

# Контрольно-измерительные материалы

## Математика (профильный уровень), ЕГЭ

### Вариант 36

#### Часть 1

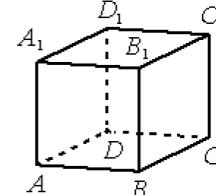
**1** Найдите корень уравнения  $\log_4(10+2x) = 3$

**1** Найдите корень уравнения  $\log_4(10+2x) = 3$

**2** В параллели 51 учащийся, среди них два друга — Михаил и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Сергей окажутся в одной группе.

**3** В равнобедренной трапеции основания равны 4 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции.

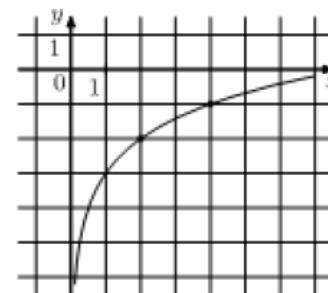
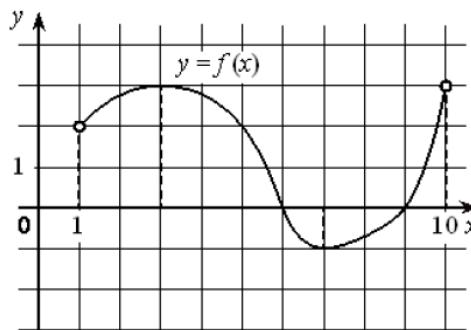
**4** Найдите значение выражения  $12\sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$ .



**5** В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между прямыми  $BC_1$  и  $A_1B_1$ .

Ответ дайте в градусах.

**6** На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(1; 10)$ . Найдите точку из отрезка  $[2; 6]$ , в которой производная функции  $f(x)$  равна 0.



**8** Имеются два сосуда. Первый содержит 10 кг, а второй 5 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 56% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 64% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

**9** На рисунке изображён график функции  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите  $f(32)$ .

**10** Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,45. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

**11** Найдите точку максимума функции  $y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$ .

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

#### Часть 2

**12** а) Решите уравнение  $(x^2 + 2x - 1)(\log_2(x^2 - 3) + \log_{0.5}(\sqrt{3} - x)) = 0$   
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2.5; -1.5]$ .

**13** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания равна 14, высота  $SH$  равна 24. Точка  $K$  — середина бокового ребра  $SD$ , а точка  $N$  — середина ребра  $CD$ . Плоскость  $AKB$  пересекает боковое ребро  $SC$  в точке  $P$ .

- а) Докажите, что прямая  $KP$  пересекает отрезок  $SN$  в его середине.  
б) Найдите расстояние от точки  $P$  до плоскости  $ABS$ .

**14** Решите неравенство  $9^{\frac{1}{x}-1} + 2 \cdot 3^{\frac{1}{x}-1} - 3 \geq 0$ .

**15** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 900 тыс. рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 8% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен. Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

**16** В прямоугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ , а угол  $BDC$  равен  $75^\circ$ . Точка  $P$  лежит вне прямоугольника, а угол  $APB$  равен  $150^\circ$ .

- а) Докажите, что углы  $BAP$  и  $POB$  равны.  
б) Прямая  $PO$  пересекает сторону  $CD$  в точке  $F$ . Найдите  $CF$ , если  $AP = 6\sqrt{3}$  и  $BP = 4$ .

**17**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{x^2 + 8x + 16 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

**18**

На доске написано 12 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое семи наименьших из них равно 8, а среднее арифметическое семи наибольших равно 16.

- а) Может ли наибольшее из этих двенадцати чисел равняться 18?
- б) Может ли среднее арифметическое всех двенадцати чисел равняться 11?
- в) Найдите наименьшее значение среднего арифметического всех двенадцати чисел.