**Теория чисел**

**Определение.** Число N имеет остаток r при делении на m, если N = km+r, $0\leq r<m$.

a$≡$b (mod m) – a сравнимо с b по модулю m (т.е. целые числа a и b дают равные остатки при делении на m)

m

1. **a**$≡$**b (mod m) или a**$≡$**b,** a, b $ϵ$z, m$ϵ$N

тогда и только тогда, когда (a-b) $\vdots $m

1. Если **a**$≡$**b (mod m), с**$≡$**d (mod m),** то
	* a+c$≡$b+d (mod m);
	* a-c$≡$b-d (mod m);
	* a$∙$c$≡$b$∙$d (mod m);
	* an$≡$bn(mod m), n$ ϵ $N.

**Малая теорема Ферма.**

Пусть p – простое число. A – не делится на p, тогда Ap-1 $≡$1(mod p), т.е. (Ap-1-1)$ \vdots $p

**Задания**

**№1.** Докажите, что 7$∙$52n +12$∙$6n делится на 19 при любом n$ϵ$N.

**№2.** Пусть a$∙$k$≡$b$∙$k (mod m), k и m взаимно просты. Доказать, что a$≡$b (mod m).

**№3.** Найти остаток 3099$∙$32100 при делении на 31.

**№4.** Докажите, что 5n +11n+2$ \vdots $6, при любом нечетном n.

**№5.** Найти остаток 22012 от делении на 31.

**№6.** Найти остаток 3102 при делении на 101.

**№7.** Докажите, что (543000 – 1)$ \vdots 1001$.

**№8.** Докажите, что существуют 2012 последовательных составных чисел.

**№9.** Доказать, что существует 2012 последовательных чисел, среди которых ровно 7 простых.

**№10.** Является ли квадратом натурального числа

1. четырехзначное число 5776;
2. шестизначное число вида $\overbar{abcabc}$;
3. число вида 1..11 при каком-либо натуральном n≥2;

n

1. выражение n(n+1)(n+2)(n+3)+1 для любого натурального n?

**№11.** $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$. Решить в натуральных числах.

**№12.** Решите в натуральных числах уравнение 2x – 15 = y2.