

Контрольно-измерительные материалы Математика (профильный уровень), ЕГЭ Вариант 245

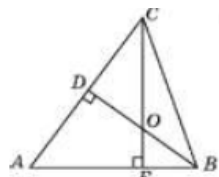
Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $2^{3-4x} = 0,16 \cdot 5^{3-4x}$.

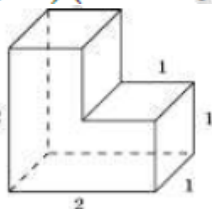
2. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

3. В треугольнике ABC угол A равен 72° , а углы B и C — острые. BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



4. Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$

5. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



6. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция

$$F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$$

— одна из первообразных

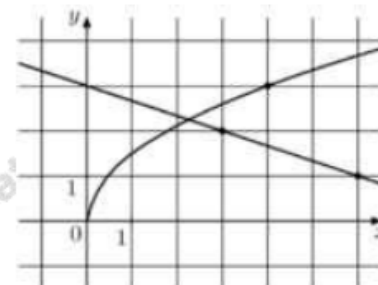
функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



7. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$ мг изотопа Z , период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

8. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .



10. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» не будет начинать ни одной игры.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 16 \operatorname{tg} x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

12. а) Решите уравнение

$$8 \sin^2 \left(\frac{7\pi}{12} + x \right) - 2\sqrt{3} \cos 2x = 5$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2} \right]$.

13. Дана правильная треугольная пирамида $DABC$ с вершиной D . Точка M — середина ребра AB , N — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую CD .

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна прямой AB .

б) Найдите угол между боковыми гранями пирамиды, если угол между боковым ребром и плоскостью основания равен 60° .

14. Решите неравенство:

$$\log_x(x+4) \cdot \log_{x+4}(x+8) \cdot \log_{x+8}(x+12) \leq 2.$$

15. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн руб., где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$36^x - 2(a+1) \cdot 6^x + a^2 + 2a - 8 = 0$$

имеет единственный корень.

16. Из вершины C прямого угла прямоугольного треугольника ABC проведена высота CH .

а) Докажите, что отношение площадей кругов, построенных на отрезках AH и BH соответственно как на диаметрах равно $\operatorname{tg}^4 \angle ABC$.

б) Пусть точка O_1 — центр окружности диаметра AH , вторично пересекающей отрезок AC в точке P , а точка O_2 — центр окружности с диаметром BH , вторично пересекающей отрезок BC в точке Q . Найдите площадь четырёхугольника O_1PQO_2 , если $AC = 22$ и $BC = 18$.

18. Натуральные числа a, b, c и d удовлетворяют условию $a > b > c > d$.

а) Найдите числа a, b, c и d , если $a + b + c + d = 15$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 19$.

б) Может ли быть $a + b + c + d = 23$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 23$?

в) Пусть $a + b + c + d = 1200$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 1200$. Найдите количество возможных значений числа a .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.