«Анализ графиков (новое 9 задание). Подготовка к профильному ЕГЭ по математике»

Конфуций-древнекитайский проповедник, писатель, философ.

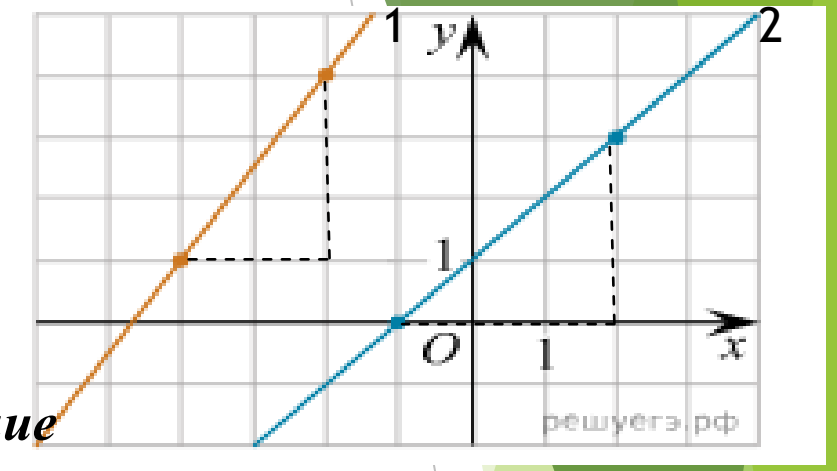
«Расскажи мне и я забуду.
Покажи мне и я пойму.
Позволь мне сделать самому,
и я научусь»

Конфуций

1

9 задание

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точек пересечения.



Решение

1) Уравнение прямой y=kx+b. Первая прямая проходит через точки (-4;1) и (-2;4), k=$\frac{3}{2}$.

Найдем b,подставив координаты одной из точек в уравнение 1=1,5·(-4)+ b, b=7.

y=1,5x+7-уравнение1 прямой.

2) Вторая прямая проходит через точки (-1;0) и (2;3), k=$\frac{3}{3} = 1$.

Найдем b,подставив координаты одной из точек в уравнение 0=1·(-1)+ b, b=1.Тогда y=x+1-уравнение2 прямой.

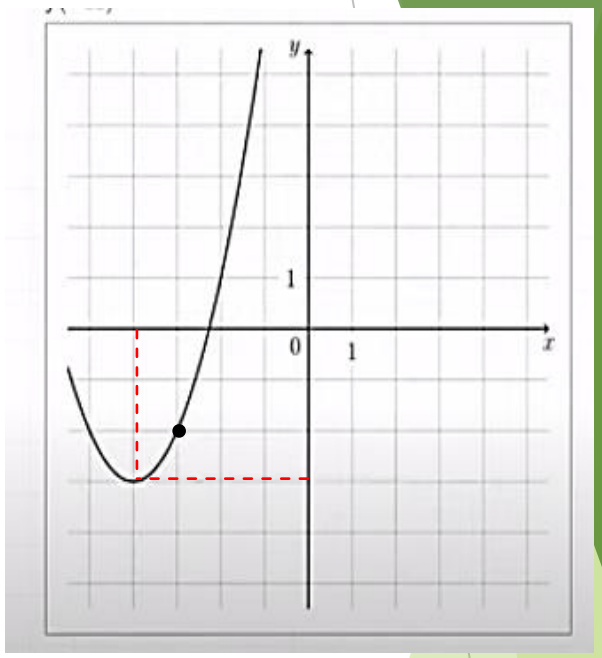
3)Решим систему уравнений $\begin{cases} y = 1,5x + 7, \\ y = x + 1 \end{cases}$ Вычтем из 1 уравнения 2 уравнение , получим 0=0,5x+6.Отсюда x=-12.Тогда y=-11.

Ответ:-11

2

9 задание

На рисунке изображен график функции *f(x)= a x²+bx+c*,где числа *a,b* и *c*-целые. Найдите значение *f(-12)*.



Решение.

f(x)= a(x-m)²+n, где m, n-координаты вершины параболы.

m= -4,n= -3, a =1.

f(x)=(x-(-4))²+(-3),

f(x)=(x+4)²-3,

f(-12)=(-12+4)²-3,

f(-12)=61.

Ответ:61

3

9 задание

На рисунке изображен график функции $f(x)= ax^2 +bx+c$, где числа a ,b и c- целые. Найдите значение $f(4)$.

Решение.

$f(x)=a(x-m)^2+n$,где (m, n)-координаты вершины параболы.

По графику m= -2, n= 11.

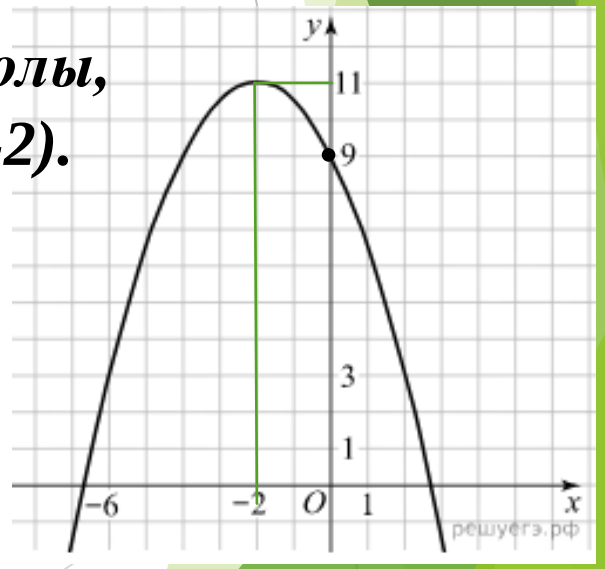
Введем новую систему координат через вершину параболы, тогда график функции $y= ax^2$ проходит через точку (2;-2).

Подставив в формулу $a= \frac{y}{x^2}$, найдем $a=\frac{-2}{4}= -\frac{1}{2}$

$f(x)= -\frac{1}{2}(x+2)^2+11$

Тогда $f(4)= -\frac{(4+2)^2}{2}+11= -18+11= -7$.

Ответ:- 7



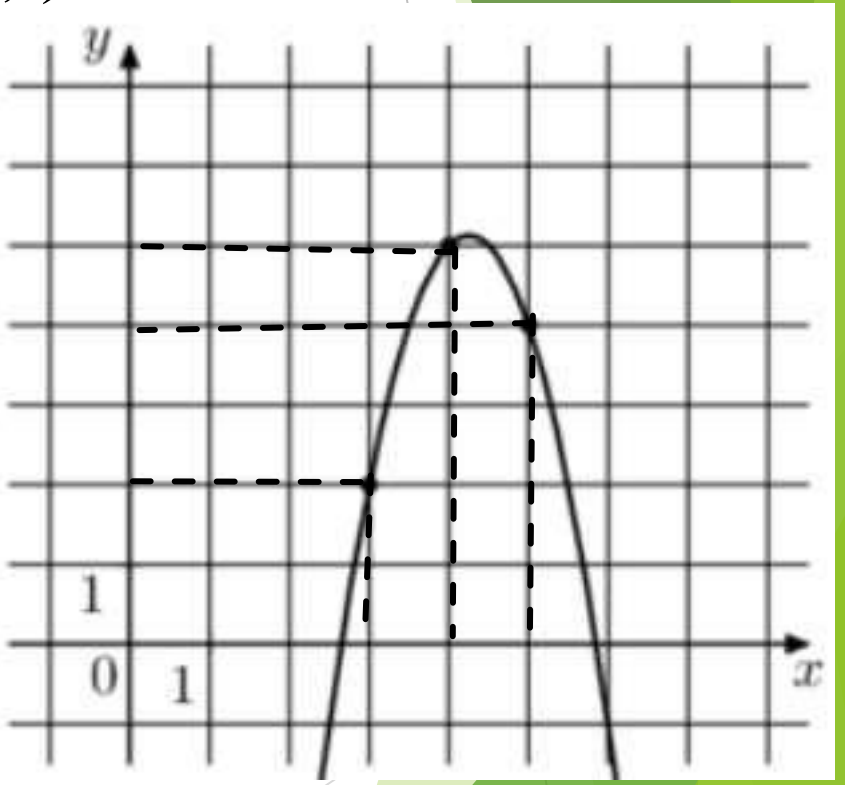
4

С задание. На рисунке изображен график функции $f(x)= a x^2+bx+c$. Найдите $f(-1)$.

Решение.

Из рисунка видно, что график проходит через (3;2);(4;5);(5;4)

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 2 \\ 16a + 4b + c = 5 \\ 25a + 5b + c = 4 \end{cases}$$



Вычтем из 2 уравнения 1-е,

получим $7a+b=3$

Вычтем из 3уравнения 2-е,

получим $9a+b=-1$

Решив систему уравнений $\begin{cases} 7a+b=3, \\ 9a+b=-1; \end{cases}$

находим $a=-2$,$b=17$.

Из 1 уравнения выразим $c=2-9a-3b$; $c=2+18-51=-31$.

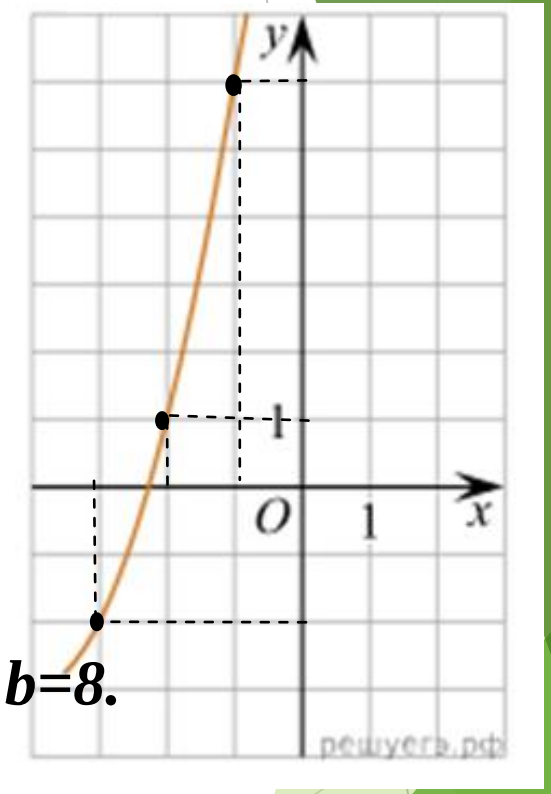
$f(x)=-2x^2+17x-31$,

$f(-1)=-2-17-31=-50$

Ответ:-50

6

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=ax^2+bx+c$,где числа a ,b и c-целые. Найдите абсциссу вершины параболы.



Решение.

Абсцисса вершины параболы найдем по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$

Из рисунка видно, что $f(-3)=-2$; $f(-2)=1$; $f(-1)=6$. *Тогда*

$$\begin{cases} 9a-3b+c=-2, \\ 4a-2b+c=1, \\ a-b+c=6 \end{cases};$$

вычтем из 1 уравнения 2-е, получим $5a-b=-3$

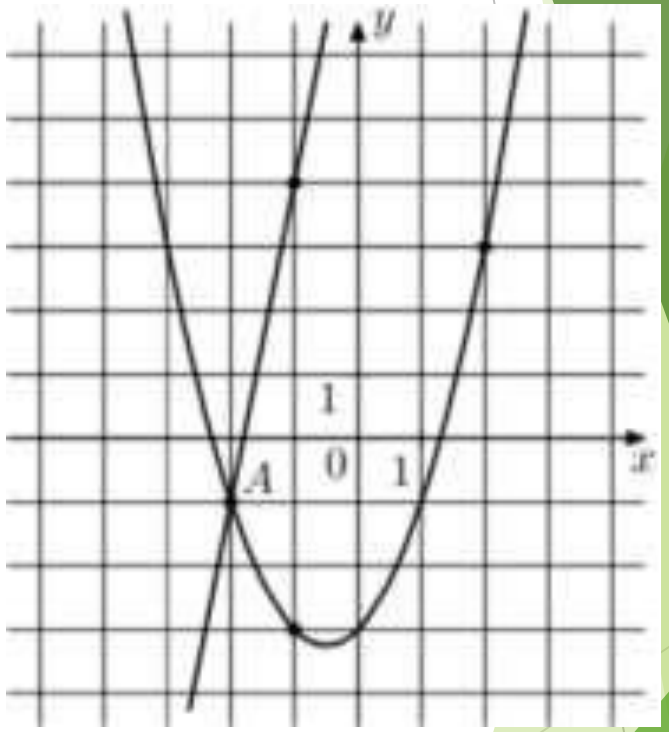
вычтем из 2 уравнения 3-е,получим $3a-b=-5$.

Решив систему уравнений $\begin{cases} 5a-b=-3, \\ 3a-b=-5; \end{cases}$ *находим* $a=1$,$b=8$.

Абсцисса вершины параболы $x_0 = -\frac{b}{2a} = -4$.

Ответ:-4

9 задание. На рисунке изображены графики функций *f(x)=5x+9 и g(x)= ax²+bx+c*, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В

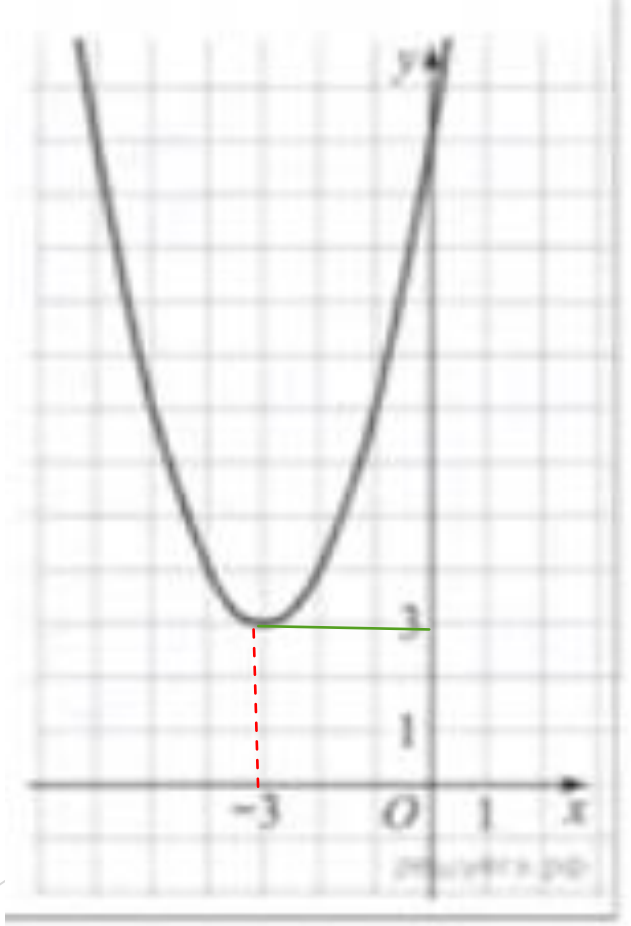


Решение. По графику c=-3. График функции g(x) проходит через точки (-2;-1);(-1;-3);(2;3).
Подставим координаты точки (-1;-3), получим -3=a- b-3.Отсюда a=b.
g(x)= ax²+ax-3.
Подставим координаты точки (2;3), получим, что a=1.
g(x)= x²+x-3.
Чтобы найти абсциссу точки, нужно решить уравнение x²+x-3=5x+9,
x²-4x-12=0.
По теореме Виета $x_1=-2$, $x_2=6$
По графику $x_1=-2$, ***тогда*** $x_2=6$.
Ответ:6

8

Решите 9 задание

На рисунке изображен график функции $f(x)= ax^2+bx+c$,где числа a ,b и c-целые. Найдите значение дискриминанта уравнения $f(x)=0$.

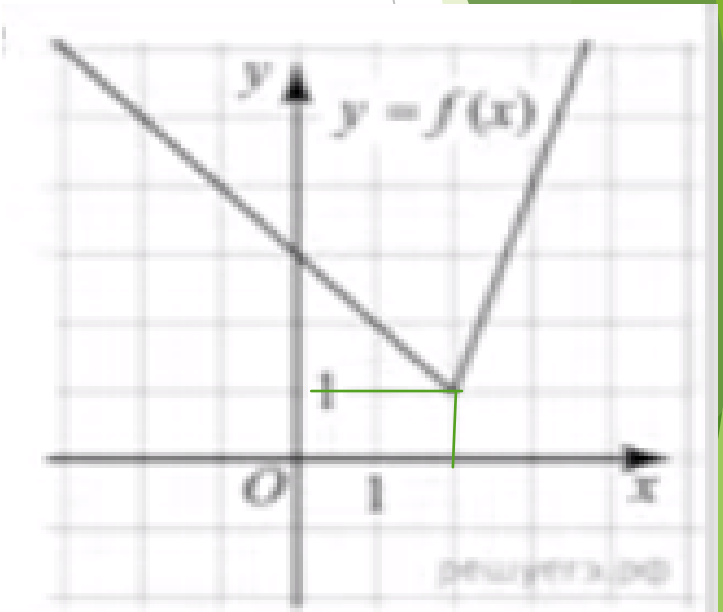


9

9 задание

На рисунке изображен график функции вида $f(x)= a\,x+|bx+c|+d$, где числа a,b, c и d-целые.

Найдите корень уравнения $bx+c=0$



Решение.

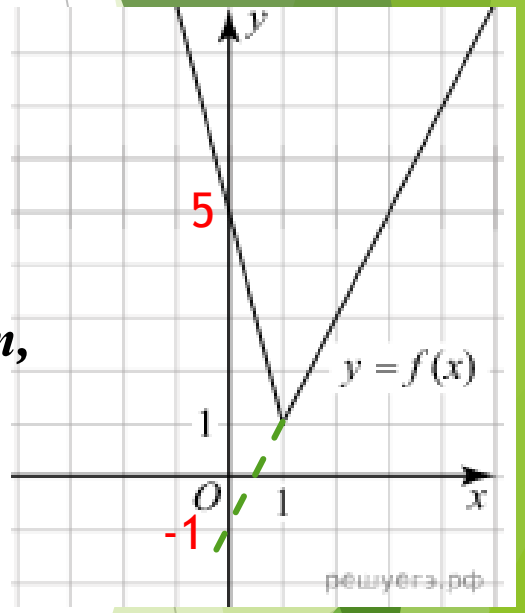
$|bx+c|=0$ в точке излома. Значит,

$bx+c=0$ при $x=2$.

Ответ:2

9 задание.

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=ax + |bx + c| +d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax + d=0$.



Решение.

$|bx + c|=0$ в точке излома при $x=1$,

Если $x<1$,то $f(x)=ax -bx - c +d=(a-b)x+ d-c$, где $(a-b)$-угловой коэффициент, $(d-c)$-ордината точки пересечения прямой с осью Oy.

По графику $a-b=-4$; $d-c=5$.

Если $x>1$,то $f(x)=ax +bx + c +d=(a+b)x+c+ d$, где $a+b$-угловой коэффициент, по графику $a+b=2$.

Продолжив прямую до пересечения с осью Oy, получим , что $c+ d =-1$.

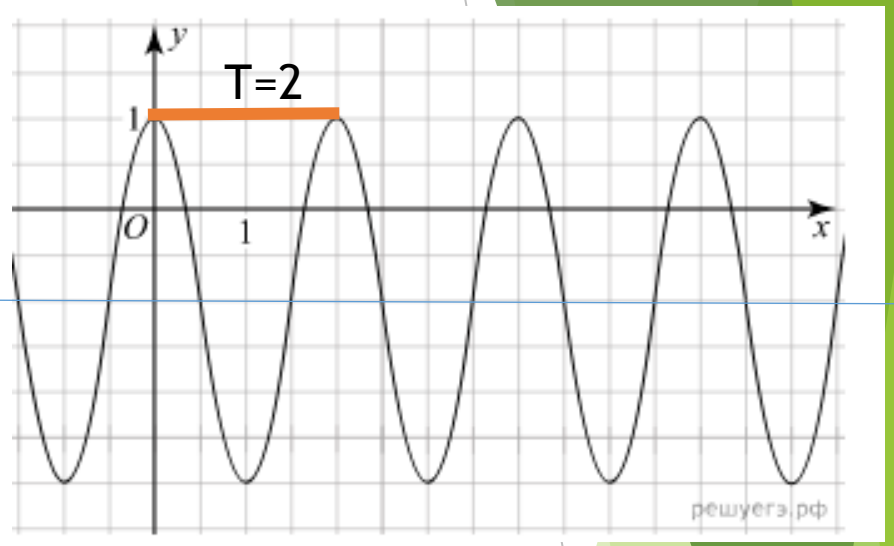
Решив эти системы $\begin{cases} a-b=-4 \\ a+b=2 \end{cases}$ и $\begin{cases} c+ d =-1 \\ d-c=5 \end{cases}$, *получим,что*

$a=-1;b=3;c=-3;d=2$. Подставив найденные значения в уравнение $ax +d=0$, получим $-x + 2=0$,

$x=2$.

Ответ:2

11 **На рисунке изображен график функции вида $f(x)= a\cos(b\pi x+c)+d$, где числа a, b, c и d-целые. Найдите $f\left(\frac{100}{3}\right)$.**



Решение.

По графику $f_{max} = 1, f_{min}=-3$

$d=\frac{f_{max}+f_{min}}{2}=\frac{1-3}{2}=-1.$ $|a|=\frac{f_{max}-f_{min}}{2}=\frac{1+3}{2}=2.$

По графику $a=2$, $c=0$, $T=2$

$T=\frac{2\pi}{b\pi}=\frac{2}{b}$, *то есть* $\frac{2}{b}=2$, *отсюда* $b=1$

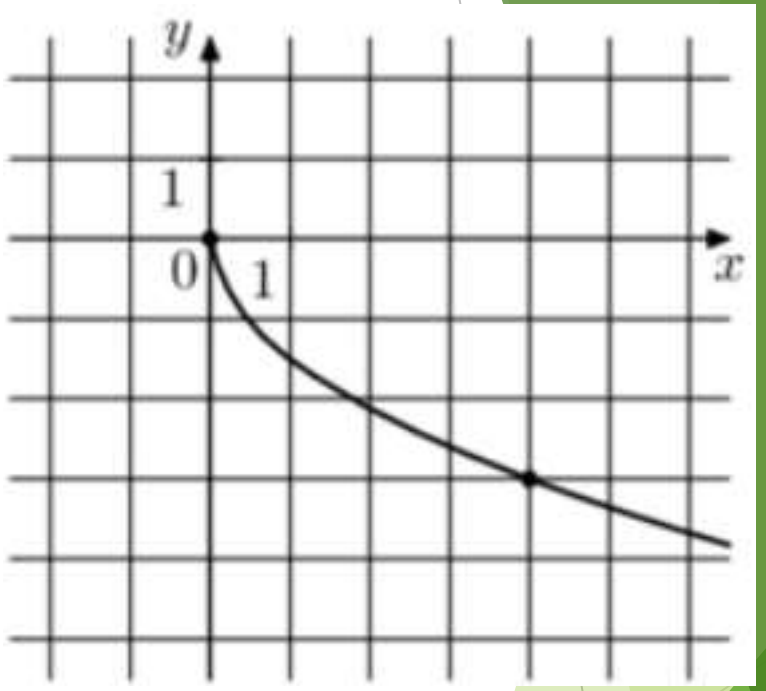
$f(x)=2\cos\pi x-1,$

$f\left(\frac{100}{3}\right)=2\cos\left(\pi\cdot\frac{100}{3}\right)-1=2\cos\left(32\frac{4}{3}\pi\right)-1=2\cos\left(32\pi+\frac{4\pi}{3}\right)-1=$

$=2\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)-1==-2\cos\frac{\pi}{3}-1=-2.$

Ответ:-2

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=k\sqrt{x}$. *Найдите f(2,56)*



Решение.

График этой функции проходит через точку (4;-3).Подставив координаты этой точки, получим

$-3=k\sqrt{4}$,

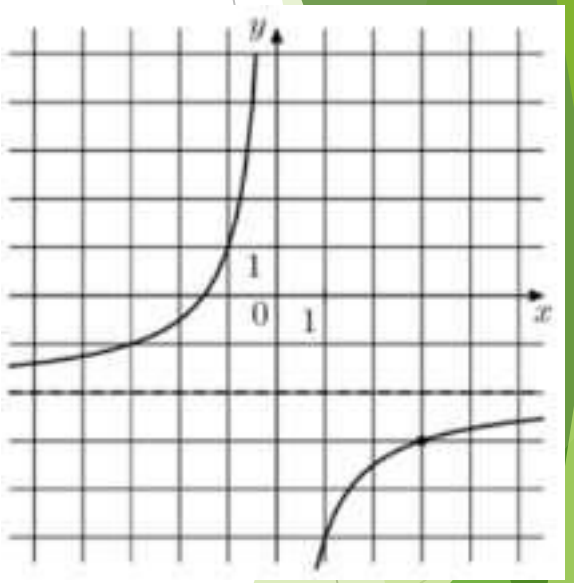
$2k=-3$,

$k=-1{,}5$.

$f(2{,}56)=-1{,}5\sqrt{2{,}56}=-1{,}5\cdot 1{,}6=-2{,}4$.

Ответ:-2,4

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{k}{x}+a$. Найдите $f(0,25)$



Решение. График функции имеет горизонтальную асимптоту y=-2, значит, a=-2.

(График функции $f(x)=\frac{k}{x}+a$ получается сдвигом графика функции $f(x)=\frac{k}{x}$ вдоль оси Oy на величину |a| вверх, если a>0 и вниз если a<0)

По графику a= -2 и проходит через точку (3;-3).

$-3=\frac{k}{3}-2$ отсюда k=-3.Значит,

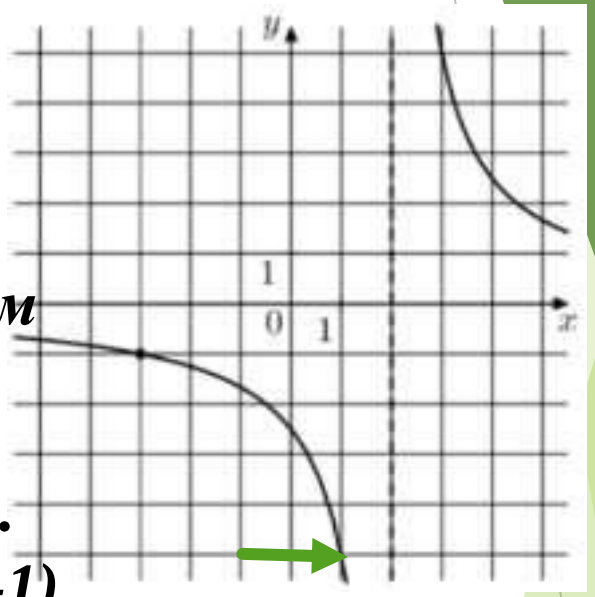
$f(x)=\frac{-3}{x}-2$,

$f(0,25)=\frac{-3}{0,25}-2=-14$.

Ответ:- 14

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{k}{x+a}$.

Найдите $f\left(-4\frac{2}{3}\right)$.



Решение.

График функции имеет вертикальную асимптоту x=2, значит, a= - 2.

(График функции $f(x)=\frac{k}{x+a}$ получается сдвигом графика функции $f(x)=\frac{k}{x}$ вдоль оси Ox на величину |a| влево, если a>0 и вправо если a<0).

По графику a= -2 и проходит через точку (-3;-1).

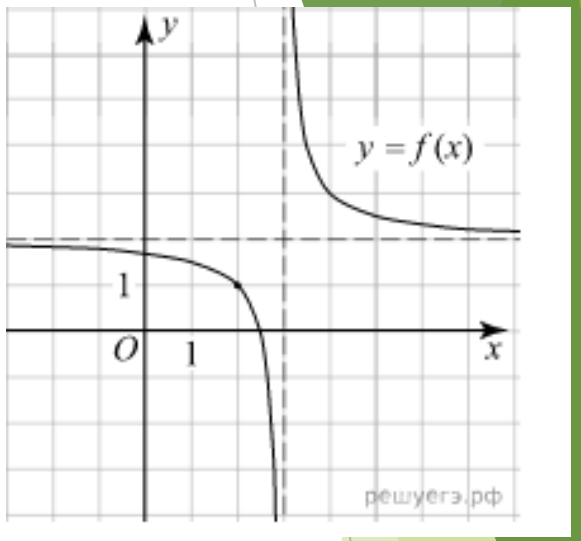
$-1=\frac{k}{-3-2}$, отсюда k=5.Значит,

$f(x)=\frac{5}{x-2}$,

$f\left(-4\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{-4\frac{2}{3}-2}=5:\left(-6\frac{2}{3}\right)=-0,75.$

Ответ:-0,75

9 задание. На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\frac{a}{x+b}+c$, где числа *a*, *b* и *c* — целые. Найдите *f(13)*.



Решение.

График функции имеет горизонтальную асимптоту y=2, значит, c=2.

График функции имеет вертикальную асимптоту x=3, значит, b= - 3.

По графику f(2)=1, тогда $\frac{a}{2-3}+2=1$, отсюда a=1.

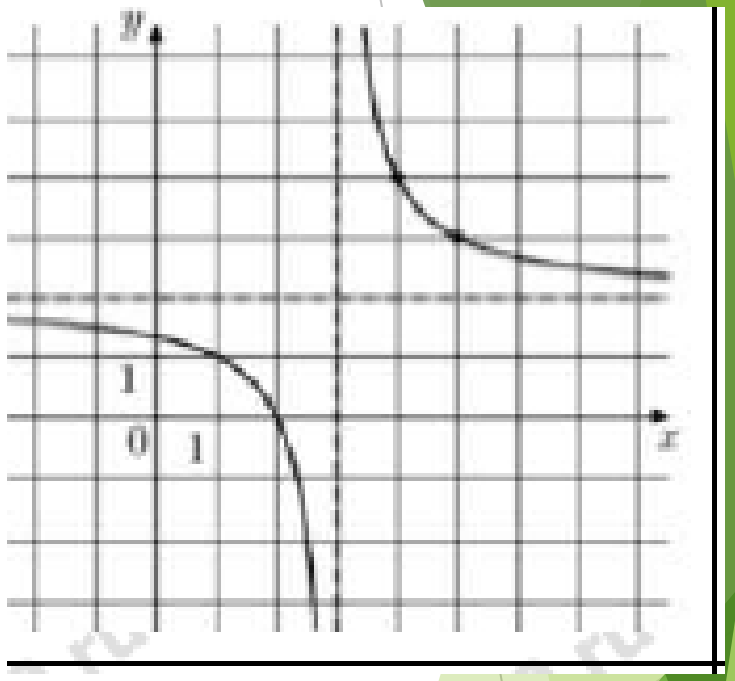
Таким образом, $f(x)=\frac{1}{x-3}+2$

Найдём $f(13)=\frac{1}{13-3}+2=2,1$.

f(13)=2,1.

Ответ:2,1

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{kx+a}{x+b}$. Найдите k



Решение.

Преобразуем данную функцию

$$f(x)=\frac{kx+a}{x+b}=\frac{kx+kb-kb+a}{x+b}=\frac{k(x+b)-kb+a}{x+b}=k+\frac{a-kb}{x+b}.$$

Или

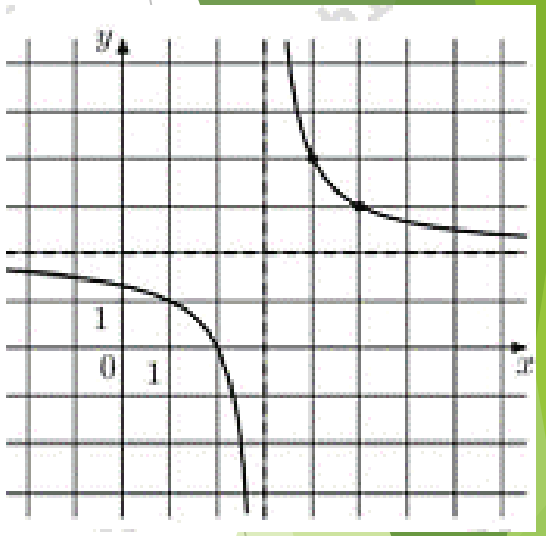
$$\begin{array}{r|l} kx+a & x+b \\ \hline -\ kx+kb & k \\ \hline a-kb & \end{array}$$

$$f(x)=k+\frac{a-kb}{x+b}$$

График функции имеет горизонтальную асимптоту y=2, значит, k=2.

Ответ:2

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=\frac{kx+a}{x+b}$. Найдите a



Решение.

Преобразуем данную функцию

$$f(x)=\frac{kx+a}{x+b}=\frac{kx+kb-kb+a}{x+b}=\frac{k(x+b)-kb+a}{x+b}=k+\frac{a-kb}{x+b}.$$

Или

$$\begin{array}{r|l} kx+a & x+b \\ \hline -\ kx+kb & k \\ \hline a-kb & \end{array}$$

$$f(x)=k+\frac{a-kb}{x+b}$$

График функции имеет горизонтальную асимптоту y=2, значит, k=2.

График функции имеет вертикальную асимптоту x=3, значит, b= - 3.

По графику f(5)=3, тогда $3=\frac{2\cdot 5+a}{1-3}$, ***отсюда a=-4.***

Ответ:-4

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=b+\log_a x$. Найдите значение x при котором $f(x)=2$.

Решение.

График функции $f(x)= b+\log_a x$ получается сдвигом графика функции $f(x)= \log_a x$ вдоль оси Оу на величину $|b|$ вверх, если $b>0$ и вниз если $b<0$.

По графику $b = -2$ и проходит через точку (3;-1).

$-1= -2+\log_a 3$, отсюда $a=3$. Значит,

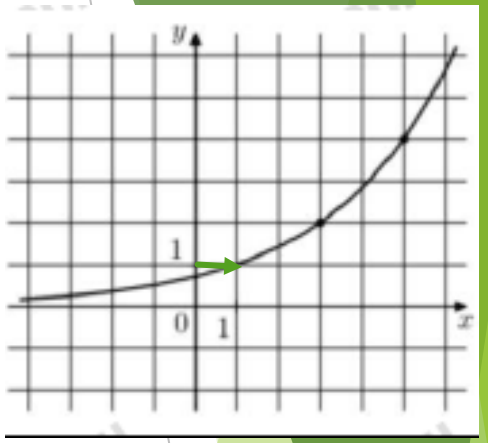
$f(x)= -2+\log_3 x$, найдем x при котором $f(x)=2$.

$2=-2+\log_3 x$,

$\log_3 x=4$, значит, $x=81$.

Ответ:81

9 задание. На рисунке изображен график функции $f(x)=a^{x+b}$.Найдите значение x при котором $f(-5)$.



Решение.

График функции $f(x)= a^{x+b}$ получается сдвигом графика функции $f(x)=a^{x}$ вдоль оси Ox на величину |b| влево, если b>0 и вправо если b<0.

По графику b= -1 и проходит через точку (3;2).

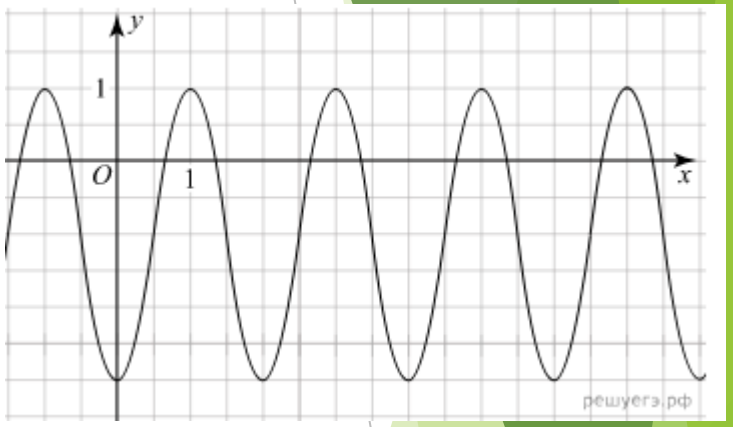
$2 = a^2$ ***отсюда*** $a = \sqrt{2}$***.Значит,***

$f(-5)= \sqrt{2}^{-5-1} = \frac{1}{\sqrt{2}^{6}} = \frac{1}{8} = 0,125$

Ответ:0,125

20

9 задание. На рисунке изображён график функции вида $f(x)= a\cos(b\pi x+c)+d$, где числа a,b, c и d-целые. Найдите $f\left(-\frac{8}{3}\right)$.



Спасибо за внимание!

Успехов на ЕГЭ !