

# Задание 30



**«ТЕРМОДИНАМИКА»  
(РАСЧЕТНАЯ ЗАДАЧА)**

# Задача № 1



В калориметре находится 1 кг льда при температуре  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Какую массу воды, имеющей температуру  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , нужно добавить в калориметр, чтобы температура его содержимого после установления теплового равновесия оказалась  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Теплообменом с окружающей средой и теплоемкостью калориметра пренебречь.

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$t_1 = -5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_3 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_4 = -2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$c_1 = 2100 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$c_2 = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$$

---

$$m_2 - ?$$

Решение:

Запишем уравнение  
теплового баланса

$$Q_{отд} = Q_{пол}$$

$Q_{отд}$  – количество теплоты,  
отданное водой льду

$$Q_{отд} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$Q_1 = c_2 m_2 (t_3 - t_2)$  – количество

теплоты, отданное водой

при её охлаждении от  $20^\circ$

до  $0^\circ\text{C}$

$Q_2 = \lambda \cdot m_2$  – количество теплоты, выделяемое при замерзании воды при  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$

$Q_3 = c_1 m_2 (t_2 - t_4)$  – количество теплоты, отданное льдом из воды при охлаждении от  $0^{\circ}$  до  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$

$Q_{пол}$  – количество теплоты, полученное льдом, находящимся в калориметре

$Q_{пол} = c_1 m_1 (t_4 - t_1)$  – количество теплоты, полученное льдом при его нагревании от  $-5^{\circ}$  до  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$

Запишем все формулы в уравнение теплового баланса и рассчитаем массу воды

$$c_2 m_2 (t_3 - t_2) + \lambda \cdot m_2 + c_1 m_2 (t_2 - t_4) = c_1 m_1 (t_4 - t_1)$$

$$m_2 (c_2 (t_3 - t_2) + \lambda_2 + c_1 (t_2 - t_4)) = c_1 m_1 (t_4 - t_1)$$

$$\mathbf{m_2 = c_1 m_1 (t_4 - t_1) / (c_2 (t_3 - t_2) + \lambda_2 + c_1 (t_2 - t_4))}$$

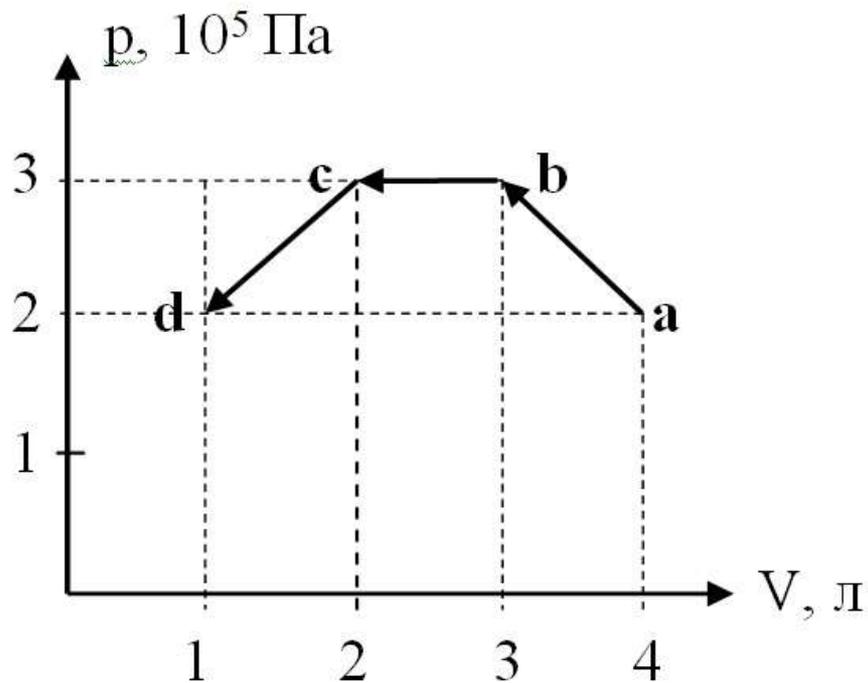
Выполним подстановку числовых значений:

$$\mathbf{m_2 = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot 1 \text{ кг} \cdot (-2^\circ - (-5^\circ)) / (4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (20^\circ - 0^\circ) + 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг} + 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}) \cdot (0^\circ - (-2^\circ)) \approx \mathbf{0,015 \text{ кг} = \mathbf{15 \text{ г}}}$$

Ответ: 15 г

## Задача № 2

Одноатомный идеальный газ совершил процесс  $a-b-c-d$  изображенный на графике (см. рис.). За время перехода системы из т.  $a$  в т.  $d$  тепло к системе было подведено или отведено и в каком количестве? Ответ выразите в килоджоулях (кДж).



Дано:

$$p_a = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_a = 4 \text{ л}$$

$$p_b = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_b = 3 \text{ л}$$

$$p_c = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_c = 2 \text{ л}$$

$$p_d = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_d = 1 \text{ л}$$

---

Q - ?

СИ

$$4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Решение:

Запишем первый закон термодинамики для работы газа:  $Q = \Delta U + A$

$Q$  – количество теплоты, сообщаемое газу

$\Delta U$  – изменение внутренней энергии идеального газа

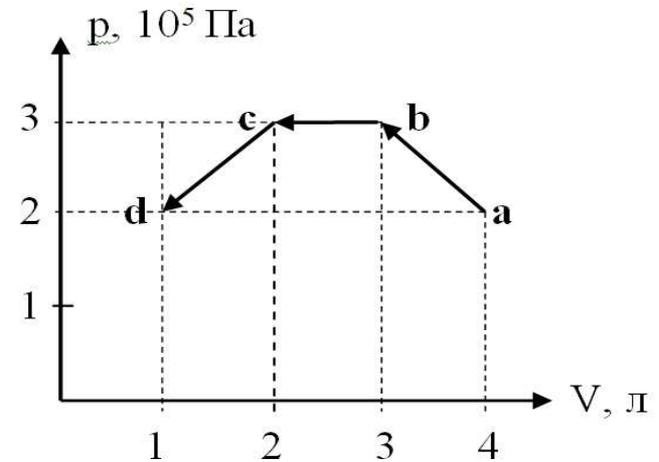
$A$  – работа газа

1) Рассмотрим участок **ab**

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} + A_{ab}$$

$$A_{ab} = ((p_a + p_b)/2) \cdot (V_a - V_b)$$

$$\Delta U_{ab} = U_a - U_b = (3/2)\nu RT_b - (3/2)\nu RT_a$$



Используя уравнение Менделеева-Клапейрона

$$p_a V_a = \nu R T_a ; \quad p_b V_b = \nu R T_b$$

И подставляя в формулу изменения внутренней энергии имеем:

$$\Delta U_{ab} = U_a - U_b = (3/2) p_b V_b - (3/2) p_a V_a$$

Подставим  $A_{ab}$  и  $\Delta U_{ab}$  в первый закон термодинамики для участка **ab**

$$Q_{ab} = (3/2) p_b V_b - (3/2) p_a V_a + ((p_a + p_b)/2) \cdot (V_a - V_b)$$

Подставим числовые значения:

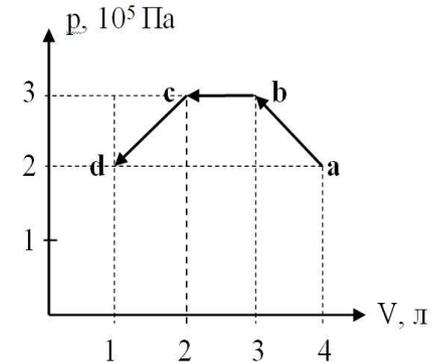
$$\begin{aligned} Q_{ab} &= (3/2) \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - (3/2) \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + \\ &+ ((2 \cdot 10^5 \text{ Па} + 3 \cdot 10^5 \text{ Па})/2) \cdot (4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = \\ &= -100 \text{ Дж} \end{aligned}$$

2) Рассмотрим участок **bc**

$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} + A_{bc}$$

$$A_{bc} = p_c \cdot (V_c - V_b)$$

$$\Delta U_{bc} = U_c - U_b = (3/2)vRT_c - (3/2)vRT_b$$



Используя уравнение Менделеева-Клапейрона

$$p_c V_c = vRT_c; \quad p_b V_b = vRT_b$$

И подставляя в формулу изменения внутренней энергии имеем:

$$\Delta U_{bc} = U_c - U_b = (3/2) p_c V_c - (3/2) p_b V_b$$

Подставим  $A_{bc}$  и  $\Delta U_{bc}$  в первый закон термодинамики для участка **bc**

$$Q_{bc} = (3/2) p_c V_c - (3/2) p_b V_b + p_c \cdot (V_c - V_b)$$

Подставим числовые значения:

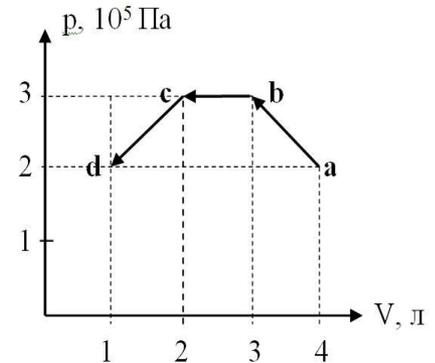
$$Q_{bc} = (3/2) \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - (3/2) \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = -750 \text{ Дж}$$

3) Рассмотрим участок **cd**

$$Q_{cd} = \Delta U_{cd} + A_{cd}$$

$$A_{cd} = ((p_d + p_c)/2) \cdot (V_d - V_c)$$

$$\Delta U_{cd} = U_d - U_c = (3/2) \nu R T_d - (3/2) \nu R T_c$$



Используя уравнение Менделеева-Клапейрона

$$p_d V_d = \nu R T_d; \quad p_c V_c = \nu R T_c$$

И подставляя в формулу изменения внутренней энергии имеем:

$$\Delta U_{cd} = U_d - U_c = (3/2) p_d V_d - (3/2) p_c V_c$$

Подставим  $A_{cd}$  и  $\Delta U_{cd}$  в первый закон термодинамики для участка ***cd***

$$Q_{cd} = (3/2) p_d V_d - (3/2) p_c V_c + ((p_d + p_c)/2) \cdot (V_d - V_c)$$

Подставим числовые значения:

$$\begin{aligned} Q_{cd} &= (3/2) \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - (3/2) \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + \\ &+ ((2 \cdot 10^5 \text{ Па} + 3 \cdot 10^5 \text{ Па})/2) \cdot (1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = \\ &= - \mathbf{850 \text{ Дж}} \end{aligned}$$

Найдем искомое количество теплоты на всём участке  
 $a-b-c-d$

$$Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd}$$

Подставим числовые значения:

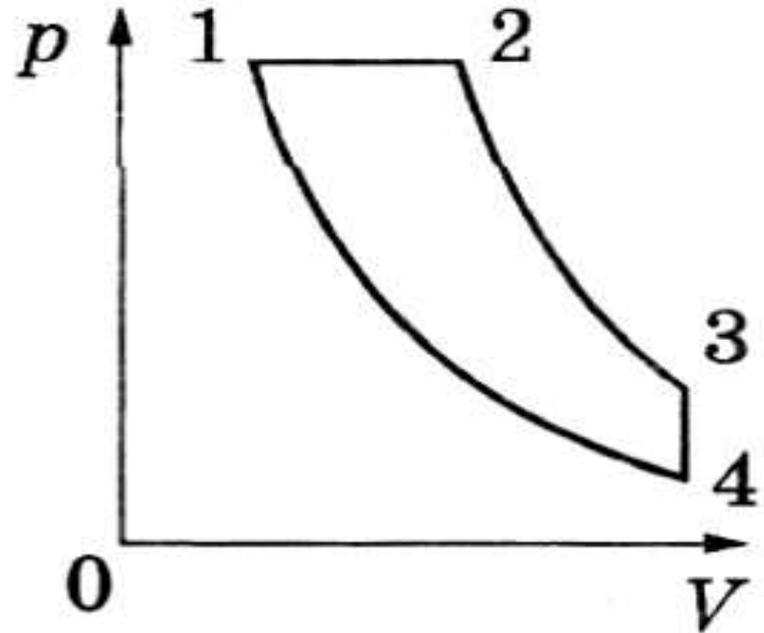
$$Q = (-100 \text{ Дж}) + (-750 \text{ Дж}) + (-850 \text{ Дж}) = -1700 \text{ Дж} = -1,7 \text{ кДж}$$

Знак «-» указывает, что тепло было отведено от системы.

Ответ: - 1,7 кДж

## Задача № 3

Тепловой двигатель использует в качестве рабочего вещества 1 моль идеального одноатомного газа. Цикл работы двигателя изображён на  $pV$ -диаграмме и состоит из двух адиабат, изохоры, изобары. Зная, что КПД этого цикла  $\eta = 15\%$ , а минимальная и максимальная температуры газа при изохорном процессе  $t_{\min} = 37^\circ\text{C}$  и  $t_{\max} = 302^\circ\text{C}$ , определите количество теплоты, получаемое газом за цикл.



Дано:

$$\nu = 1 \text{ моль}$$

$$\eta = 15\%$$

$$t_{\min} = 37 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_{\max} = 302 \text{ }^\circ\text{C}$$

$Q_H$  - ?

Решение:

По условию газ - идеальный одноатомный.

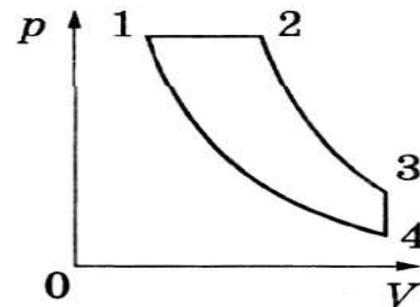
1) Рассмотрим участок **1-2** - изобарный ( $p_{12} = p = \text{const}$ )

По первому закону

термодинамики  $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$  (1),

где  $\Delta U_{12} = (3/2)\nu R(T_2 - T_1)$  (2) -

изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа.



По закону Гей-Люссака

$V_1/T_1 = V_2/T_2$ ,  $T_2 = V_2 \cdot T_1 / V_1$ ;  $V_2 > V_1$  - по графику,  
значит,  $T_2 > T_1$  и  $\Delta U_{12} > 0$ .

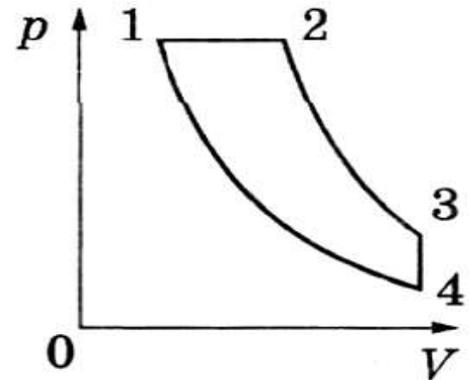
Работа газа  $A_{12} = p(V_2 - V_1)$ ,  $V_2 > V_1$ , значит  $A_{12} > 0$

Следовательно  $Q_{12} > 0$  – количество теплоты,  
переданное от нагревателя,  $Q_H = Q_{12}$

По уравнению Менделеева-Клапейрона для газа в  
состояниях 1 и 2

$$pV_1 = \nu RT_1$$

$$pV_2 = \nu RT_2$$



Тогда работа газа

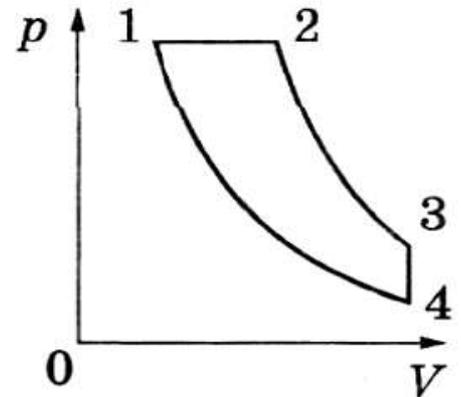
$$A_{12} = pV_2 - pV_1 = \nu RT_2 - \nu RT_1 = \nu R(T_2 - T_1) \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1) :

$$Q_{12} = (3/2)\nu R(T_2 - T_1) + \nu R(T_2 - T_1) = (5/2)\nu R(T_2 - T_1)$$

2) 2-3 и 4-1 адиабатные процессы ( $Q = 0$ ), значит теплообмен отсутствует

3) 3-4 – изохорный процесс ( $V = \text{const}$ ,  $\Delta V_{34} = 0$ ), значит работа  $A_{34} = 0$



По первому закону термодинамики

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34}, \text{ тогда } Q_{34} = \Delta U_{34} = (3/2)\nu R(T_4 - T_3)$$

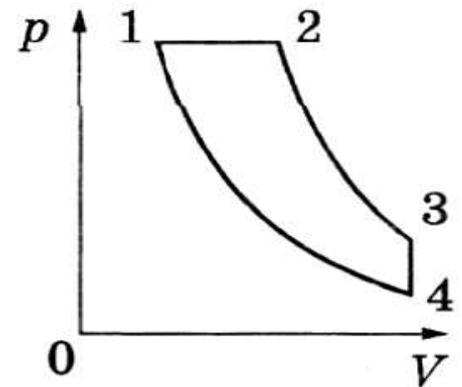
По закону Шарля

$p_3/T_3 = p_4/T_4$ ,  $T_4 = p_4 \cdot T_3 / p_3$ , по графику  $p_4 < p_3$ , значит

$T_4 < T_3$ . Тогда  $(T_4 - T_3) < 0$ ,  $\Delta U_{34} < 0$

Тогда  $Q_{34} < 0$  – количество теплоты, переданное холодильнику .

$$Q_{34} = |\Delta U_{34}|$$

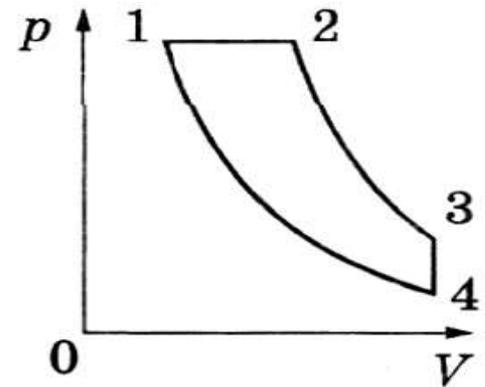


Значит, на участке 1-2 газ получает количество теплоты от нагревателя  $Q_H = Q_{12}$ , а на участке 3-4 газ отдаёт количество теплоты холодильнику  $Q_X = Q_{34}$

По определению КПД теплового двигателя

$$\eta = A / Q_{12}, \quad \text{где } A = Q_{12} - Q_{34} \text{ - работа газа за цикл}$$

тогда получим  $\eta = 1 - Q_{34}/Q_{12} = 1 - |\Delta U_{34}| / Q_{12} =$   
 $= 1 - (3/2)\nu R |(T_4 - T_3)| / Q_{12}$



По условию задачи минимальная и максимальная температура при изохорном процессе

$$T_{min} = T_4, T_{max} = T_3$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - (3/2)\nu R | (T_{min} - T_{max}) | / Q_{12} = \\ &= 1 - (3/2)\nu R | (t_{min} - t_{max}) | / Q_{12} \end{aligned}$$

Тогда  $(3/2)\nu R | (t_{min} - t_{max}) | / Q_{12} = 1 - \eta$

Количество теплоты, переданное от нагревателя

$$Q_H = Q_{12} = (3/2)\nu R | (t_{min} - t_{max}) | / (1 - \eta)$$

Подставим числовые значения:

$$Q_n = (3/2) \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot |(302 \text{ }^\circ\text{C} - 37 \text{ }^\circ\text{C})| / (1 - 0,15) \approx \mathbf{3886 \text{ Дж}}$$

Ответ: 3886 Дж

## Задача № 4



Теплоизолированный сосуд разделён тонкой теплоизолирующей перегородкой на две части, отношение объёмов которых  $V_2/V_1 = 2$ . Обе части сосуда заполнены одинаковым одноатомным идеальным газом. Давление в первой из них равно  $p_0$ , во второй –  $4p_0$ . Каким станет давление в сосуде, если перегородку убрать?

Дано:

$$V_2/V_1 = 2$$

$$p_1 = p_0$$

$$p_2 = 4p_0$$

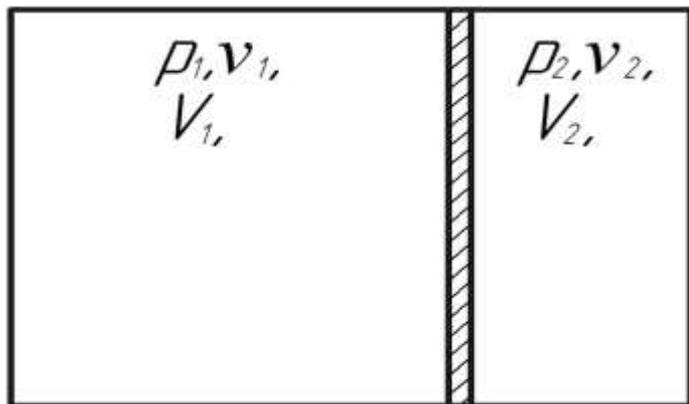
$p$  - ?

Решение:

1) По условию газ идеальный одноатомный.

Первоначально в объёме  $V_1$  находится  $\nu_1$  моль газа при температуре  $T_1$  и давлении  $p_1$ , а в объёме  $V_2$  находится  $\nu_2$  моль

газа при температуре  $T_2$  и давлении  $p_2$ .



2) По условию сосуд теплоизолированный. При снятии перегородки газ не участвует в теплообмене с внешним миром и не совершает работу. Поэтому в соответствии с первым началом термодинамики внутренняя энергия газа сохраняется.

$$U_1 + U_2 = U_1' + U_2', \text{ где}$$

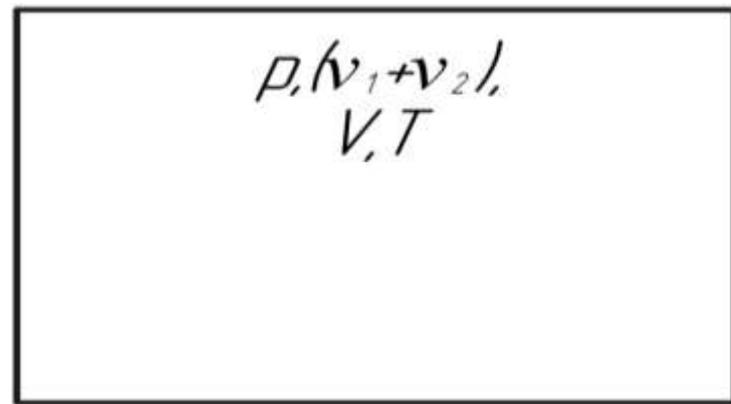
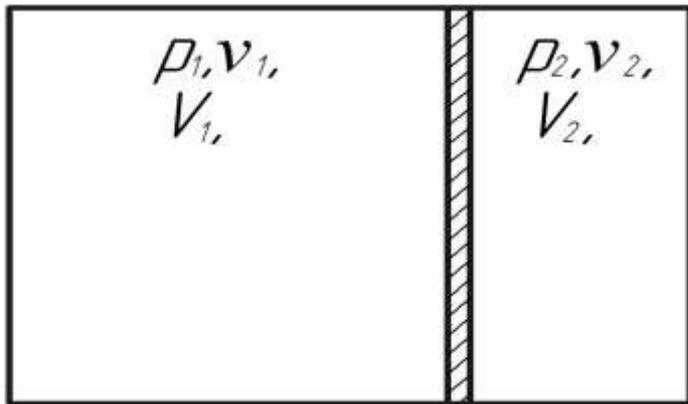
$U_1 = (3/2)v_1RT_1$  – внутренняя энергия газа в количестве  $v_1$  моль в начальном состоянии

$U_2 = (3/2)v_2RT_2$  - внутренняя энергия газа в количестве  $v_2$  моль в начальном состоянии

$U_1' = (3/2)\nu_1 RT$  – внутренняя энергия первого газа  
конечном состоянии

$U_2' = (3/2)\nu_2 RT$  - внутренняя энергия второго газа  
конечном состоянии

$T$  – конечная температура газа после снятия  
перегородки



Используя все эти формулы получаем

$$(3/2)v_1RT_1 + (3/2)v_2RT_2 = (3/2)v_1RT + (3/2)v_2RT$$

$$v_1T_1 + v_2T_2 = (v_1 + v_2)T$$

Выразим температуру газа T

$$T = (v_1T_1 + v_2T_2) / (v_1 + v_2) \quad (1)$$

3) Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для газа в начальном и конечном состояниях

$$p_1V_1 = v_1RT_1 \quad \Rightarrow \quad T_1 = (p_1V_1)/v_1R \quad (2)$$

$$p_2V_2 = v_2RT_2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = (p_2V_2)/v_2R \quad (3)$$

$$p(V_1+V_2) = (v_1+v_2)RT \quad \Rightarrow \quad T = p(V_1+V_2)/(v_1+v_2)RT \quad (4)$$

Подставим формулы (2) , (3) , (4) в (1) и получим

$$\begin{aligned} p (V_1+V_2)/(v_1+v_2)R &= \\ &= (v_1 (p_1 V_1)/v_1 R + v_2 (p_2 V_2)/v_2 R) / (v_1 + v_2) \\ p (V_1+V_2)/R &= (p_1 V_1 + p_2 V_2) / R \\ p &= (p_1 V_1 + p_2 V_2) / (V_1 + V_2) \end{aligned}$$

4) Учитывая, что  $V_2 = 2V_1$  ,  $p_1 = p_0$  ,  $p_2 = 4p_0$  ,  
получаем

$$\begin{aligned} p &= (p_0 V_1 + 4p_0 \cdot 2V_1) / (V_1 + 2V_1) \\ p &= (p_0 V_1 + 8p_0 V_1) / 3V_1 \\ p &= 3p_0 \end{aligned}$$

Ответ:  $p = 3p_0$