на p, тогда Ap-1 1(mod p), т.е. (Ap-1-1)p

**Задания**

**№1.** Докажите, что 752n +126n делится на 19 при любом nN.

**№2.** Пусть akbk (mod m), k и m взаимно просты. Доказать, что ab (mod m).

**№3.** Найти остаток 309932100 при делении на 31.

**№4.** Докажите, что 5n +11n+26, при любом нечетном n.

**№5.** Найти остаток 22012 от делении на 31.

**№6.** Найти остаток 3102 при делении на 101.

**№7.** Докажите, что (543000 – 1).

**№8.** Докажите, что существуют 2012 последовательных составных чисел.

**№9.** Доказать, что существует 2012 последовательных чисел, среди которых ровно 7 простых.

**№10.** Является ли квадратом натурального числа

1. четырехзначное число 5776;
2. шестизначное число вида ;
3. число вида 1..11 при каком-либо натуральном n≥2;

n

1. выражение n(n+1)(n+2)(n+3)+1 для любого натурального n?

**№11.** . Решить в натуральных числах.

**№12.** Решите в натуральных числах уравнение 2x – 15 = y2.