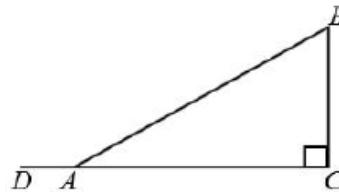
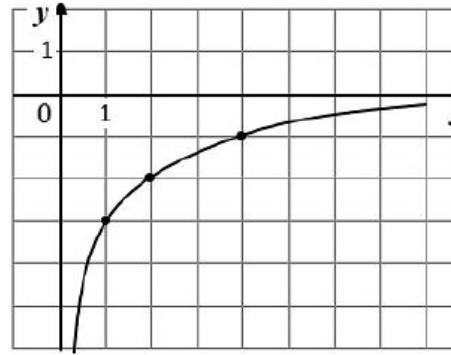
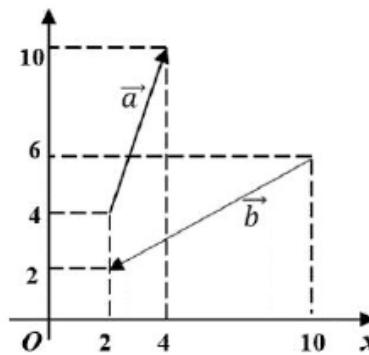


Контрольно измерительные материалы по математике (профиль)
Вариант 28 2024

- 1 В треугольнике ABC угол C равен 90° , косинус угла $B = 0,8$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A .

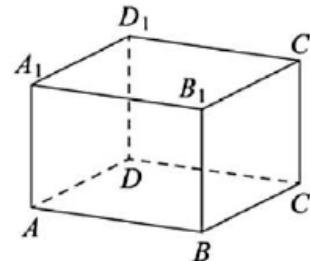


- 2 Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .



№ 11

- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 8, AD = 5, AA_1 = 6$.



- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 10 очков. Результат округлите до сотых.

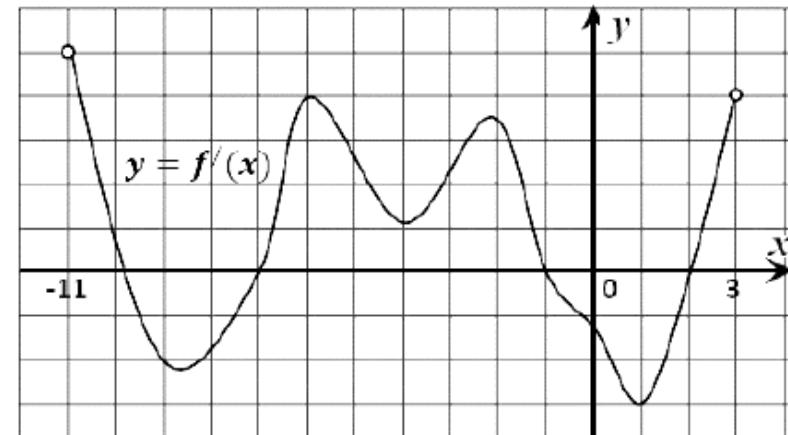
- 5 Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,3 при каждом выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,8?

- 6 Найдите корень уравнения $x = \frac{-8x-20}{x-17}$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

- 7 Найдите $\operatorname{tg} a$, если $\sin a = -\frac{2}{\sqrt{29}}$ и $a \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 3)$. В какой точке отрезка $[-6; -1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



- 9 Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора получена экспериментально: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1450$ К, $a = -30 \frac{\text{К}}{\text{мин}^2}$, $b = 180 \frac{\text{К}}{\text{мин}}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через сколько минут после начала работы нужно отключить прибор.

- 10 Баржа в 13:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 8 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/ч) собственную скорость баржа, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч.

- 11 На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(16)$.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = (x^2 - 12x + 12)e^x$

2 часть

- 13 а) Решите уравнение $2 \cos^3 x - 2 \cos x + 3 = 3 \sin^2(-x)$
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра $AB=8$, $AD=6$ и $AA_1=14$. и Точка W принадлежит ребру DD_1 и делит его в отношении $3 : 4$, считая от вершины D .
а) Докажите, что плоскость, проходящая через вершины C , W и A_1 , делит параллелепипед на две равновеликие фигуры.
б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости, проходящей через точки C , W и A_1 .

- 15 Решите неравенство

$$\log_3(x^2 + 7) - \log_3(x^2 - x + 2) \geq \log_3\left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

- 16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 долг остаётся равным S тыс. рублей;
– выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 504 тыс. рублей;
– к июлю 2031 долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

- 17 Окружность с центром O проходит через вершины A , B и C параллелограмма и пересекает продолжение стороны AD в точке E , а продолжение стороны CD в точке K .
а) Докажите, что отрезки BE и BK перпендикулярны, если $\angle ABC = 135^\circ$.
б) Найдите отношение площади треугольника KBE к площади треугольника AOC .

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^4 \cos a - 2x^2 \sin a + \cos a = 0$$

имеет ровно два различных корня.

- 19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 400, делится на 3 и оканчивается на 5.
а) Может ли их сумма составлять 285?
б) Может ли их произведение составлять 97875?
в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 1935?